Марковские чтения

ИЯИ, 13 Мая 2016

Теория высших спинов как путь к квантовой гравитации

М.А.Васильев

ФИАН

Симметрии

- **Суперсимметрия**

$$P_a, M_{ab} \longrightarrow P_a, M_{ab}, \mathbf{Q}_\alpha\,, \qquad \alpha = 1,2,3,4$$

$$\{Q_\alpha\,, Q_\beta\} = \gamma^a_{\alpha\beta} P_a$$

$$[M_{ab}\,, Q_\alpha] = \sigma_{ab\alpha}{}^\beta Q_\beta\,, \qquad \sigma_{ab} = \frac{1}{4}[\gamma_a\,, \gamma_b]$$

- **Внутренние симметрии**

  Генераторы T_i: **инварианты пространственных симмметрий**

$$[T_i\,, (P_a, M_{ab})] = 0$$

СМ: $T_i \sim SU(3) \times SU(2) \times U(1)$

Массы через спонтанное нарушение симметрий

Возможно ли содержательное расширение на высшие симметрии?
симметрии ВС

Как устроены симметрии ВС и обобщения известных теорий на калибровочные поля ВС?

Какова физическая мотивация для их изучения
и возможные приложения?

Свойства симметрий ВС

T_s: генератор симметрии спина s

$$[T_{s_1}, T_{s_2}] = T_{s_1+s_2-2} + T_{s_1+s_2-4} + \ldots + T_{|s_1-s_2|+2}\,.$$

Как только появляется спин $s > 2$ алгебра ВС содержит бесконечную башню высших спинов:

$[T_s, T_s]$ порождает как T_{2s-2}, так и T_2 из $o(3,2) \sim sp(4)$.

Обычные симметрии: spin-$s \leq 2$ $u(1) \oplus o(3,2)$: максимальная конечно-мерная подалгебра $hu(1,0|4)$.

Существуют расширения с неабелевыми симметриями Янга-Миллса (т.е. спина 1).

Бесцветный скаляр в одном мультиплете с гравитоном (инфлатон?!) - предсказание симметрии высших спинов!

Симметрии ВС против римановой геометрии

Симметрии ВС не коммутируют с пространственно-временными симметриями

$$[T^a, T^{HS}] = T^{HS}, \qquad [T^{ab}, T^{HS}] = T^{HS}$$

Преобразования симметрий ВС преобразуют гравитационные поля (метрику) в поля высших спинов

Следствие:

Риманова геометрия непригодна для описания теории ВС: концепция локального события, привязанная к понятию метрики, утрачивается!

Хорошо ли это?

Как сохранить принцип эквивалентности?

Симметрия ВС как максимальная симметрия

В соответствии с AdS/CFT симметрия ВС в AdS_{d+1}:

максимальная симметрия d-мерных свободных скалярных и спинорных конформных полей

Уравнение Клейна-Гордона-Фока

$$\Box C(x) = 0\,, \qquad \Box = \eta^{ab}\frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^b}$$

Каковы симметрии уравения Клейна-Гордона-Фока?

Шэйнкман, MV 2001 $3d$; Eastwood 2002 $\forall d$

Калибровочная теория высших спинов и квантовая гравитация

Симметрии ВС в определенном смысле являются максимальными релятивистскими симметриями

В таком случае они не могут возникать в результате спонтанного нарушения каких-то более высоких симметрий, оставаясь ненарушенными при сверхвысоких энергиях, превышающих любой масштаб, включая планковский

Теория ВС должна описывать эффекты при энергиях характерных для квантовой гравитации

Симметрии ВС позволяют теоретически изучать режимы недоступные экспериментальной проверке

Спонтанное нарушение

• Обычные теории низших спинов могут отвечать низкоэнергетическому пределу теорий с симметриями ВС, нарушенными до симметрий низших спинов

• Теория Струн как спонтанно нарушенная теория ВС?! $(s > 2, m > 0)$

Поля Фронсдала

Все поля нулевой массы спинов $s \geq 1$ - калибровочные поля

$\varphi_{n_1 \dots n_s}$ **симметричный тензор ранга s, удовлетворяющий**

$\varphi^r{}_r{}^m{}_{m n_5 \dots n_s} = 0$

Калибровочное преобразование:

$$\delta \varphi_{n_1 \dots n_s} = \partial_{(n_1} \varepsilon_{n_2 \dots n_s)}\,, \qquad \varepsilon^m{}_{m n_3 \dots n_{s-1}} = 0$$

Полевые уравнения: $G_{n_1 \dots n_s}(x) = 0$

Аналог тензора Риччи

$$G_{n_1 \dots n_s}(x) = \Box \varphi_{n_1 \dots n_s}(x) - s \partial_{(n_1} \partial^m \varphi_{n_2 \dots n_s m)}(x) + \frac{s(s-1)}{2} \partial_{(n_1} \partial_{n_2} \varphi^m{}_{n_3 \dots n_s m)}(x)$$

Действие

$$S = \int_{M^d} \left(\frac{1}{2} \varphi^{n_1 \dots n_s} G_{n_1 \dots n_s}(\varphi) - \frac{1}{8} s(s-1) \varphi_m{}^{m\, n_3 \dots n_s} G^r{}_{r\, n_3 \dots n_s}(\varphi) \right)$$

Нет против Может быть

С 60х известны теоремы запрета (Weinberg, Coleman-Mandula), утверждающие, что симметрии ВС не могут быть реализованы в нетривиальной локальной теории поля в пространстве Минковского

В 70х Арагон и Дезер показали, что симметрии ВС не сохраняются в рамках ОТО при разложении в пространстве Минковского

A.Bengtsson, I.Bengtsson, Brink (1983), Berends, Burgers, van Dam (1984)

построили первые совместные кубические вершины

$$S = S^2 + S^3 + \dots\,, \qquad S^3 = \sum_{p,q,r} (D^p\varphi)(D^q\varphi)(D^r\varphi)\rho^{p+q+r+\frac{1}{2}d-3}$$

Высшие производные во взаимодействии: размерный параметр ρ?

Роль AdS

Зеленый свет: бэкграунд анти-де Ситтера $\Lambda \neq 0$ Фрадкин, МВ, 1987

В соответствии с теоремами запрета предел $\Lambda \to 0$ не существует

$$AdS_d : \qquad [D_n, D_m] \sim \rho^{-2} = -\Lambda$$

Геометрическое происхождение размерного параметра ρ делает теорию нелокальной: обезразмеренная производная

$$\mathcal{D}_n := \rho D_n : \qquad [\mathcal{D}_n, \mathcal{D}_m] \sim 1$$

Ненарушенные симметрии ВС не допускают низкоэнергетического разложения: все масштабы равнозначны

Дифференциальные формы: принцип эквивалентности без метрики

Дифференциальные формы: полностью антисимметричные тензоры

p-**форма:** $\omega(x) = \theta^{n_1} \ldots \theta^{n_p} \omega_{n_1 \ldots n_p}(x)$

$$\theta^n \theta^m = -\theta^m \theta^n \,, \qquad (\theta^n = dx^n)$$

Инвариантное дифференцирование задается производной де Рама

$$\mathsf{d} = \theta^n \frac{\partial}{\partial x^n} \,, \qquad \mathsf{d}^2 = 0$$

Из-за полной антисимметризации симметричные символы Кристоффеля выпадают

Систематическое применение этого языка в теории ВС приводит к новому взгляду на фундаментальные концепции пространства-времени, включая его размерность.

Нелинейные уравнения ВС

$$W(Z;Y;K|x)\,,\qquad S(Z;Y;K|x):=dZ^A S_A(Z;Y;K|x)\qquad B(Z;Y;K|x)$$

$$\begin{cases} dW+W\star W=0\\ dB+W\star B-B\star W=0\\ dS+W\star S+S\star W=0\\ S\star B-B\star S=0 \qquad\qquad\qquad \mathbf{1992}\\ S\star S=i(\theta^A\theta_A+\eta\theta^\alpha\theta_\alpha B\star\kappa+\bar\eta\bar\theta^{\dot\alpha}\bar\theta_{\dot\alpha}B\star\bar\kappa)\end{cases}$$

Явная калибровочная инвариантность

$$\delta W=[\varepsilon,W]_\star\,,\qquad \delta B=\varepsilon\star B-B\star\varepsilon\,,\qquad \varepsilon=\varepsilon(Z;Y;K|x)$$

Фаза $\eta=\exp i\varphi$: **единственный свободный параметр**

Звездочка

$$(f\star g)(Z,Y)=\int dSdT f(Z+S,Y+S)g(Z-T,Y+T)\exp -iS_AT^A$$

$$[Y_A,Y_B]_\star=-[Z_A,Z_B]_\star=2iC_{AB}\,,$$

Внутренние операторы Клейна:

$$\kappa=\exp iz_\alpha y^\alpha\,,\qquad \bar\kappa=\exp i\bar z_{\dot\alpha}\bar y^{\dot\alpha}\,,\qquad \kappa\star f(y,\bar y)=f(-y,\bar y)\star\kappa\,,\qquad \kappa\star\kappa=1$$

Invariant Functionals

$$\mathcal{L} : \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_4 + \ldots$$

$$\mathcal{W} = W + S + \text{высшие формы}\,, \qquad \mathcal{B} = B + \text{высшие формы}$$

$$\mathrm{d}\mathcal{W} + \mathcal{W} \star \mathcal{W} = i(\theta^A\theta_A + \eta\theta^\alpha\theta_\alpha B \star \kappa + \bar{\eta}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} B \star \bar{\kappa} + g\theta^\alpha\theta_\alpha\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \star \kappa \star \bar{\kappa}) + \mathcal{L} Id$$

$$\mathrm{d}\mathcal{B} + \mathcal{W} \star \mathcal{B} - \mathcal{B} \star \mathcal{W} = 0$$

$$\mathrm{d}\mathcal{L}(x) = 0 \qquad\qquad \mathbf{2015}$$

g индуцирует константу связи перед Лагранжианом

Плотность для производящего функционала корреляторов в AdS_4/CFT_3 задается 4-формой $\mathcal{L}^4$

Плотность для зарядов черных дыр в теории задается 2-формой $\mathcal{L}^2$?!

Развернутая динамика

$$\mathsf{d}W^{\Omega}(x) = G^{\Omega}(W(x))\,,$$

Обобщение дифференциальных уравнений первого порядка

$$\dot{q}^{i}(t) = \varphi^{i}(q(t))$$

Независимость от объемлющего пространства:

геометрия закодирована в $G^{\Omega}(W)$

Развернутые уравнения имеют смысл в пространстве-времени произвольной размерности

$$\mathsf{d}W^{\Omega}(x) = G^{\Omega}(W(x))\,, \quad x \to X = (x, y)\,, \quad d_x \to = \mathsf{d}_X = \mathsf{d}_x + \mathsf{d}_y\,, \quad \mathsf{d}_y = dy^u \frac{\partial}{\partial y^u}$$

Основа голографической дуальности, устанавливающей соответствие между теориями в пространствах различных размерностей

Голография ВС

AdS_4 теория высших спинов дуальна трехмерным моделям

N-поля $\phi^j(x)$ Клебанов-Поляков (2002); Giombi and Yin (2009) ... или $\psi^i(x)$

$$S^B = \frac{k}{4\pi} S_{CS} + \frac{1}{2} D_n \phi_i D^n \phi^i \,, \qquad S^F = \frac{k}{4\pi} S_{CS} + \bar{\psi}_i \gamma^n D_n \psi^i \,, \qquad i = 1, \dots N$$

$$\lambda := \frac{N}{k}$$

$3d$ бозонизация как следствие дуальности

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \lambda_B \,, \qquad \varphi = \frac{\pi}{2} (1 - \lambda_F) \qquad (\eta = \exp i\varphi)$$

Неожиданная возможность проверки квантовой гравитации в лаборатории

AdS_3/CFT_2 Голография ВС Gaberdiel and Gopakumar (2010)

Голографическая дуальность между релятивистской теорией ВС и нерелятивистской КМ

Редукция $X^{\alpha\dot{\alpha}} = \delta^{\alpha\dot{\alpha}} t$

$$i\frac{\partial}{\partial t} C^{\pm} = \pm \frac{\partial^2}{\partial y^{\alpha} \partial \bar{y}^{\dot{\alpha}}} \delta^{\alpha\dot{\alpha}} C^{\pm}(Y|X)$$

$C^{\pm}$ **аналог** ψ **и** $\bar{\psi}$

Твисторные координаты Y **играют роль нерелятивистских координат**

AdS **и** dS **правильный и опрокинутый гармонические потенциалы**

Теория высших спинов объясняет как гравитацию так и квантовую механику?!

Нелинейная КМ с гравитационно малой константой связи?!

Заключение

Калибровочные теории высших спинов содержат гравитацию + поля других спинов, включая поля материи и, в том числе, синглетный скаляр!

Для спонтанного нарушения симметрий ВС нужно струнно-подобное расширение: Мультичастичная теория ВС

Квантование: петли - высшие формы $\mathcal{L}$?!

Замечательная взаимосвязь классической и квантовой физики в духе голографического соответствия

Multiparticle algebra as a symmetry of a multiparticle theory

$l(U(h))$ (2012)

- contains h as a subalgebra
- admits quotients containing up to k^{th} tensor products of h:
  k Regge trajectories?!
- Acts on all multiparticle states of HS theory

Promising candidate for a HS symmetry algebra of HS theory with mixed symmetry fields like String Theory

String Theory as a theory of bound states of HS theory

Chang, Minwalla, Sharma and Yin (2012)

Spinorial langauge in four dimensions

Key fact $\quad 2\times 2 = 4$

Minkowski coordinates as 2×2 **hermitian matrices**

$$X^n \Rightarrow X^{\alpha\dot\alpha} = \sum_{n=0}^{3} X^n \sigma_n^{\alpha\dot\alpha}\,, \qquad \sigma_n^{\alpha\dot\alpha} = (I^{\alpha\dot\alpha}, \vec{\sigma}_k^{\alpha\dot\alpha})$$

$I^{\alpha\dot\alpha}$: **unit matrix**

$\vec{\sigma}_k^{\alpha\dot\alpha}$, $\quad k = 1,2,3$: **Pauli matrices**

$\alpha, \beta, \ldots = 1,2,\ \dot\alpha, \dot\beta, \ldots = 1,2$ **two-component spinor indices**

$$\det|X^{\alpha\dot\alpha}| = (X^0)^2 - (X^1)^2 - (X^2)^2 - (X^3)^2$$

Lorentz symmetry: $sl(2,\mathbb{C}) \sim o(3,1)$.

Dictionary between tensors and multispinors by:

$$\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\,, \qquad \sigma^{ab}_{\alpha\beta} = \sigma^{[a}_{\alpha\dot\alpha}\sigma^{b]\dot\beta}_{\beta}\,, \qquad \bar\sigma^{ab}_{\dot\alpha\dot\beta} = \sigma^{[a}_{\alpha\dot\alpha}\sigma^{b]\alpha}{}_{\dot\beta}$$

Pair of dotted and undotted indices: vector

Pairs of symmetrized indices of the same type: antisymmetric tensors

Problemr 1.1. Check

NonAbelian HS Algebra

$3d$ **Conformal HS symmetry** $=$ AdS_4 **HS symmetry**

HS gauge fields: $\omega(Y|X)$

$Y_A = (y_\alpha, \bar{y}_{\dot\alpha})$, $\alpha, \dot\alpha = 1, 2$ **two-component spinor indices**

$$\omega(Y|X) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \grave{1}2n!m!\omega_{\alpha_1\ldots\alpha_n\,,\dot\alpha_1\ldots\dot\alpha_m}(X)y^{\alpha_1}\ldots y^{\alpha_n}\bar{y}^{\dot\alpha_1}\ldots\bar{y}^{\dot\alpha_m}$$

HS curvature and gauge transformation

$$R(Y|X) = d\omega(Y|X) + \omega(Y|X) * \wedge\omega(Y|X)$$

$$\delta\omega(Y|X) = D\epsilon(Y|X) = d\epsilon(Y|X) + [\omega(Y|X)\,,\epsilon(Y|X)]_*$$

$$[y_\alpha\,, y_\beta]_* = 2i\varepsilon_{\alpha\beta}\,, \qquad [\bar{y}_{\dot\alpha}\,, \bar{y}_{\dot\beta}]_* = 2i\varepsilon_{\dot\alpha\dot\beta}$$

$4d$ HS systems

Three series of $4d$ HS algebras: $hu(n,m|4)$, $ho(n,m|4)$, $husp(2n,2m|4)$

Spin-one YM sector:

$g = u(n) \oplus u(m), o(n) \oplus o(m)$ or $usp(2n) \oplus usp(2m)$

fermions: bifundamental.

Odd spins: adjoint representation of g.

Even spins: the opposite symmetry second rank representation of g,

Particle spectrum always contains a singlet for

colorless graviton and colorless scalar

$ho(1,0|4)$ is minimal HS algebra: even spins $s = 0, 2, 4, 6, \ldots$

Colorless scalar is the prediction of HS symmetry!