

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Российская академия наук

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

Российский фонд фундаментальных исследований

Федеральная целевая программа

«Научные и научно-педагогические кадры инновационной России»  
на 2009–2013 годы

Фонд содействия развитию малых форм предприятий  
в научно-технической сфере

# ТРУДЫ 52-й НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ МФТИ

## Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук

### Часть VIII Проблемы современной физики



Москва–Долгопрудный, 2009

УДК 53  
ББК 22.3  
Т78

Т78 **Труды 52-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук»:** Часть VIII. Проблемы современной физики. — М.: МФТИ, 2009. — 286 с.  
ISBN 978-5-7417-0290-1

В сборнике представлены материалы докладов студентов и аспирантов факультета проблем физики и энергетики МФТИ и других университетов, а также преподавателей и сотрудников базовых организаций факультета, посвященные проблемам современной фундаментальной и прикладной физики, в том числе таким, как спектроскопия атомов и молекул, лазерная физика, физика плазмы и экстремальных состояний вещества, физика твердого тела, физика наноструктур и наноматериалов, физика распространения электромагнитного излучения в различных средах, нанофотоника, физика космоса, геофизика, математическое моделирование и прогнозирование климата. Значительная часть исследований посвящена разработке физических основ критических технологий будущего. Материалы сборника могут представлять интерес как для студентов и аспирантов, так и для ученых и инженеров, желающих получить представление о проблематике исследований в этих областях.

*В октябре 2009 года Московский физико-технический институт (государственный университет) стал победителем конкурсного отбора программ развития университетов России, в отношении которых устанавливается категория «национальный исследовательский университет».*

УДК 53  
ББК 22.3

ISBN 978-5-7417-0290-1

© ГОУ ВПО «Московский физико-технический институт (государственный университет)», 2009

## Программный комитет

*Кудрявцев Н.Н.*, чл.-корр. РАН, ректор института — **председатель**  
*Кондранин Т.В.*, профессор, первый проректор — **зам. председателя**  
*Стрыгин Л.В.*, доцент — **учёный секретарь конференции**

*Алфимов М.В.*, академик, директор Центра фотохимии РАН  
*Андреев А.Ф.*, академик РАН, директор ИФП РАН  
*Беляев С.Т.*, академик РАН, зав. кафедрой МФТИ  
*Велихов Е.П.*, академик РАН, президент РИЦ «Курчаговский институт»  
*Гуляев Ю.В.*, академик РАН, директор ИРЭ РАН  
*Дмитриев В.Г.*, чл.-корр. РАН, зав. кафедрой МФТИ  
*Иванчиков В.П.*, академик РАН, директор ИСП РАН  
*Коротеев А.С.*, академик РАН, директор Центра им. М.В. Келдыша  
*Кузнецов Н.А.*, академик РАН, зав. кафедрой МФТИ  
*Макаров В.Л.*, академик-секретарь Отделения ОН РАН, дир. ЦЭМИ РАН  
*Петров А.А.*, академик РАН, заведующий отделом ВЦ РАН  
*Фортос В.Е.*, академик-секретарь Отделения ЭММПУ РАН  
*Патон Б.Е.*, академик, президент НАН Украины  
*Шпак А.П.*, академик, первый вице-президент НАН Украины  
*Черепин В.Т.*, чл.-корр. НАН Украины, директор ФТЦ НАНУ  
*Жданок С.А.*, академик-секретарь Отделения ФТН НАН Беларуси

*Гаричев С.Н.*, д.т.н., декан ФРТК  
*Трунин М.Р.*, д.ф.-м.н., декан ФОПФ  
*Негодяев С.С.*, к.т.н., декан ФАКИ  
*Грознов И.Н.*, доцент, декан ФМБФ  
*Тодуа П.А.*, профессор, декан ФФКЭ  
*Вышинский В.В.*, профессор, декан ФАЛТ  
*Шананин А.А.*, профессор, декан ФУПМ  
*Леонов А.Г.*, профессор, декан ФПФЭ  
*Кривцов В.Е.*, доцент, декан ФИВТ  
*Ковальчук М.В.*, чл.-корр. РАН, декан ФНБИК  
*Деревнина А.Ю.*, д.т.н., декан ФИБС  
*Кобзев А.И.*, профессор, декан ФГН  
*Кваченко А.В.*, к.т.н., зав. кафедрой  
*Алехин А.П.*, профессор, зав. кафедрой  
*Белоусов Ю.М.*, профессор, зав. кафедрой  
*Бугаев А.С.*, академик РАН, зав. кафедрой  
*Габидулин Э.М.*, профессор, зав. кафедрой  
*Гладун А.Д.*, профессор, зав. кафедрой  
*Иванов А.П.*, профессор, зав. кафедрой  
*Лукин Д.С.*, профессор, зав. кафедрой  
*Петров И.Б.*, профессор, зав. кафедрой  
*Половинкин Е.С.*, профессор, зав. кафедрой  
*Сон Э.Е.*, чл.-корр. РАН, зав. кафедрой  
*Тельнова А.А.*, доцент, зав. кафедрой  
*Трухан Э.М.*, профессор, зав. кафедрой  
*Холодов А.С.*, чл.-корр. РАН, зав. кафедрой  
*Энтов Р.М.*, академик, зав. кафедрой

## Пленарное заседание

УДК 524.8

*А.А. Вихлинин*

vikhlinin@hea-cfa.harvard.edu

Гарвардский университет

### Использование наблюдений роста крупномасштабной структуры Вселенной для уточнения свойств темной энергии

Темная энергия, вызывающая ускоренное расширение Вселенной, должна проявляться и через своё воздействие на рост крупномасштабной структуры. То, что наблюдения данного эффекта должны существенно уточнить информацию о свойствах темной энергии, было известно давно, но практическая реализация стала возможной лишь сравнительно недавно, благодаря мощному прогрессу в технике рентгеновских наблюдений скоплений галактик и компьютерных расчётов процесса формирования структур во Вселенной. В докладе будут представлены результаты, полученные с помощью наблюдений далеких скоплений галактик спутником «Чандра» — первые наблюдения в которых впервые удалось надёжно пронаблюдать, как темная энергия тормозит рост структур. С помощью этих наблюдений можно значительно уточнить измерения параметра эффективного уравнения состояния темной энергии (рис. 1), а также протестировать отклонения гравитационного взаимодействия на больших расстояниях от предсказаний общей теории относительности.

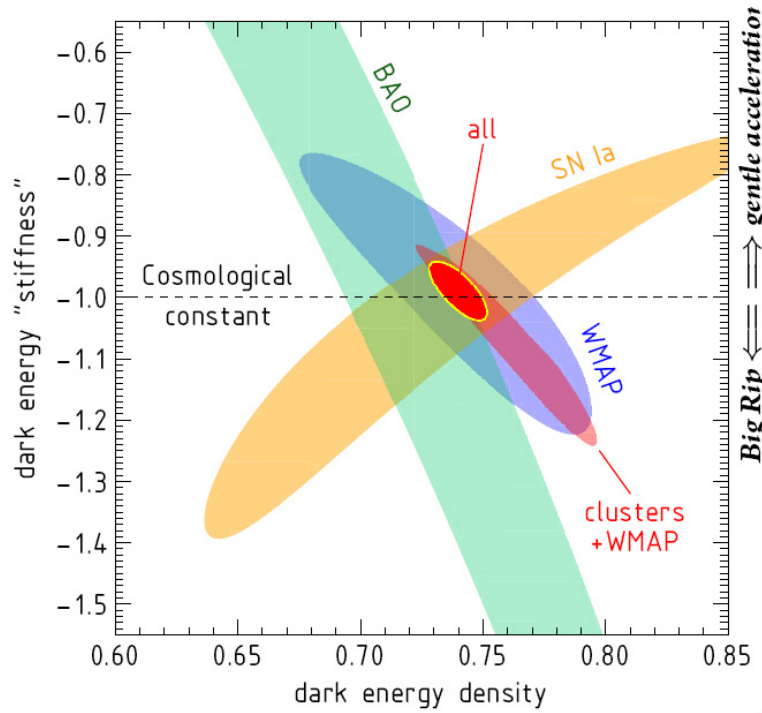


Рис. 1. Наблюдательные ограничения на параметры темной энергии

УДК 538.911

*Ю.Е. Лозовик*

lozovik@isan.troitsk.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
Институт спектроскопии РАН

## Новые фазы и коллективные эффекты в системе экситонов и поляритонов и поляритонный лазер

Одно из самых красивых явлений в физике многих частиц, бозе-эйнштейновская конденсация в системе частиц с ненулевой массой, подчиняющихся статистике Бозе, была предсказана Эйнштейном ещё в 1925 году. Для надежного экспериментального наблюдения бозе-конденсации понадобилось перейти к системе слабовзаимодействующих атомов, в которых истощение конденсата за счёт взаимодействия частиц пренебрежимо, то есть, к бозе-газам с малой концентрацией и к сверхнизким температурам (в области нанокельвинов), поскольку, температура бозе-конденсации  $T_c = \frac{3.31\hbar^2}{m} n^{2/3}$ ,  $n$  — концентрация,  $m$  — масса бозонов. Для этого понадобилось развить замечательную технику лазерного охлаждения и технику создания ловушек для нейтральных атомов (за это была присуждена Нобелевская премия). Так что, наконец, лишь через 70 лет после гениального предсказания Эйнштейна были выполнены Кеттерле, Корнеллом и Уайменом с соавт. одни из самых красивых экспериментов XX века — по наблюдению бозе-эйнштейновской конденсации охлаждённых атомов в ловушке, по достоинству увенчанные Нобелевской премией. Но поскольку температура бозе-конденсации обратно пропорциональна массе частиц, то можно было бы реализовать при существенно более высоких температурах бозе-конденсацию позитрония или бозе-конденсацию квазичастиц бозевских возбуждений в полупроводниках — экситонов Ванье–Мотта, или поляритонов в оптической микрополости.

Как показывают оценки, бозе-конденсация экситонов может достигаться уже при температурах порядка нескольких градусов К, а бозе-конденсация поляритонов — при ещё более высоких темпера-

турах. Но для осуществления бозе-конденсации необходимо, чтобы время выхода системы квазичастиц на тепловое равновесие и образование конденсата было (существенно) больше, чем время жизни квазичастиц. В частности, поэтому было предложено (автором доклада с сотр.) использовать систему экситонов с пространственно-разделенными электронами ( $e$ ) и дырками ( $h$ ). Пространственное разделение в связанных квантовых ямах или в одиночной квантовой яме в сильном электрическом поле на несколько порядков подавляет скорость рекомбинации, кроме того, отталкивание возникающих при пространственном разделении  $e$  и  $h$  параллельных электрических диполей предотвращает (при не очень большой концентрации экситонов) обычное слипание в металлические электрон-дырочные капли и стабилизирует экситонную фазу. в (почти) изотропной электронно-дырочной системе. В области достаточно низких температур при увеличении концентрации должен был бы наблюдаться квантовый кроссовер от режима бозе-конденсации дипольных экситонов. или локальных  $e$ - $h$  пар для равновесной системы к режиму БКШ — спаривания пространственно-разделенных электронов и дырок (рассмотренному впервые для трёхмерного экситонного диэлектрика в работе Келдыша и Копаева), в котором размер куперовских пар существенно превышает расстояние между ними. Впрочем, и для всей этой области управляющих параметров (температуры и концентрации), в которой существует когерентная фаза, пространственное разделение электронов и дырок также играет важную роль. Во-первых, оно делает принципиально возможным наблюдение незатухающих электрических токов, связанных со сверхтекучим движением экситонов или куперовских пар. Во-вторых, пространственное разделение зарядов подавляет туннелирование и подавляет фиксацию фазы в равновесной  $e$ - $h$  системе, делая возможной сверхтекучесть.

В системе бозе-конденсированных дипольных экситонов может наблюдаться ряд интересных эффектов, таких, как незатухающие электрические токи, связанные со сверхтекучестью экситонов, индуцированное рассеяние света назад и другие нелинейно-оптические эффекты, эффекты Джозефсона для равновесных систем.

Однако в двумерной системе (экситонов) бозе-конденсация невозможна из-за расходимости флуктуаций фазы бозе-конденсата, хотя и возможна сверхтекучесть при температуре ниже температуры перехода Костерлица–Таулеса. Бозе-конденсация оказывается

возможной в двумерных экситонных ловушках, созданных неоднородной деформацией, литографией, неоднородным электрическим полем иглы сканирующего зондового микроскопа или профилированного управляющего электродом, либо в «естественной» ловушке, связанной с локализацией на случайном потенциале в системе.

Мы рассчитали свойства таких ловушек и профиль распределения экситонов в них. Кроме того, было построено квазилокальное обобщение теории Костерлица–Таулеса, описывающее переход в сверхтекучее состояние в протяженной ловушке (созданной, например, неоднородной деформацией).

При увеличении концентрации экситонов или их дипольного момента растёт роль корреляционных эффектов. Они, в частности, приводят к возможности возникновения новых фаз — жидкой сверхтекучей фазы экситонов, а также экситонного кристалла. Как показывают наши расчёты квантовым методом Монте Карло, кристалл в системе дипольных экситонов возникает при значении параметра Линдемана 0,23, что соответствует квантовому фазовому переходу при безразмерной плотности экситонов  $nl_0^2 = 290$ , где  $n$  — концентрация экситонов, параметр размерности длины  $l_0 = md^2/4\pi\hbar^2$ ,  $d$  — дипольный момент экситонов.

Но уже при существенно меньших параметрах  $nl_0^2$  обнаруживаются довольно большие отклонения от поведения, характерного для слабо-взаимодействующего электронного газа: имеется существенное истощение конденсата, на статическом структурном факторе появляется пик, свидетельствующий о появлении ближнего порядка в системе, спектр возбуждений существенно отклоняется от боголюбовского и на дисперсионной кривой появляется ротонный минимум. В настоящее время достигнут существенный прогресс в экспериментальной реализации когерентной фазы экситонов в группе акад. В.Б.Тимофеева и в некоторых зарубежных группах. Интересно, что изучаемые экспериментально в настоящее время экситонные системы, как показывает наш анализ, являются довольно сильно коррелированными.

Остается пока открытым вопрос о реализации предсказанной А.Ф. Андреевым и И.М. Лифшицем фазы суперсолида в протяженной дипольной системе экситонов (в этой фазе сосуществуют кристаллический порядок и сверхтекучесть). Однако с помощью моделирования квантовым методом Монте–Карло нам удалось установить существование суперсолида в мезоскопических системах ди-

полей в ловушках (причём, как оказалось, концентрация сверхтекучей компоненты падает с ростом числа частиц). С учётом фазы экситонного кристалла фазовая диаграмма системы пространственно разделенных электронов и дырок должна иметь (при не очень малых  $d \leq a_0$ , где возможно появление жидкой фазы,  $a_0$  — эффективный боровский радиус) вид.

В настоящее время очень популярна система, в которой обнаружена спонтанная когерентность поляритонов — оптическая микрополость, заключённая между двумя брэгговскими зеркалами, в которую погружена одна или несколько квантовых ям. Фотоны в оптической полости при малых продольных импульсах (существенных при низких температурах) имеют следующий закон дисперсии:

$$\varepsilon_{ph}(k_{\parallel}) = c\sqrt{k_{\parallel}^2 + \left(\frac{\pi N}{L}\right)^2} \approx E_0 + \frac{k_{\parallel}^2}{2m_{ph}}$$

Здесь  $m_{ph} = \frac{(\pi N)^2}{cL^2}$ . — величина, которой разумно придать смысл продольной эффективной массы фотона,  $L$  — поперечная ширина микрополости,  $E_0$  — энергия основного состояния, в дальнейшем рассматриваем поперечное квантование с  $N = 1$ . Для используемых в эксперименте параметров  $m_{ph}$  имеет порядок  $10^{-4}$ – $10^{-5}$  от массы электрона  $m_e$ . Геометрия подбирается так, чтобы результирующая дисперсионная кривая фотона в полости пересекалась при небольших импульсах с дисперсионной кривой для квазидвумерных экситонов в квантовой яме, погруженной в оптическую микрополость. В результате взаимодействия двух типов бозонов-фотонов полости и экситонов, возникает расщепление Раби вышеуказанных пересекающихся кривых дисперсии, и образуется новая квазичастица — экситонный поляритон, являющийся суперпозицией фотона полости и экситона, с двумя ветвями дисперсии (верхний и нижний поляритоны).

Поскольку на нижней поляритонной ветви  $m_{eff}$  должно совпадать с  $m_{ph} \sim 10^{-4}$ – $10^{-5}m_e$ , то согласно оценке (1) температура бозе-конденсации поляритонов при достаточно большой накачке должна быть очень большой — вплоть до комнатной температуры!

Наблюдать переход поляритонов (так же, как и экситонов) в когерентное состояние можно было бы, наблюдая резкое сужение ширины линии испускаемых из полости фотонов и их статистику. Они имели бы статистику когерентной фазы поляритонов. Но то-

гда они обладают статистическими свойствами лазерного излучения, причём в системе отсутствует инверсия заселенности. В этом смысле система представляет собой безинверсионный лазер.

Конечно, в протяженной двумерной системе бозе-конденсация невозможна, но возможна сверхтекучесть поляритонов при температурах ниже температуры Костерлица–Таулеса, а последняя в силу малой массы поляритона должна быть довольно высокой.

Но здесь возникают интересные вопросы: как наблюдать сверхтекучесть поляритонов, как найти температуру перехода Костерлица–Таулеса в поля?

Сверхтекучесть можно было бы наблюдать по особенностям в коэффициенте диффузии поляритонов и/или эффектам увлечения поляритонов двумерным газом электронов, расположенным вблизи квантовой ямы с экситонами. За счёт взаимодействия заряда электронов с наведённым им диполем в экситонах, находящихся в квантовой яме, ток электронов должен увлекать экситонную компоненту поляритона, а последняя увлекает фотонную компоненту поляритона. В результате должно меняться угловое распределение вылетающих из полости фотонов. Коэффициент увлечения должен иметь особенность в точке перехода Костерлица–Таулеса.

Что касается расчёта температуры перехода Костерлица–Таулеса в системе поляритонов, то, в отличие от системы экситонов, здесь имеется следующая трудность: закон дисперсии поляритонов, возникшей в результате антипересечения двух квадратичных законов, сильно отличается от квадратичного. Кроме того, из-за зависящего от продольных импульсов перепутывания в поляритоне экситонов и фотонов полости эффективное взаимодействие поляритонов существенно зависит от импульсов. В результате обычный рецепт Ландау для расчёта сверхтекучей плотности, использующий галилеевское преобразование к движущейся вместе с сверхтекучей компонентой системе отсчёта, здесь неприменим. Поэтому сверхтекучая плотность ищется с помощью более общего формализма линейного отклика и использования правила сумм. Формально эта процедура оказывается эквивалентной вычислению потока путём введения фиктивного заряда для поляритона, на который действует калибровочное поле. Из-за фиксации фазы между (локальными) конденсатами экситонов и фотонов полости в системе происходит лишь один фазовый переход Костерлица–Таулеса, температура которого

зависит от управляющих параметров — геометрии полости и поляритонного расщепления (Раби).

Бозе-конденсация поляритонов возможна в двумерных ловушках для поляритонов. Для локализации поляритонного газа достаточно локализовать одну из его компонент (фотонную либо экситонную). Поэтому возможны следующие реализации поляритонной ловушки: первая основана на создании фотонного конфайнмента при помощи непостоянной ширины оптической микрополости или диэлектрической проницаемости среды внутри микрополости. Второй метод заключается в создании экситонного конфайнмента за счёт наложения на яму с экситонами внешнего потенциала или неоднородной деформации системы. Этот метод был недавно экспериментально реализован в группе Сноука.

В этой связи мы теоретически исследовали свойства бозе-конденсированного газа поляритонов в двумерной ловушке.

В одном из наших подходов для описания бозе-конденсата слабозаимодействующих поляритонов рассмотрен двухкомпонентный аналог уравнения Гросса–Питаевского. В этом подходе бозе-конденсат поляритонов описывается как два связанных, взаимопревращающихся конденсата — бозе-конденсат экситонов и бозе-конденсат фотонов микрополости.

Для изучаемых в настоящее время систем время жизни поляритонов в полости пока недостаточно для достижения теплового равновесия и требуется существенно повысить добротность оптической полости. Тем не менее экспериментально наблюдается существенное сужение линии излучения с ростом накачки и существенное изменение временной корреляционной функции второго порядка, что свидетельствует о возникновении когерентности в системе. В этой связи весьма важно детально рассмотреть кинетику образования поляритонного конденсата.

В докладе будут обсуждаться, помимо современного состояния в обсуждаемой области, и нерешённые проблемы (см. также [1–12]).

Будут обсуждаться также новые явления в бозе-конденсате — аномальное туннелирование электронов через бозе-конденсат, управление конденсатом с помощью внешних полей, новые нелинейно-оптические явления в экситонном конденсате, проблема экситонного транзистора и т. п.

### Литература

1. Лозовик Ю.Е. // УФН. — 2009. — Т. 179, № 3. — С. 309–313.
2. Akulin V.M, Lozovik Y.E. [et al.]. // Phys.Rev. — 2009. — V. A79. — P. 063614.
3. Astrakharchik G.E., Boronat J., Lozovik Y.E. [et al.]. // Phys. Rev. — 2009. — V. A79. — P. 051602.
4. O.L.Berman, Yu.E.Loizovik, G.Gumbs. // Phys. Rev. — 2008. — V. B77, N. 15. — P. 155433.
5. O.L.Berman, Yu.E.Loizovik, D.W.Snoke. // Phys. Rev. — 2008. — V. B77, N. 15. — P. 155317.
6. Лозовик Ю.Е., Семенов А.Г. // ТМФ. — 2008. — Т. 154, № 2. — С. 372–384.
7. Лозовик Ю.Е., Курбаков И.Л. [и др.]. // ЖЭТФ. — 2008. — Т. 133. — С. 348–369.
8. Воронова Н.С., Лозовик Ю.Е. // ФТТ. — 2008. — Т. 50, № 8. — С. 1496–1500.
9. Astrakharchik G.E., Boronat J., Kurbakov I.L., Lozovik Yu.E. // Phys.Rev.Lett. — 2007. — V. 98. — P. 060405.
10. Astrakharchik G., Boronat J., Casulleras J., Kurbakov I.L., Lozovik Yu.E. // Phys. Rev. — 2007. — V. A75. — P. 063630.
11. Лозовик Ю.Е., Семенов Ф.Г. // Письма ЖЭТФ. — 2007. — Т. 86, № 1. — С. 30–34.
12. Berman O.L., Coalson R.D., Lozovik Yu.E., Snoke D.W. // Phys. Rev. — 2006. — V. B73. — P. 235352.

УДК 533.9

*М.М. Васильев<sup>1</sup>, С.Ф. Савин<sup>2</sup>, Л.Г. Дьячков<sup>1</sup>,  
О.Ф. Петров<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Объединённый институт высоких температур РАН

<sup>2</sup> Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва

## **Кластеры заряженных макрочастиц в однородном и неоднородном магнитных полях**

Большой теоретический и практический интерес представляет изучение устойчивых классических кулоновских систем — ансамблей частиц, несущих заряд одного знака и испытывающих взаимное кулоновское отталкивание. Пространственную устойчивость таких систем может обеспечить внешнее поле, препятствующее разлету частиц, или компенсирующий заряд среды, в которой она находится. Но в последнем случае неизбежна экранировка кулоновского потенциала, как, например, в пылевой плазме, где взаимодействие обычно описывается потенциалом Юкавы. Системы частиц с кулоновским взаимодействием могут быть сформированы как в вакууме, так и в неионизованном газе. Небольшое число таких частиц ( $N < 10^2$ ) образует кулоновский кластер, ансамбль из большого числа частиц, несущих одинаковые заряды, может образовать регулярную пространственную структуру — кулоновский кристалл. В настоящей работе представлены результаты экспериментального изучения формирования кластеров пылевых частиц в однородном и неоднородном магнитном поле.

В работе экспериментально подтверждена возможность удержания в состоянии левитации кулоновских кластеров, сформированных заряженными диамагнитными макрочастицами в неоднородном магнитном поле. Пылевые кластеры заряженных частиц графита размером 100–300 мкм формировались и удерживались в магнитной ловушке, создаваемой в межполюсном пространстве электромагнита с магнитным полем  $B \sim 10^4$  Гс и  $|\text{grad } B| \sim 10^5$  Гс/см. В работе проводится анализ структуры и динамики частиц в наблюдаемых кластерах.

Сделан вывод о том, что при использовании более интенсивных магнитных полей  $B > 10^5$  Гс в наземных условиях можно будет сформировать устойчивые трёхмерные пылевые структуры — кулоновские кристаллы и кулоновские жидкости, содержащие несколько тысяч макрочастиц.

Также представлены результаты экспериментальных исследований формирования плазменно-пылевых структур в цилиндрическом разряде постоянного тока при воздействии внешнего аксиального магнитного поля с индукцией до 2500 Гс. Наблюдалось вращение плазменно-пылевых кластеров вокруг оси симметрии разряда, с частотой, зависящей от величины прикладываемого магнитного поля. Впервые наблюдалось сильное увеличение скорости вращения пылевых частиц (до 2,5 см/с) в пристеночной области газоразрядной трубки при увеличении напряжённости магнитного поля до 700 Гс. Получены динамические характеристики плазменно-пылевых структур при различных значениях напряжённости магнитного поля: их скорости, кинетические температуры, коэффициенты диффузии, а также параметр неидеальности. Предложено теоретическое объяснение инверсии угловой скорости вращения плазменно-пылевых структур, их разлета к стенкам, а также приведены оценки предельного магнитного поля, при котором левитация пылевых частиц становится невозможна вследствие их падения на стенки газоразрядной камеры.

*Е.В. Гладченко<sup>1,2</sup>, Б.В. Андрущечкин<sup>2</sup>,  
Г.М. Жидомиров<sup>2</sup>, К.Н. Ельцов<sup>2</sup>*

informm@yandex.ru, andrush@kapella.gpi.ru, zhidomirov@mail.ru,  
Eltsov@kapella.gpi.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

## Моделирование атомных структур в системах галоген/металл методом функционала плотности

Исследование механизмов взаимодействия активных газов с поверхностью твёрдых тел (полупроводников, металлов, оксидов) является одной из важнейших задач на пути разработки новых технологических процессов в микроэлектронике, совершенствовании каталитических систем, создании защитных покрытий и т. д. Уникальные возможности в изучении атомарного строения формирующихся хемосорбированных структур, обычно связанных с существенной реконструкцией поверхности твёрдого тела, открывает метод сканирующей туннельной микроскопии (СТМ). В последнее время, как правило, СТМ-эксперименты сопровождаются параллельными квантовохимическими расчётами, что качественно увеличивает структурную информацию таких исследований. Так, при изучении системы «кислород на поверхности металлов» во многом благодаря применению теоретических расчётов удалось снять противоречия в трактовке экспериментальных данных [1–2]. Было установлено, что кислород может формировать на поверхности сложные структуры (поверхностные оксиды), значительно отличающиеся по структуре, а значит и по свойствам как от простого хемосорбированного слоя кислорода, так и от объёмного оксида [3]. Поверхностные оксиды могут обладать особой каталитической активностью.

Для улучшения каталитической активности металлов к ним часто добавляют модификаторы. К перспективным модификаторам можно отнести галогены. Так, например, в реакции окисления эти-

лена к серебряному катализатору добавляется хлор, который значительно повышает его эффективность.

В данной работе мы представляем результаты исследования атомной структуры двух систем: I/Ag (100) [4] и Cl/Ag (111). Нами впервые показано, что для этих систем существует фаза поверхностных галогенидов: структур, значительно отличающихся как от простого хемосорбированного слоя галогена, так и от объёмного галогенида.

Теоретические расчёты проводились в рамках теории функционала плотности (ТФП) на кластере МФТИ-60 кафедры информатики МФТИ с использованием программного пакета VASP, разработанного в университете Вены.

**Система I/Ag (100).** Известно, что взаимодействие галогенов с поверхностью металлов происходит достаточно сложным образом, приводя к формированию на первой стадии реакции монослоя хемосорбированных атомов галогена и последующему росту плёнки галогенида металла типа MeHal на второй стадии.

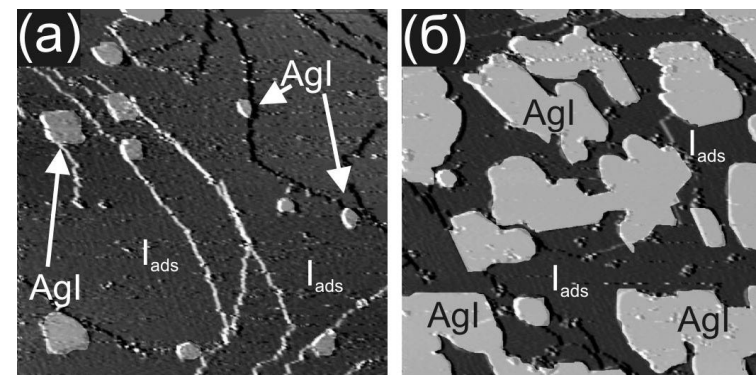


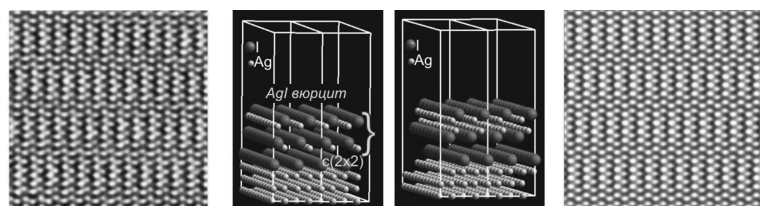
Рис. 1. Панорамные СТМ изображения ( $600 \times 600 \text{ nm}^2$ ) йодированной поверхности Ag (100), соответствующие различным значениям  $\eta$  (отношение интенсивностей оже-пиков йода и серебра): (а) 0.12; (б) 0.19. Ясно видны тонкие (толщиной 0,4 нм) островки поверхностного йодида серебра

Мы обнаружили [4], что для системы I/Ag (100) после заполнения монослойного покрытия начинает формироваться плёнка поверхностного йодида серебра толщиной 0,4 нм (рис. 1). На СТМ изображениях поверхности такой плёнки, помимо атомной модуляции с характерным периодом 0, 43–0,46 нм, присутствует сверх-



структура с периодом 5,0 нм и 0,83 нм вдоль направлений [010] и [100] соответственно (рис. 2а).

Для расшифровки такой сложной структуры плёнки AgI мы использовали моделирование методом функционала плотности. В качестве первого приближения для атомной структуры плёнки AgI использовались решётки типа вюрцита или цинковой обманки, помещённые как на чистую поверхность Ag (100), так и на монослой йода в структуре с (2 × 2). Мы обнаружили, что энергетически наиболее выгодной является новая структура, полученная в результате релаксации плёнки из двух бислоев AgI в решётке типа вюрцита, помещённых поверх структуры с (2 × 2) (рис. 2б). Следует отметить, что во время релаксации атомных слоёв отклонения структуры интерфейсного слоя от решётки с (2 × 2) оказалось незначительным. Структура поверхностного йодида серебра весьма необычна: она содержит две атомные плоскости серебра в центре и две атомные плоскости йода по краям. Дополнительным аргументом в пользу предложенной структуры плёнки AgI является совпадение рассчитанного СТМ изображения (рис. 2в) с экспериментально наблюдаемым СТМ изображением (рис. 2а).



(а) Экспериментальное СТМ изображение

(б) Структура островков AgI до и после релаксации

(в) Рассчитанное СТМ изображение

Рис. 2. (а) СТМ изображение ( $10,6 \times 10,6 \text{ нм}^2$ ) островка AgI на поверхности Ag (100); (б) модель структуры до релаксации и после; (в) рассчитанное СТМ изображение новой структуры

**Система Cl/Ag (111).** Низкотемпературные СТМ исследования показали, что при степени покрытия хлора, превышающей 0,44 монослоя на поверхности Ag (111), формируется новая фаза поверхностного хлорида серебра. Зарождение этой фазы происходит в виде небольших (1,5–2 нм) островков (рис. 3а), окруженных «морем» хемосорбированного хлора. Локальная структура поверхностного хлорида может быть описана ячейкой (3 × 3). Для выяснения атомной структуры этой фазы мы провели ТФП моделирование множества модельных структур и сравнили их по двум критериям:

минимуму энергетике и воспроизведению экспериментальных СТМ изображений. На рис. 3б показана единственная модельная структура, которая удовлетворяет обоим критериям. Стоит отметить, что она построена из тех же базовых принципов, по которым строилась структура Ag (111)-р (4 × 4)-О [1-2]: из верхнего слоя серебра удаляется несколько атомов, а оставшиеся атомы верхнего слоя серебра образуют два треугольника, причём в одном треугольнике атомы сидят в позиции г. ц. к, а в другом в г. п. у; атомы адсорбата располагаются в образовавшихся квадратах из атомов серебра. Основное различие между структурой, образованной кислородом, и структурой, образованной хлором, состоит в размерах (4 или 3 элементарные ячейки подложки серебра в каждом направлении) и наличии атома адсорбата в углу ячейки.

Как следует из модели на рис. 3б, структура фазы (3 × 3) значительно отличается как от простого хемосорбированного слоя, так и от объёмной структуры AgCl. Поэтому её можно назвать поверхностным хлоридом.

Нами впервые обнаружено, что в местах пересечения островков поверхностного хлорида (3 × 3) формируются кластеры серебра размером 1–1,5 нм (рис. 3б). Эта интересная особенность системы Cl/Ag (111) возможно является причиной её высокой каталитической активности.

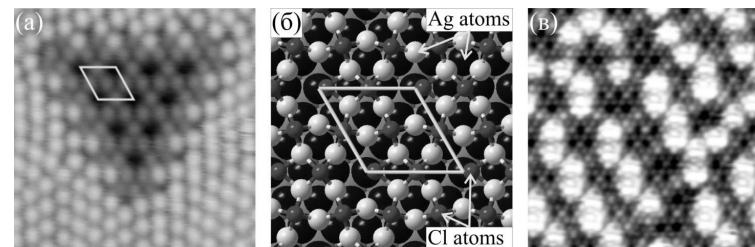


Рис. 3. (а) СТМ изображение ( $5,9 \times 5,9 \text{ нм}^2$ ) островка с фазой (3 × 3) на поверхности Ag (111); (б) модель структуры (3 × 3); (в) СТМ изображение ( $13,1 \times 13,1 \text{ нм}^2$ ) кластеров на фазе (3 × 3)

**Заключение.** Таким образом, на основе экспериментальных и теоретических данных мы показали возможность расшифровки атомной структуры поверхностных галогенидов. Зная атомную структуру поверхности, появляется возможность выяснения каталитической роли тех или иных поверхностных центров. На основе

полученных данных об атомной структуре в будущем планируется изучение каталитической активности поверхностных галогенидов.

### Литература

1. *Schnadt J.* [et al.]. Revisiting the Structure of the p ( $4 \times 4$ ) Surface Oxide on Ag (111) // Phys. Rev. Let. — 2006. — V. 96. — P. 146101.
2. *Schmid M.* [et al.]. Structure of Ag (111)-p ( $4 \times 4$ )-O: No Silver Oxide // Phys. Rev. Let. — 2006. — V. 96. — P. 146102.
3. *Lundgren E.* [et al.]. Surface oxides on close-packed surfaces of late transition metals // J. Phys. Condens. Matter. — 2006. — V. 18. — P. 481–499.
4. *Andryushechkin B.V., Zhidomirov G.M., Eltsov K.N., Hladchanka Y.V., Korlyukov A.A.* Local structure of the Ag (100) surface reacting with molecular iodine: Experimental and theoretical study // Phys. Rev. B. — 2009. — V. 80. — P. 125409.

УДК 538.956, 538.958

*Е.С. Жукова<sup>1</sup>, Б.П. Горшун<sup>2</sup>, А.С. Прохоров<sup>2</sup>*

zhukovaelena@inbox.ru, gorshunov@ran.gpi.ru, asprokhorov@list.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

## Оптическая спектроскопия материалов с электронными корреляциями

Последние годы характеризуются возрастанием интереса к исследованиям проводящих веществ, в которых носители тока не могут рассматриваться как независимые, например, в обычных металлах или полупроводниках. Эти вещества классифицируются электронно-коррелированные. Стремление понять и смоделировать их свойства стимулирует совершенствование известных и разработку новых экспериментальных методов исследования. Важное место среди таких методов занимает оптическая спектроскопия, позволяющая определять многие важные микро- и макроскопические

характеристики материалов. Типичные энергии, характеризующие электронно-коррелированные состояния в твёрдых телах, как правило, составляют доли электронвольта или единицы миллиэлектронвольта и располагаются в дальней инфракрасной или ещё более низкочастотной области спектра — терагерцовой. Эта область является труднодоступной для проведения измерений с помощью стандартных спектроскопических методик. Разработанная в Институте общей физики им. А.М. Прохорова РАН уникальная техника монохроматической терагерцовой (субмиллиметровой) ЛОВ-спектроскопии (ЛОВ — лампа обратной волны, генератор излучения) позволяет проводить количественные исследования диэлектрического отклика веществ именно в терагерцовой-субтерагерцовой области спектра.

Для исследований нами были выбраны три различных класса объектов, в которых эффекты коллективного поведения электронов происходят на наномасштабном уровне. В частности, были проведены измерения диэлектрических параметров таких веществ, как спиновые стекла состава  $Au_{1-x}Fe_x$ , манганиты  $La_{0,25}Ca_{0,75}MnO_3$  и гетероструктуры Ge/Si. Все измерения проводились в широком интервале температур: от комнатной, до гелиевой.

Составы  $Au_{1-x}Fe_x$  исследовались в широком интервале концентраций железа — от малых, соответствующих спин-стеклольному состоянию, до высоких, отвечающих концентрированным ферромагнитным сплавам:  $x = 1, 5, 4, 6, 17$  и  $22$  ат. %. Для  $x = 6$  ат. % в спин-стеклольной фазе в спектре проводимости на частотах  $10\text{--}40\text{ см}^{-1}$  обнаружена дисперсия проводимости, обусловленная щелью подвижности в подсистеме электронов, вовлечённых во взаимодействие Рудермана–Киттеля–Касуи–Йосиды (РККИ) между магнитными центрами Fe. В образцах с концентрациями  $x = 6\text{--}22$  ат. % при комнатной температуре обнаружены полоса поглощения на частотах  $1000\text{--}3000\text{ см}^{-1}$  и дисперсия низкочастотной проводимости мотовского вида  $\sigma \sim \omega^s$ . Происхождение обнаруженных эффектов мы связываем с локализацией электронов проводимости внутри наноразмерных кластеров, содержащих ферромагнитно-упорядоченные ионы железа [1].

Для следующего объекта исследования, манганита состава  $La_{0,25}Ca_{0,75}MnO_3$ , приготовление образцов в виде таблеток, пресованных из порошка с различными размерами гранул от нескольких микрометров до 40 нм, позволило изучить влияние нано-раз-

мерных эффектов на магнитное и зарядовое упорядочения в этом материале [2]. При гелиевых температурах в поликристаллических образцах с размерами гранул в несколько микрометров на частоте в районе 1 ТГц нами обнаружена линия поглощения. Ее происхождение мы связываем с акустическими фононами, которые становятся оптически активными при свертывании в центр зоны Бриллюэна вследствие структурного фазового перехода. С уменьшением размера гранул от 800 нм до 40 нм фоннная мода подавляется, в то время как зарядовое и антиферромагнитное упорядочение проявляет себя практически в той же мере, что и в поликристаллических образцах. Такое поведение свидетельствует в пользу слабой связи между соответствующими параметрами порядка и кристаллической решёткой. Во всех образцах на частотах от 4 — 20 см<sup>-1</sup> спектры проводимости и диэлектрической проницаемости при температурах ниже 100 К выказывают сильную релаксационную зависимость, которая физически обоснована, если переход в зарядоупорядоченную фазу рассматривать как переход типа порядок–беспорядок.

Гетероструктуры Ge/Si с квантовыми точками были приготовлены на подложке Si (001) КДБ12 методом молекулярно-лучевой эпитаксии и состояли из слоев: буферный слой Si толщиной 100 нм; слой Ge, толщина которого варьировалась от 0.4 до 1,8 нм; слой Si толщиной 50 нм — барьерный слой между слоями Ge; верхний слой Si толщиной 50 нм. Слой Ge и барьерный слой Si повторялись 5 раз. В терагерцовых спектрах таких гетероструктур нами обнаружена неожиданно большая величина проводимости (поглощения) слоёв с квантовыми точками Ge по сравнению с проводимостью «массивного» германия. Нам неизвестны теории, которые адекватно описывали механизм такой «эффективной» проводимости.

### Литература

1. Прохоров А. С. [и др.]. Локализация электронов проводимости в ферромагнитных кластерах AuFe// Письма в ЖЭТФ. — 2009. — Т. 89, № 9. — С. 555–559.
2. Zhang T., Zhou T.F., Qian T., Li X.G. Particle size effects on interplay between charge ordering and magnetic properties in nanosized La<sub>0.25</sub>Ca<sub>0.75</sub>MnO<sub>3</sub>// Phys. Rev. B. — 2007. — V. 76, N. 17. — P. 174415–174422.

УДК 519.6

*В.А. Казеев*

kva@bach.inm.ras.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Минимизационный метод ньютоновского типа для задачи канонической аппроксимации тензоров

**Введение.** Большое число задач — математической физики, обработки статистических данных, изображений и сигналов — оканчивается связанными со структурами данных, элементы которых естественным образом нумеруются более чем двумя индексами в отличие от привычных уже вычислителям векторов и матриц. Такие объекты называются тензорами, многомерными матрицами или многомерными массивами.

Насущная необходимость уменьшения числа параметров, задающих тензоры, а значит, и сложности вычислений с ними, для преодоления «проклятия размерности» заставляет использовать компактные тензорные разложения. Одним из них является каноническое разложение, реализующее идею разделения переменных. Помимо указанных выше задач оно находит применение в теории сложности алгоритмов, что наглядно иллюстрируется на примере задачи перемножения матриц [4].

Автором предложен минимизационный алгоритм ньютоновского типа для решения задачи рекомпрессии канонического разложения. Полученный метод позволяет уменьшать ранг разложения и в некоторых случаях находить разложения минимального ранга. Для примера тензора перемножения матриц  $2 \times 2$  эффективно найдется разложение ранга 7, порождающее алгоритм с 7 активными умножениями, аналогичный предложенному Штрассеном.

**Основные понятия и обозначения.** Размерностью тензора называют число индексов, нумерующих его элементы. Каждый такой индекс называется модой тензора, а число возможных значений индекса — длиной соответствующей моды. Пусть заданы  $d \in N$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Множество вещественных тензоров размерности  $d$  с длинами

мод  $n$  будем обозначать  $\mathcal{T}_n^d$ ,  $\mathcal{J} = \{1..n\}^d$  — множество допустимых индексов тензора. Полагая  $\|T\| = (\sum_{i \in \mathcal{J}} t_i^2)^{\frac{1}{2}} \forall T \in \mathcal{T}_n^d$ , получаем, что  $(\mathcal{T}_n^d, \|\bullet\|)$  — линейное нормированное пространство.

Если для некоторого числа  $r \in N$  и матриц  $U^{(1)}..U^{(d)} \in R^{n \times r}$  справедливо соотношение  $s_i = \sum_{k=1}^r u_{i_1 k}^{(1)} \dots u_{i_d k}^{(d)} \forall i \in \mathcal{J}$ , то говорят, что оно задает каноническое разложение ранга  $r$  тензора  $S = \{s_i\}_{i \in \mathcal{J}}$  с матрицами разложения  $U^{(1)}..U^{(d)}$ . Этот факт будем обозначать записью  $S = (U^{(1)}..U^{(d)})$ .

**Постановка задачи о малоранговом приближении тензора.** Большую практическую важность имеет задача аппроксимации в норме  $\|\bullet\|$  исходного тензора  $S = (U^{(1)}..U^{(d)})$ , заданного в каноническом разложении ранга  $R$ , тензором  $T = (V^{(1)}..V^{(d)})$  в каноническом разложении ранга  $r < R$ . Такая задача заключается в минимизации целевой функции  $\varphi = \frac{1}{2} \|T - S\|^2$  по всем тензорам  $T$ , допускающим каноническое разложение ранга  $r$ . Однако в такой, первой, постановке, задача некорректна: нельзя гарантировать ни единственности решения задачи в случае его существования, ни самого его существования [1]. Поэтому корректная постановка задачи также оказывается предметом исследования.

**Предложенный метод решения задачи.** Автором предложен метод решения поставленной задачи методом ньютоновского типа. При этом целевая функция подвергается регуляризации: в  $\varphi$  добавляется слагаемое, равное сумме квадратов норм одноранговых тензоров взятых с некоторым весом, суммой которых представляется тензор  $T$ . Для решения задачи минимизации используется подход Newton Trust Region: на первом этапе внешней итерации строится квадратичная модель целевой функции в доверительной области (последнее учитывает локальность модели), на втором этапе полученная модельная функция минимизируется в доверительной области, на третьем этапе производится корректировка параметров модели (в частности, радиуса доверительной области). Линейная система, возникающая на втором этапе, решается приближённо методом сопряженных градиентов с предобуславливанием (внутренние итерации); для выхода из внутренних итераций используется стратегия, предложенная в [3]. Метод сходится линейно глобально и квадратично локально к локальному минимуму целевой функции.

Автором изучена специфическая структура целевой функции, её градиента и гессиана. При размерности задачи  $dnr$  после предварительного вычисления грамианов  $V^{(k)*}V^{(k)}$  и  $U^{(k)*}V^{(k)}$  для  $k = \overline{1..d}$  с затратами  $O(dnr(r+R))$  и матриц квадратичной модели целевой функции с затратами  $O(d^2r(r+R))$  оказалось возможным вычислять значение целевой функции с затратами  $O(r(r+R))$ , её градиент — с затратами  $O(dnr(r+R))$ , а произведение её гессиана на произвольный вектор — с затратами  $O((d+n)dr(r+R))$ .

В [2] та же задача решается методом Ньютона с линейным поиском, для чего также строится квадратичная модель целевой функции, однако структура гессиана учитывается не полностью, и вычисление объектов, аналогичных названным выше матрицам квадратичной модели, предлагается выполнять с затратами  $O(d^2nr(r+R))$ , квадратичными по размерности тензора.

### Литература

1. *Beylkin G. and Mohlenkamp M.J.* Algorithms for numerical analysis in high dimensions // SIAM Journal on Scientific Computing. — 2005. — V. 26, N. 6. — P. 2133–2159.
2. *Espig M.* Effiziente Bestapproximation mittels Summen von Elementartensoren in hohen Dimensionen, PhD thesis. University of Leipzig, 2008.
3. *Steihaug T.* The conjugate gradient method and trust regions in large scale optimization // SIAM Journal on Numerical Analysis. — 1983. — V. 20, N. 3. — P. 626–637.
4. *Тыртъишиников Е.Е.* Матричный анализ и линейная алгебра. — М.: Физматлит, 2007.

*Д.В. Кулямин*

kulyamind@mail.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Спектральные характеристики квазидвухлетних колебаний экваториального стратосферного ветра

Рассматривая низкочастотную изменчивость атмосферной циркуляции как одно из наиболее важных атмосферных явлений, её можно выделить в класс наиболее приоритетных для исследования процессов квазидвухлетних колебаний зонального ветра в экваториальной стратосфере (КДК). Общий обзор этого явления и его роли в глобальной атмосферной циркуляции можно найти в [1]. Многочисленные исследования показывают необходимость воспроизведения КДК в современных моделях общей циркуляции атмосферы (ОЦА). При этом требуется воспроизводить как основные характерные особенности самих КДК, так и влияние КДК на другие атмосферные процессы.

В работе [2] исследованы механизмы формирования КДК с помощью различных малопараметрических моделей, в работе [3] рассмотрена задача воспроизведения этого явления в модели ОЦА ИВМ РАН. При исследовании КДК возникает ряд вопросов, требующих своего решения, среди которых наиболее существенной является проблема формирования периода колебаний, его устойчивости и его связи с полугодовой и годовой гармониками. Доклад посвящен исследованию изменчивости периода КДК по данным анализов наблюдений ERA40, NCEP/NCAR и по данным моделирования с моделью ОЦА ИВМ РАН. Основным методом исследований — спектральный анализ рядов средней зональной скорости на экваторе.

Основной задачей является выявление основных особенностей формирования и изменчивости периода КДК и их возможной синхронизации с полугодовыми колебаниями (ПГК) и сезонным циклом. На рис. 1 приведены результаты спектрального анализа зональной скорости на экваторе по данным наблюдений и моделиро-

вания. Спектральные максимумы наблюдаются в области стратосферы со значением периода  $\sim 28$ –29 месяцев (КДК), а также в районе стратопauзы и мезосферы, соответствующие ПГК и годовому циклу (по данным ERA40). Отметим также присутствие относительно слабого годового цикла на уровне тропопauзы.

Для КДК в целом анализ показывает широкий спектральный максимум в области от двух до трёх лет, характеризующих изменчивость периода КДК, при этом имеется побочный пик в области 23–25 месяцев, что может свидетельствовать в пользу явления синхронизации четырёх ПГК (или двух годовых циклов) и КДК. Выделяется ряд нерегулярных достаточно слабых пиков, некоторые из которых наиболее сильно проявляются в районе стратопauзы, в переходной области между КДК и ПГК. Как и по результатам спектрального анализа данных наблюдений, по данным численного моделирования получены сильные пики, соответствующие ПГК и сезонному циклу в мезосфере и на уровне стратопauзы и широкий спектральный пик КДК с максимумом при  $T \sim 28$  месяцев, при этом есть слабые побочные пики при  $T \sim 33$  месяца и  $T \sim 22$  месяца. Результаты анализа спектральных характеристик КДК по данным моделирования можно признать близкими к наблюдениям. Отметим, что отсутствие явных спектральных максимумов в областях 24 и 30 месяцев не говорит в пользу гипотезы о полной синхронизации ПГК и КДК. Однако в целом по спектральным характеристикам трудно делать однозначные выводы о процессах синхронизации.

### Литература

1. Baldwin M.P. [et al.]. The Quasi-Biennial Oscillation // Review of Geophysics. — 2001. — V. 39, N. 2. — P. 179–229.
2. Кулямин Д.В., Володин Е.М., Дымников В.П. Моделирование квазидвухлетних колебаний зонального ветра в экваториальной стратосфере. Часть I. Малопараметрические модели // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 2008. — Т. 44, № 1. — С. 5–20.
3. Кулямин Д.В., Володин Е.М., Дымников В.П. Моделирование квазидвухлетних колебаний зонального ветра в экваториальной стратосфере. Часть II. Модели общей циркуляции атмосферы // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 2009. — Т. 45, № 1. — С. 43–61.

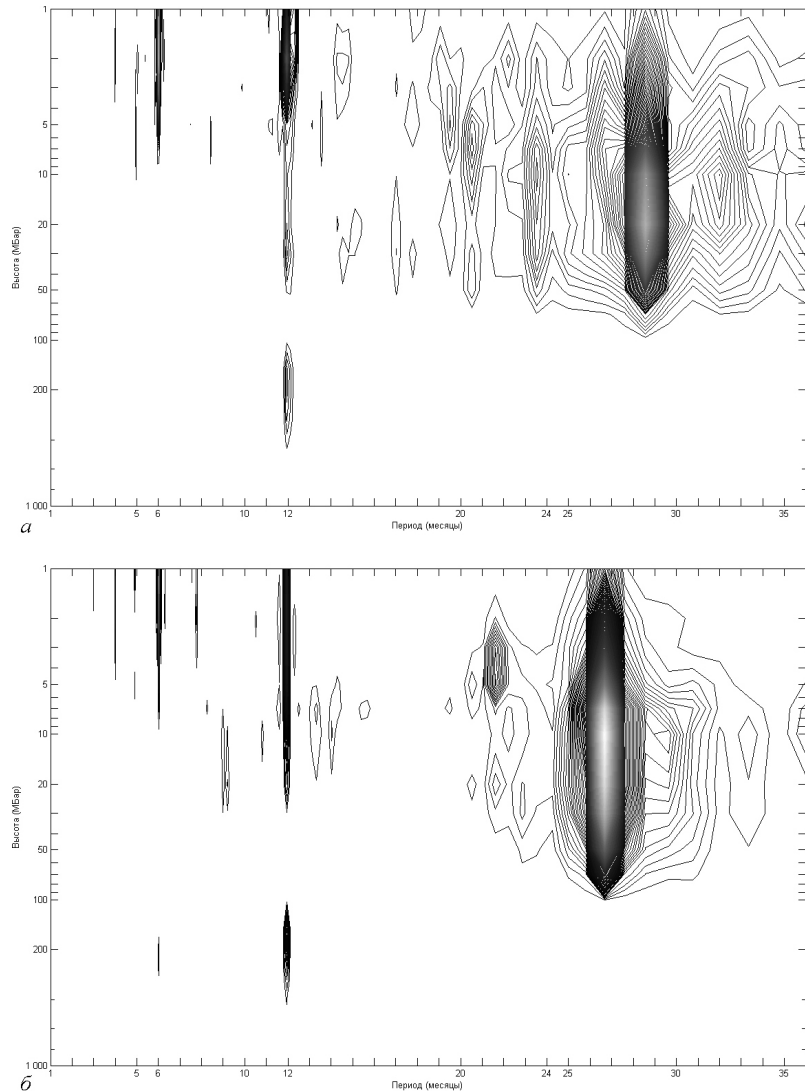


Рис. 1. Спектр зонального ветра на экваторе по периодам по данным реанализов наблюдений NCEP/NCAR (а), за время 1956–2004 годы и ERA40 (б) за время 1977–2001 годы, а также по данным численного эксперимента с моделью ОЦА ИВМ РАН (в) за 100 лет. Высотная область 1000 — 1 Мбар. Изолинии проведены в относительных единицах

## Секция электродинамики сложных систем и нанопотоники

УДК 537.876.23

*А.И. Игнатов, А.М. Мерзликін, А.П. Виноградов*  
 ignatovtoha@gmail.com, merzlikin\_a@mail.ru, a-vinogr@yandex.ru  
 Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН

### Локализация света в слоях с одинаковым адмитансом

В работе исследована локализация света на случайной одномерной последовательности слоёв с одинаковыми адмитансами. Рассмотрено, как ведёт себя длина локализации в зависимости от угла падения света на многослойную структуру для различных поляризаций падающей волны ( $p$  — и  $s$ -поляризации).

Для выделенной поляризации ( $s$  или  $p$ ) задача рассеяния волны, падающей под углом, сводится к рассеянию волны, падающей по нормали, при этом каждый слой будет описываться «угловым» адмитансом, отличным от характеристического и зависящим от угла падения:

$$Y_s = \frac{H_z}{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \sqrt{1 - \left(\frac{k_z}{k}\right)^2}$$

и

$$Y_p = \frac{H}{E_z} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left( \sqrt{1 - \left(\frac{k_z}{k}\right)^2} \right)^{-1}, \quad (1)$$

и показателем преломления

$$n_s = n_p = \sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{1 - \left(\frac{k_z}{k}\right)^2} \quad (2)$$

где  $k = \sqrt{\varepsilon\mu}k_0$ ,  $k_0$  — волновой вектор в вакууме, а  $k_z$  — проекция волнового вектора на плоскость слоёв.

Случайные среды со слоями с одинаковым адмитансом обладают многими интересными особенностями. Например, в [1] показано, что в двухкомпонентной системе слоёв с  $\mu = 1$  при падении света под углом Брюстера, соответствующим равенству адмитансов двух слоёв для  $p$ -поляризованной волны, наблюдается делокализация — свет распространяется в среде одинакового адмитанса. При этом так как для слоёв с  $\mu = 1$  угол Брюстера наблюдается только для  $p$ -поляризованного света, то для  $s$ -поляризованной волны таких угловых особенностей нет. Если же рассмотреть случайную слоистую среду со слоями  $\mu \neq \text{const} = 1$ , то того же эффекта делокализации можно достичь в системе со случайными  $\varepsilon$  и  $\mu$ , отношение которых, однако, одно и то же для всех слоёв. Таким образом, у всех слоёв будет равный характеристический адмитанс. Такая делокализация будет иметь место теперь уже и для  $s$ -, и для  $p$ -поляризованных волн при нормальном падении. Заметим, что при падении под углом адмитансы для  $s$  — и  $p$  — поляризованных волн различны в силу разной зависимости от  $k_z$  (см. уравнение (1)).

Для описания распространения электромагнитной волны в слоистой среде был использован формализм  $T$ -матриц. Индекс Ляпунова (то есть обратная длина локализации) определялся по коэффициенту прохождения  $t$ , как  $LE = -\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\langle \ln(|t|) \rangle}{L}$ , где  $\langle \rangle$  — усреднение по ансамблю, а  $L$  — толщина системы.

Расчёты зависимости индекса Ляпунова от угла приведены на **рис. 1**. Как и ожидалось при нормальном падении ( $\alpha = 0$ ), когда адмитансы слоёв соответствуют характеристическим, в системе наблюдается делокализация  $LE_s = LE_p = 0$ . При падении под углом оказалось, что индекс Ляпунова одинаков для  $s$  и  $p$  поляризаций

$$LE_s = LE_p,$$

причём он не просто качественно похож, а идентичен (отличие, видимое на рисунке, обусловлено конечностью выборки и граничными эффектами).

В отдельной же реализации коэффициенты прохождения для  $s$  — и  $p$  — поляризованных волн могут быть различны (**рис. 2**).

Объяснить равенство индексов Ляпунова для всех поляризаций света можно, показав, что  $T$ -матрица всей случайной системы есть функция  $Y_{n-1}/Y_n$  для угловых адмитансов  $Y_n$  всех внутренних сло-

ев, и только адмитансы первого и последнего слоя входят в выражение для  $T$ -матрицы системы отдельно. С другой стороны, из формулы (1) следует, что отношение  $Y_{n-1}/Y_n$  имеет одинаковую функцию распределения для обеих поляризаций. При этом показатели преломления для разных поляризаций равны (см. формулу (2)). Значит,  $T$ -матрица всей системы имеет одинаковое распределение для обеих поляризаций (если пренебречь граничными эффектами) и функции их распределения в среднем идентичны для обеих поляризаций.

Итак, нами показано, что в одномерной случайной системе со слоями с одинаковыми адмитансами при нормальном падении волна делокализована, локализация усиливается монотонно при росте угла падения, причём для  $s$  — и  $p$ -поляризаций падающей волны показатели Ляпунова равны в среднем по реализациям случайной системы при любых углах падения волны.

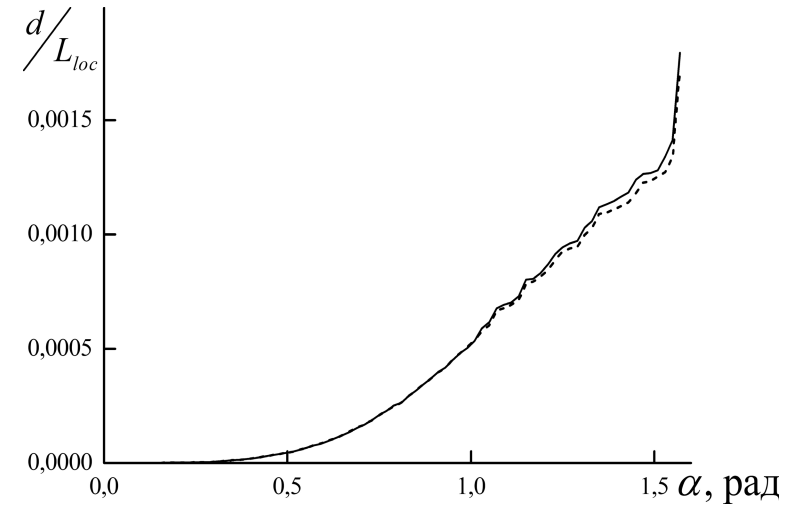


Рис. 1. Зависимость обратной длины локализации ( $d/L_{loc}$ ) от угла падения волны на случайную слоистую систему, диэлектрические проницаемости слоёв которой распределены равномерно в интервале от 2 до 17, при этом для каждого слоя  $\mu = \varepsilon/2$ . Толщины всех слоёв одинаковы и равны  $d$ .  $k_0d = 1,0$ . Сплошная кривая — для  $s$ -поляризации, пунктирная — для  $p$ -поляризации

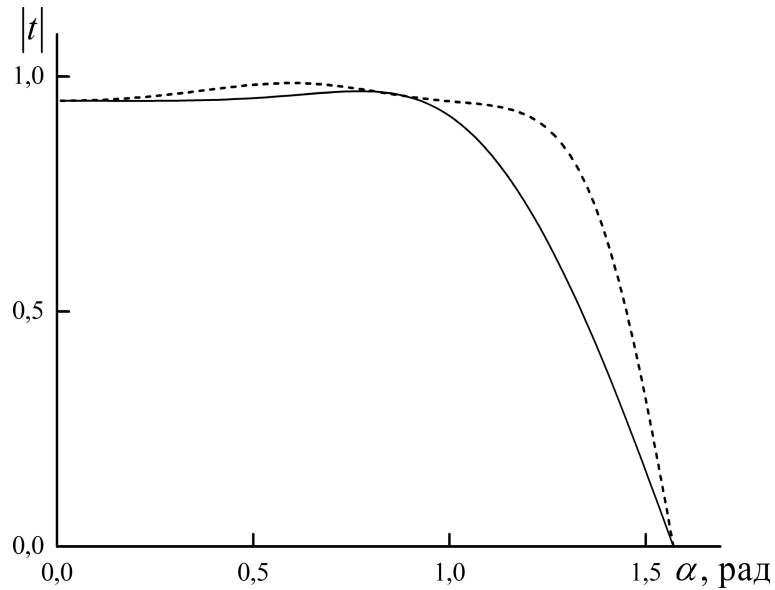


Рис. 2. Коэффициент прохождения для  $s$  — (сплошная кривая) и  $p$  — (пунктирная кривая) поляризованных волн через систему из 30-ти слоёв как функция угла падения  $\alpha$ . Частота  $k_0d = 1,0$ , диэлектрические проницаемости выбирались случайным образом из интервала от 2 до 17. Магнитная проницаемость  $\mu = \varepsilon/2$

### Литература

1. *Sipe J.E., Sheng P. [et al.]. Brewster anomalies: a polarization-induced delocalization effect // Phys. Rev. Lett. — 1988. — V. 60, N. 2. — P. 108–111.*

УДК 537.876.23

*А.И. Игнатов, А.М. Мерзликін, А.П. Виноградов*  
 ignatovtoha@gmail.com, merzlikin\_a@mail.ru, a-vinogr@yandex.ru  
 Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН

## Об андерсоновской локализации в одномерных периодических в среднем анизотропных оптических системах

Нами рассмотрен вопрос об андерсоновской локализации в одномерных периодических в среднем оптических системах с анизотропией. Вопрос о локализации в периодических в среднем одномерных системах изучался для случая изотропных сред. В [1] показано, что, для случая одномерной слоистой периодической в среднем системы со слоями из изотропного материала, при одной и той же степени беспорядка длина локализации сравнительно велика на частотах, находящихся в разрешённых зонах соответствующей периодической системы при приближении к частотам, соответствующих границам запрещённых зон периодической системы длина локализации резко падает. Нами, однако, показано, что для слоистых систем со слоями из анизотропного материала ситуация меняется: даже вдали от частот, соответствующих запрещённым зонам строго периодической системы, может наблюдаться резкое усиление локализации.

Конкретно нами рассмотрены одномерные слоистые периодические в среднем немагнитные системы со слоями из одноосных диэлектрических кристаллов, оптические оси которых лежат в плоскости слоёв. При этом показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волн в слоях меняются строго периодически с периодом в два слоя, толщины  $d$  всех слоёв одинаковы. Случайность вносится только в ориентации оптических осей слоёв, Мы рассматривали только случай нормального падения волны на структуру.

Мы провели расчёты длин локализации для разных величин разброса углов поворота оптических осей слоёв для системы с показателями преломления обыкновенной и необыкновенной волн соответственно,  $n_o = 1,41$  и  $n_e = 2,77$  для первого слоя периода системы и  $n_o = 1,22$  и  $n_e = 2,12$  для второго слоя периода. На **рис. 1**



изображена зависимость показателя Ляпунова (мнимой части блоховского волнового вектора) от частоты в случае нулевого разброса в углах поворота оптических осей. Пики соответствуют запрещённым зонам. На рис. 2 показана зависимость показателя Ляпунова от частоты при разбросе углов в интервале от  $-\Delta\alpha$  до  $\Delta\alpha$ , где  $\Delta\alpha = 0,15$  рад. Наблюдаемый пик при частоте  $k_0^*d \approx 0,83675$  находится вдалеке от запрещённых зон строго периодической системы. Высота пика степенным образом зависит от  $\Delta\alpha$ .

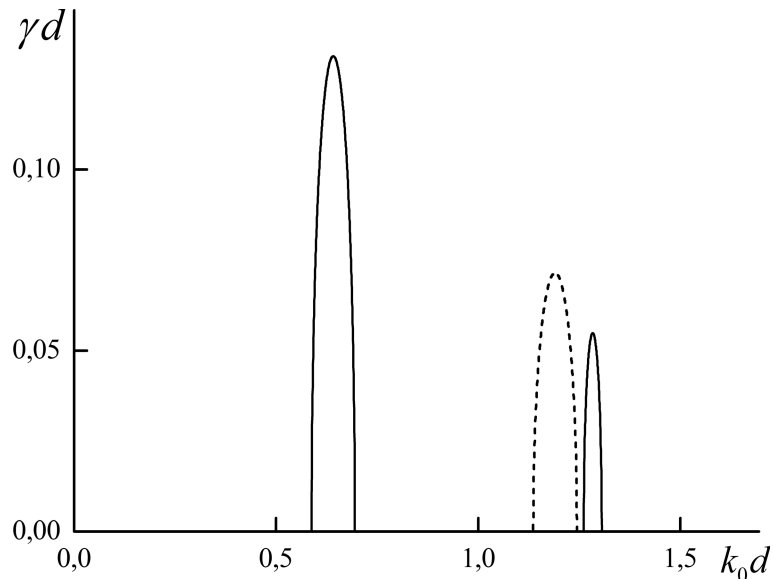


Рис. 1. Зависимость показателя Ляпунова от частоты при нулевом разбросе углов  $\Delta\alpha$ . Сплошной линией показаны данные для необыкновенной волны, пунктирной — для обыкновенной

Пик на рис. 2 наблюдается для двух взаимно перпендикулярных поляризаций падающих на систему волн, тогда как при нулевом разбросе углов возникновение запрещённых зон независимо для различных поляризаций. Каков же механизм локализации? В [2] показано, что причиной локализации в изотропных системах являются брэгговские отражатели (БО), входящие в состав случайной системы, то есть такие подсистемы, что фотонные кристаллы (ФК), образованные из них, взятых в качестве периода, будут иметь запрещённую зону на рассматриваемой частоте. Рост количества БО приводит к уменьшению длины локализации. Чтобы го-

ворить о БО в системе с  $\Delta\alpha \neq 0$ , рассмотрим анизотропный ФК с периодическим отклонением оптических осей слоев. Такие ФК рассмотрены в [3]. Там показано, что в таких ФК, кроме обычных запрещённых зон на границе зоны Бриллюэна, возникают запрещённые зоны (зоны Юха) внутри зоны Бриллюэна из-за конструктивной интерференции волн различных дисперсионных ветвей, которые уже не являются перпендикулярно поляризованными по отношению друг к другу. Частота пика  $k_0^*d \approx 0,83675$  соответствует условию  $(K_1^{Bloch} + K_2^{Bloch})2d = 2\pi$  на частоту первой зоны Юха в периодической структуре с тем же законом изменения характеристик материалов слоев, что и в рассматриваемой нами случайной системе, но с периодическим изменением углов поворота оптических осей (для любых  $\Delta\alpha$ ). Поэтому появление рассматриваемого пика можно объяснить ростом количества юховских БО в окрестности частоты  $k_0^*d$ .

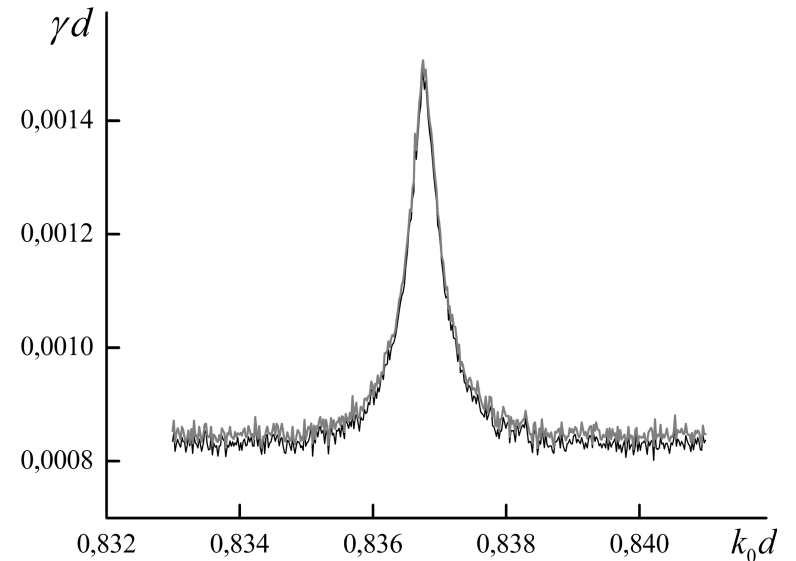


Рис. 2. Зависимость показателя Ляпунова (обратной длины локализации) от частоты при  $\Delta\alpha = 0,15$  рад. Черным и серым представлены данные для взаимно перпендикулярных поляризаций падающих на систему волн

Итак, нами показано что в одномерных периодических в среднем анизотропных системах может наблюдаться сравнительно боль-

шой рост локализации даже вдали от запрещённых зон соответствующей строго периодической системы.

### Литература

1. *McGurn A.R., Christensen K.T., Mueller F.M., Maradudin A.A.* Anderson localization in one-dimensional randomly disordered optical systems that are periodic on average // *Phys. Rev. B.* — 1993. — V. 47, N. 20. — P. 13120–13125.
2. *Vinogradov A.P., Merzlikin A.M.* Band theory of light localization in one-dimensional disordered systems // *Phys. Rev. E.* — 2004. — V. 70, 026610.
3. *Yeh P.* Electromagnetic propagation in birefringent layered media // *J. Opt. Soc. Am.* — 1979. — V. 69, N. 5. — P. 742–756.

УДК 537.8

*Е.О. Лизнёв<sup>1,2</sup>, А.П. Виноградов<sup>2</sup>, А.В. Дорофеев<sup>2</sup>*  
 liznev@phystech.edu, a-vinogr@yandex.ru, asdf00@mail.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
 (государственный университет)

<sup>2</sup> Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН

## Среда с близкими к нулю диэлектрической и магнитной проницаемостями как универсальный материал для создания электромагнитной маскировки. Создание композитов с близкой к нулю диэлектрической и магнитной проницаемостями

Недавно был предложен новый подход, который зачастую называют клокинг (eng. Cloaking). На данный момент существует три основных метода клокинга. Первый из них предложен Линхардом и Пендри и базируется на известном явлении миража — изгибании световых лучей в среде с градиентом коэффициента преломления. Было показано, что при правильном выборе распределения диэлектрической и магнитной проницаемостей можно принудить световые лучи идеально «огинать» объекты. Второй подход был предложен профессором С.А. Третьяковым, вытекает из первого подхода и состоит в создании сети волноводов, ограниченных антеннами с импедансом, равным импедансу внешней среды. Эта система допускает проникновение поля из внешней среды в систему и наоборот. Однако волны проходят через волноводы, окружающие объект, обеспечивая его маскировку. Третий подход, так называемый плазмонный клокинг, нацелен на уменьшение дипольного отклика объекта и основывается на решении задачи Хашина–Штрикмана. Клокинг в данном случае заключается в покрытии объекта однородной оболочкой. Хотя реализация данного подхода достаточно проста, маскировка получается неидеальной.

В данном докладе мы покажем, что ключевой момент всех этих подходов — применение материала с диэлектрической проницаемостью очень близкой к нулю. В этом случае нулевая диэлектрическая и магнитная проницаемости материала предотвращают проникновение света в маскируемую область, так как нормальные компоненты как магнитного, так и электрического, поля становятся в этом случае равными нулю, что реализуется в методе, предложенном Линхардом и Пендри. В недавнем прошлом профессор Энджета показал, что волновод с очень малым сечением, сделанный из материала с малыми диэлектрической и магнитной проницаемостями, может поддерживать распространение волн, что может быть использовано при реализации метода, предложенного Третьяковым.

В данном докладе показано, что в квазистатическом случае идеальный плазмонный клокинг несферических тел возможен при использовании оболочки Хашина–Штрикмана из материалов с близкой к нулю диэлектрической и магнитной проницаемостью. При увеличении частоты данная оболочка начинает работать как волновод Третьякова–Энджеты.

Кроме того, что была показана ценность сред с близкой к нулю диэлектрической проницаемостью на примере клокинга. Также был предложен механизм создания таких сред путём внедрения в некую матрицу шарообразных включений. Продемонстрировано два подхода по производству подобных сред — металлические включения и металлическая пена. Решена задача оптимизации потерь в средах этих двух типов.

### Литература

1. Pendry J.B., Schurig D., Smith D.R. Controlling Electromagnetic Fields // Science. — 2006. 1125907.
2. Alitalo P., Luukkonen O., Jylha L., Venermo J., Tretyakov S.A. Transmission-Line Networks Cloaking Objects From Electromagnetic Fields // IEEE. — 2008. — AP 56. — P. 416–424.
3. Hashin Z., Strikman S. A variation approach to the theory of the elastic behavior of multiphase materials // J. Mech. Phys. Solid. — 1963. — N 11. — P. 127–140.
4. Alu, A., Engheta, N. Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings // Physical Review E. — 2005. — № 72. — 016623.

УДК 538.3(075.8)

И.А. Нечепуренко<sup>1,2</sup>, А.В. Дорофеев<sup>2</sup>,  
А.П. Виноградов<sup>2</sup>

Igor-Nechepurenko@yandex.ru, asdf00@mail.ru, a-vinogr@yandex.com

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН

## Плазмонные зоны в фотонных кристаллах отрицательной контрастности

В данной работе рассматриваются одномерные фотонные кристаллы отрицательной контрастности, имеющих ячейку из 2-х слоёв с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1 < 0$  (металл) и  $\varepsilon_2 > 0$  (диэлектрик). Из работы С.М. Рытова [1, 2] известно дисперсионное уравнение для такого кристалла:

$$\cos \kappa_B = \cos \kappa_1 \cos \kappa_2 - 0,5 (Z_1/Z_2 + Z_2/Z_1) \sin \kappa_1 \sin \kappa_2,$$

где  $\kappa_B$  — блоховское волновое число (в безразмерных единицах),  $\kappa_i = d_i \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2}$ ,  $i = 1, 2$  — оптическая толщина  $i$ -го слоя,  $Z_i = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2} / (k_0 \varepsilon_i)$  — импеданс ТМ-поляризованной волны в  $i$ -м слое. Из дисперсионного уравнения определяется  $Im[\kappa_B(k_0, k_x)]$ . Если эта величина отлична от нуля, то волна в фотонном кристалле не может распространяться — это называется запрещённой зоной.

Зоны пропускания рассматриваемых фотонных кристаллов имеют различное происхождение. Часть зон возникает из мод диэлектрического волновода, другая часть — из плазмонного резонанса на границах металл/диэлектрик. В связи с этим рассмотрено три задачи: плазмон на одной границе, двойной плазмон в системе металл–диэлектрик–металл и в системе диэлектрик–металл–диэлектрик. Для каждой из систем построены дисперсионные кривые, которые играют ключевую роль в понимании формирования разрешённых зон. Каждому ФКОК с ячейкой из двух слоёв можно поставить в соответствие сразу две системы: Д-М-Д и М-Д-М. Зонная структура определяется той из них, для которой лучше выполняется приближение сильной связи.

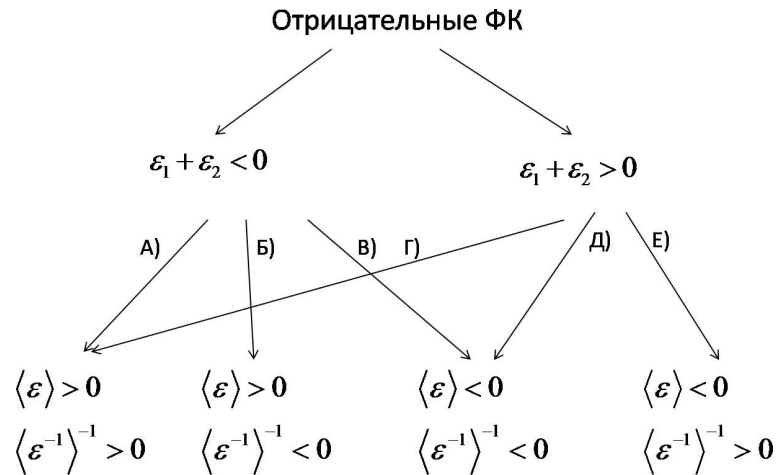


Рис. 1. Классификация ФКОК

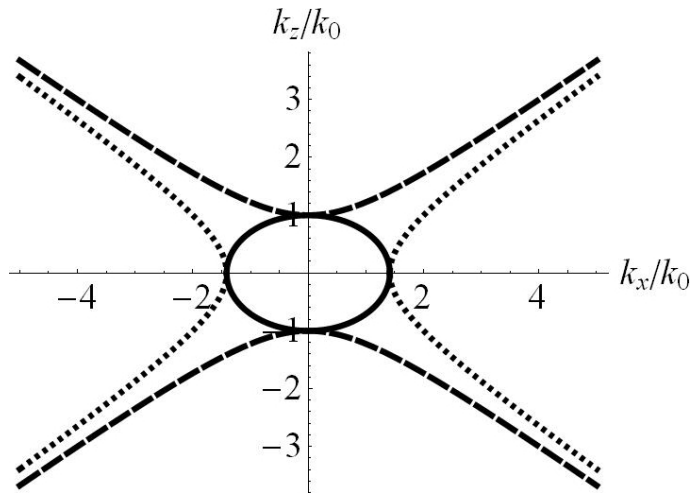


Рис. 2. Изочастотные кривые анизотропных кристаллов, соответствующих гомогенизированным фотонным кристаллам

В работе установлено, что качественный вид зонной структуры определяется тремя параметрами:  $\langle \epsilon \rangle$ ,  $1/\langle 1/\epsilon \rangle$ ,  $\epsilon_1 + \epsilon_2$ , причём значение имеют только их знаки. Необходимость рассмотрения первых двух параметров следует из теории эффективной среды (рис. 1), тогда как знак  $\epsilon_1 + \epsilon_2$  определяет возможность существования

плазмона на одной границе и, следовательно, поведение плазмонных зон. Если условие существования плазмон на одной границе не выполнено, то дисперсионные кривые систем Д-М-Д и М-Д-М ограничены. Из ограниченности, непрерывности и симметричности следует существование частей кривых с отрицательными значениями  $\partial\omega/\partial k$ . Таким образом, в ряде случаев возникают обратные волны и отрицательное преломление. Именно наличие обратных волн отличает отрицательный ФК от обычного.

Показано, что возможны только шесть комбинаций знаков (рис. 2). Каждый из случаев рассматривается с точки зрения возможных эффектов. Известные линзы Пендри, Белова, расщепитель луча и т. д. находят место в классификации кристаллов, построенной в нашей работе.

Таким образом, полученный результат позволяет полностью понять поведение волн в отрицательных фотонных кристаллах.

### Литература

1. Рывтов С.М. // ЖЭТФ. — 1955. — Т. 29. — С. 605.
2. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Издательство АН СССР, 1957.

## Секция физико-математических проблем волновых процессов

УДК 621.371.55

*М.И. Бастракова, М.И. Рябова, П.Е. Сарафанников,  
А.А. Чернов*

*nvyryabova@mail.ru, nvyryabova@mail.ru, nvyryabova@mail.ru,  
nvyryabova@mail.ru*

Марийский государственный технический университет

### Определения диапазонов оптимальных рабочих частот среднеширотных радиолиний по данным наклонного зондирования ионосферы

Решение задачи обеспечения установленных требований по надежности и помехоустойчивости декаметровых (ДКМ) радиолиний связано с адаптацией работы системы связи к изменяющимся условиям распространения радиоволн. Адаптация предполагает автоматическую смену частот для перехода в диапазон с лучшим распространением и минимальными помехами, регулирование мощности передатчиков для улучшения условий электромагнитной совместимости, применение антенн с автоматической регулировкой диаграммы направленности, прием с различными видами разнесения и т. д. [1, 2]. Определение диапазонов оптимальных рабочих частот (ДОРЧ) и надежности ДКМ радиоканала позволяет наиболее эффективно использовать его на основе данных, полученных в результате наблюдений за состоянием ионосферы посредством наклонного зондирования линейно-частотно модулированными (ЛЧМ) сигналами, прогнозировать дальнейшие изменения радиоканала.

В данной работе поставлена задача разработки алгоритма определения ДОРЧ декаметровых систем связи по результатам панорамного зондирования радиолиний Кипр — Йошкар-Ола и Икрутск — Йошкар-Ола непрерывным ЛЧМ сигналом за период 1–30 сентября 2009 года и получение экспериментальных оценок ДОРЧ.

Полоса пропускания ДКМ радиолинии связи (диапазон прохождения сигнала) определяется наименьшей наблюдаемой и максимальной наблюдаемой частотами (ННЧ и МНЧ). Наиболее важным из этих двух параметров является МНЧ, поскольку поглощение волны быстро уменьшается с ростом частоты. При этом уменьшается и уровень помех приему сигналов. Все это приводит к росту отношения сигнал/шум, определяющему помехоустойчивость радиотехнической системы. При определении оптимальных рабочих частот для систем связи можно рассматривать только частоты из диапазона полосы пропускания.

Алгоритм определения ННЧ и МНЧ в автоматическом режиме может проводиться информационно-аналитической системой ЛЧМ ионозонда [1, 2] разработки МарГТУ. При этом используется следующий алгоритм.

Каждый вектор-столбец ионограммы, очищенной от помех [1, 2] проверяется на наличие в нём сигнала. При этом крайний левый столбец соответствует ННЧ, а крайний правый — МНЧ. Для защиты от сбоев алгоритма оценки в алгоритм вводятся два защитных условия:

1. Граница диапазона прозрачности должна содержать не менее трёх смежных вектор-столбцов ионограммы, содержащих полезный сигнал;
2. Считается, что вектор-столбец содержит сигнал, если в нём есть не менее трёх смежных ненулевых элементов.

Процедура защиты алгоритма состоит в последовательной проверке всех вектор-столбцов ионограммы на выполнение условий 1 и 2 и определение номера вектор-столбца (рабочих частот), где условие 1 выполняется в первый (ННЧ) и последний (МНЧ) раз.

При определении оптимальных рабочих частот для систем связи можно рассматривать только частоты из диапазона от ННЧ до МНЧ. В частотном диапазоне от ННЧ до МНЧ производится оценка качества каналов. Критерием качества является рассчитываемое по ионограммам значение отношения сигнал/шум ( $Z$ ) в рассматриваемом радиоканале. После того как частотные зависимости

вероятностей ошибок для случаев применения в системе связи узкополосных сигналов (УПС) и широкополосных сигналов (ШПС) определены, по заданному допустимому пороговому значению  $Z_{\text{доп}}$  находятся ДОРЧ, в пределах которых  $Z$  не превышает своего порогового значения, и выбираются наилучшие каналы для связи. Для выбранных каналов рассчитываются следующие рабочие параметры: коэффициент двоичной ошибки (КДО =  $-\lg(P)$ ), максимальная скорость передачи данных; мощность передатчика, необходимая для обеспечения заданного уровня  $Z$  [1, 2]. Как было показано в [1, 2], на магистральных линиях декаметрового радиосвязи в случае телеграфии или передачи данных оптимальной будет частота, для которой КДО  $> 3$  или КДО  $> 4$  при заданной мощности связного передатчика. Ограничение на КДО определяет полосы частот или ДОРЧ. Для исследуемых радиолиний были определены отношения границ диапазонов оптимальных рабочих частот к максимально наблюдаемой частоте (ДОРЧ/МНЧ) при использовании различных модемов связи, для дневного и ночного времени суток для радиолиний Иркутск-Йошкар-Ола и Кипр-Йошкар-Ола.

По результатам исследования установлено, что применение в системе связи сигналов с 8ФМ модуляцией можно расширить ДОРЧ по сравнению со случаями некогерентного приёма с частотной телеграфией (ЧТ) с узкополосным трактом и некогерентного приёма ЧТ с широкополосным трактом и суммированием мощностей парциальных лучей.

В результате проведённого исследования получено:

1. Для радиолинии Кипр — Йошкар-Ола для осеннего сезона для сигналов с 8ФМ модуляцией нижняя граница ДОРЧ уменьшается по сравнению с некогерентным приемом ЧТ с узкополосным трактом на 30% для дневного времени суток и на 44% для ночного времени суток.

2. Для радиолинии Иркутск — Йошкар-Ола нижняя граница ДОРЧ при применении сигналов с 8ФМ модуляцией уменьшается по сравнению с некогерентным приемом ЧТ с широкополосным трактом на 7% и на 36% по сравнению с некогерентным приемом ЧТ с узкополосным трактом.

## Литература

1. Рябова Н.В. Диагностика и имитационное моделирование помехоустойчивых декаметровых радиоканалов. — Йошкар-Ола: МарГТУ, 2003. — 292 с.

2. Егшин А.Б., Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В. Информационно-аналитическая система для исследования ионосферы и каналов декаметровой радиосвязи. — Йошкар-Ола: МарГТУ, 2006. — 322 с.

УДК 519.6

*Ю.А. Дмитриев*

Yuri.Dmitriev@bk.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Анализ направлений применения беспроводных сенсорных сетей для мониторинга, оптимизации и управления

Беспроводная сенсорная сеть (БСС или WSN — Wireless Sensor Network) — беспроводная сеть, состоящая из территориально распределённых автономных устройств, использующих датчики для измерения физических или экологических условий, например, температуры, звука, вибрации, давления или движения. Развитие беспроводных сенсорных сетей изначально было мотивировано военными задачами, например, наблюдением за полем боя. В настоящее время беспроводные сенсорные сети начинают интенсивно использоваться во многих гражданских областях, включая мониторинг окружающей среды, здравоохранение и контроль движения.

Типичный узел сенсорной сети включает в себя, кроме набора сенсоров, приемопередатчик беспроводной связи, микроконтроллер и источник энергии, обычно батарейку. Стоимость сенсорного узла

меняется от нескольких центов до сотни долларов, в зависимости от размера сенсорной сети и её сложности.

Наибольшее распространение в настоящее время получили сенсорные сети на основе технологии ZigBee, использующей узкополосный сигнал. Эта технология нацелена на приложения, которым требуется большее время автономной работы от батарей и большая безопасность, при меньших скоростях передачи данных.

Беспроводные сенсорные сети предназначены для мониторинга таких коммерческих и промышленных систем, которые трудно или дорого контролировать с использованием проводных датчиков. БСС могут использоваться в трудно достигаемых местах, где они могут оставаться в течение многих лет (мониторинг экологических переменных окружающей среды) без необходимости зарядки / замены источников питания. Примерами областей, в которых уже применяются сенсорные сети являются: экологический мониторинг, мониторинг окружающей среды, акустическое обнаружение, сейсмическое обнаружение, военное наблюдение, медицинский мониторинг, мониторинг пространств, мониторинг процесса, наблюдения за состоянием здоровья.

Практическое распространение получили системы на базе узлов Crossbow [1], использующие узкополосные сигналы в основном диапазона 2,4 ГГц, вот некоторые из применений на их основе: — в городе Ирвин (штат Калифорния), в одном из зданий установлена сеть датчиков, предназначенная для мониторинга температуры, влажности, акустики и света, а также система оповещения, которая активизируется всякий раз, когда значения на любом из датчиков достигают заранее определённого уровня. Лаборатория из университета Коломбо (Шри-Ланка) развивают систему общественного транспорта BusNet, использующую сеть датчиков, способных контролировать состояние дорожной поверхности. Применение данной системы позволит существенно сократить расходы на сохранение и профилактическое обслуживание дорожной сети. Исследователи из университета Вирджинии, разработали сенсорную сеть для ухода за престарелыми людьми. Данные о физическом состоянии человека, практически непрерывно передаются в учреждения здравоохранения, и позволяют оказать неотложную помощь в случае чрезвычайной ситуации. Исследователи из Беркли создали новую противопожарную систему для защиты лесов, которая сбрасывается в предполагаемых областях пожаров. Очутившись внизу,

датчики самоорганизуются в сеть и начинают передавать информацию о масштабности и местоположении источников возгорания в пожарные части и службы спасения. Команда Crossbow в Китае, взаимодействует с местными органами власти для развёртки беспроводной сенсорной сети, способной информировать об оползнях в Гонконге. Для осуществления мониторинга оползнеопасных участков в них просверливают ряд отверстий и располагают там датчики уровня и наклона. Данная сеть позволит контролировать подземные водные слои и горные сдвиги.

Несмотря на эти примеры успешного применения беспроводных сенсорных систем, довольно часто при использовании технологий типа Zigbee возникает ряд проблем, а именно: — в домашних, офисных и в условиях промышленной среды для узкополосных систем часто наблюдаются интерференционные явления и, как следствие, ослабление сигнала и ухудшение качества передачи. Эти системы беспроводной связи для сенсорных сетей имеют скорость передачи информации между узлами сети, не превышающую 250 кбит/с., в то же время в ряде случаев, например, для передачи видеoinформации, требуются более высокие скорости. В местах большого скопления людей и техники может находиться большое количество радиоустройств, работающих в диапазоне 2,4 ГГц, с которыми будут возникать конфликты при использовании сенсорных сетей. Сигналы узкополосных систем могут быть легко перехвачены, что является нежелательным с точки зрения безопасности.

Эти и другие проблемы могут быть преодолены с помощью применения сверхширокополосных систем связи, сигналы которых обладают устойчивостью в условиях многолучевого распространения, малозаметностью, и более высокими скоростями передачи по сравнению с узкополосными системами. В частности к сверхширокополосным относятся прямохаотические системы связи, разработанные в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН [2].

Анализ возможностей сверхширокополосных сенсорных сетей показывает, что они действительно могут быть эффективно использованы, там, где узкополосные сенсорные сети оказываются мало пригодными, в частности: для системы мониторинга зданий, сооружений и конструкций, содержащих большое количество переотражающих элементов, в системах безопасности, где требуется повышенная защищенность передаваемой информации, а также в сен-

сорных сетях, использующих в качестве передаваемой информации видеоконтент.

Таким образом, применение сверхширокополосных сигналов существенно расширяет класс задач, решаемый БСС, и будет способствовать их дальнейшему развитию и широкому практическому использованию.

### Литература

1. Crossbow Technology Inc. MTS/MDA Sensor Board Users Manual. San Jose: 2007. — URL: [http://www.xbow.com/support/Support\\_pdf\\_files/MTS-MDA\\_Series\\_Users\\_Manual.pdf](http://www.xbow.com/support/Support_pdf_files/MTS-MDA_Series_Users_Manual.pdf).
2. Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Клецов А.В., Кузьмин Л.В., Лактюшкин А.М., Юркин В.А. Сверхширокополосная беспроводная связь и сенсорные сети // Радиотехника и электроника. — 2008. — Т 53, № 10. — С. 1278–1289.

УДК 519.713

*И.Е. Еремин, М.С. Сычев, Д.С. Щербань*

marinecops@mail.ru, marinecops@mail.ru, marinecops@mail.ru

Амурский государственный университет

## Оптимизированный алгоритм прямого расчёта постоянной Маделунга

В рамках традиционной физики конденсированного состояния достаточно важное внимание уделяется внутренней кулоновской энергии кристаллических веществ, выражаемой постоянной Маделунга, которая представляют собой стабильный кристаллографический параметр, адекватно характеризующий силовое взаимодействие всех элементов кристаллической решётки определённого типа. Сущность прямого метода расчёта этой величины состоит в вычислении текущих значений знакопеременных решёточных сумм, укладываемых в общее определение медленно сходящегося численного ряда. Является очевидным, что точность практического определения постоянных Маделунга, соответствующих тому или

иному типу кристаллической решётки, целиком и полностью зависит от количества её непосредственно разбираемых координационных слоев. При этом увеличение их числа приводит к затруднению проводимых вычислений.

Например, для кристаллической решётки типа NaCl имеет место следующая ситуация. При рассмотрении взаимодействия любой, изначально выделенной частицы с ионами её ближайшего окружения, входящими в состав первого координационного слоя, приходится анализировать 3 координационные сферы, образованные одинаково заряженными частицами, общее число которых составляет 26 единиц. Исследование двух слоёв увеличивает количество рассматриваемых сфер и частиц до значений, равных 9 и 124, и т. д. В свою очередь, одновременный учёт 512 слоёв, образующих кубический кристалл, объёмом порядка 0,01 мкм<sup>3</sup>, требует анализа более 22,5 миллионов сфер, включающих в себя около 1 миллиарда ионов. При этом для расчёта требуемых решёточных сумм необходимо использовать пространственные координаты, а также значения зарядов частиц. Следовательно, общий объём непосредственных исходных данных, объективно возрастает минимум в четыре раза.

Для выхода из создавшегося положения обычно используются методики, основанные как на различных эмпирических подходах, так и на оптимизации геометрического описания строения конкретно разбираемых кристаллических решёток [1, 2]. Однако все они, чаще всего, являются относительно громоздкими и, как правило, приводят к несколько различающимся конечным результатам.

В свою очередь, для улучшения сложившейся ситуации авторами настоящей работы был разработан эффективный вычислительный алгоритм, оптимизирующий прямой метод расчёта энергетической постоянной Маделунга. Его идея состоит в предложении осуществлять вычисление значений решёточных сумм текущих координационных слоёв разноименных ионов на базе описания их параметров, непосредственно необходимых для конечных расчётов, в векторно-матричной форме. При этом основные преимущества предлагаемого подхода заключаются в следующем. Во-первых, приведение традиционного описания геометрических и физических характеристик частиц, образующих трёхмерный (кубический) слой, к его эквивалентной математической модели, представленной плоской (квадратной) матрицей, даёт возможность существенно умень-



шить набор исходных числовых данных. Во-вторых, векторно-матричный способ реализации практических расчётов позволяет значительно увеличить действительную скорость выполнения их компьютерных программ, а также существенно снижает реальную нагрузку на оперативную память ЭВМ.

В настоящий момент авторами создан пробный вариант универсальной компьютерной программы расчёта постоянной Маделунга, разработанный на макроязыке вычислительной среды MatLab и адаптированный к рассмотрению двух типов кристаллических решёток — NaCl и CsCl. Характеристики её утилитарного использования выглядят следующим образом. Величина постоянной Маделунга решётки типа NaCl, рассчитанная для 512 слоев, составила 1,74756569584338. При этом общепринятое значение данной физической величины [3], обычно используемое в типовых инженерно-физических расчётах, равно 1,748. В свою очередь, значение постоянной Маделунга решётки типа CsCl, рассчитанное для 512 слоев, составило 1,76195678543618 (общепринятое — 1,763).

Отметим, что рабочее время реализации программы, затрачиваемое ПЭВМ на получение каждого из приведённых результатов, принимая во внимание её посредственные технические характеристики, составляет около двадцати минут.

### Литература

1. Киттель Ч. Введение в физику твёрдого тела. — М.: Наука, 1978. — 791 с.
2. Шаскольская М.П. Кристаллография. — М.: Высш. шк., 1984. — 375 с.
3. Жданов Г.С. Физика твёрдого тела. — М.: Изд-во МГУ, 1961. — 501 с.

УДК 621.396.94

*Д.В. Иванов, М.И. Рябова*

*nvryabova@mail.ru, nvryabova@mail.ru*

Марийский государственный технический университет

## Исследование нерегулярных дисперсионных искажений в широкополосных декаметровых радиоканалах на коротких и квазивертикальных радиотрассах

В настоящее время проблема расширения полосы сигналов становится особенно актуальной для декаметрового диапазона. Это связано с необходимостью повышения разрешающей способности загоризонтных радиорелейных станций с повышением требований к качеству услуг радиосвязи (и особенно вещания), которое возможно лишь с существенным расширением полосы частот, занимаемой каналом, и переходом на цифровые методы синтеза и обработки сигналов. Однако увеличение полосы сигналов сверх полосы когерентности долгое время было невозможным из-за разрушения их при распространении в ионосферных радиоканалах. В работах [1, 2] показано, что при распространении широкополосных радиосигналов на дальние расстояния возможно корректировать сигналы, компенсируя регулярные дисперсионные искажения. Тем не менее при распространении на трассах протяженностью менее 350 км существенное влияние оказывает нерегулярная дисперсия.

Целью работы является исследование законов нерегулярных дисперсионных искажений широкополосных декаметровых радиосигналов при распространении на коротких и квазивертикальных радиолиниях.

Нерегулярные дисперсионные искажения при распространении декаметровых радиоволн обусловлены волновыми возмущениями в ионосфере, а также мелкомасштабной стратификацией электронной концентрации ионосферной плазмы.

В работе [2] показано, что аналитически дисперсионную характеристику (ДХ) можно представить состоящей из двух компонент:

$$\tau(f) = \tau_p(f) + \tau_n(f)$$

где  $\tau_p(f)$  — регулярная дисперсия,  $\tau_n(f)$  — нерегулярная дисперсия.

Выделение нерегулярной дисперсии проводилось путём вычитания из полученной дисперсионной характеристики, которая была синтезирована при аналогичных параметрах профиля электронной концентрации, но без стратификации. Сложность этой процедуры заключалась в том, что значения частот для дисперсионной характеристики с нерегулярной составляющей и регулярной дисперсионной характеристики не совпадали. Это связано с тем, что частота пересчитывается по теоремам эквивалентности для различных профилей электронной концентрации (со стратами и без). Поэтому процесс выделения нерегулярной составляющей ДХ проводился по следующей методике: — выбор точки на дисперсионной характеристике с нерегулярной составляющей  $(f_{Hj}, \tau_{Hj})$ ; — выбор двух соседних точек на регулярной дисперсионной характеристике  $(f_{Pj}, \tau_{Pj})$  и  $(f_{Pj+1}, \tau_{Pj+1})$  такие, что  $f_{Hj} \in [f_{Pj}, f_{Pj+1}]$  и нахождение уравнения прямой, проходящей через эти две точки:

$$\tau(f) = \tau_{Pj} + \frac{(\tau_{Pj+1} - \tau_{Pj})}{(f_{Pj+1} - f_{Pj})} \cdot (f - f_{Pj});$$

— нахождение точки нерегулярной дисперсионной характеристики:  $(f_{Hj}, \tau_{Hj} - \tau(f_{Hj}))$ , если точка  $(f_{Hj}, \tau_{Hj})$  не является последней на дисперсионной характеристике, то производим присвоение  $j = j + 1$  и переходим к шагу 1.

В результате проведённых вычислительных экспериментов был сделан вывод о том, что нерегулярная дисперсия может быть описана с помощью четырёх моделей [3], характерных для дисперсионных характеристик с регулярной составляющей, имеющей отрицательный наклон (в том числе и для луча Педерсена), и имеющих положительный наклон.

Во всех случаях основными параметрами моделей нерегулярной дисперсии являются: амплитуда  $\tau_{H0}$  мкс и масштаб  $LM$  Гц. Также большое значение имеет безразмерный параметр  $M$  нерегулярной дисперсии, равный произведению  $M = \tau_{H0} \cdot L$ , поэтому примем его в качестве ключевого параметра нерегулярной дисперсии.

Для исследования зависимости параметров нерегулярной дисперсии ( $\tau_{H0}$  и  $L$ ) от параметров ионосферных страт ( $\Delta N/N$  и  $l$ ) необходимо было решить задачу минимизации следующих функционалов:

$$I_{\tau_{H0}}(F_{\tau_{H0}}) = \sum_{j=1}^n |\tau_{H0j} - F_{\tau_{H0}}(\Delta N/N_j, l_j)|^2,$$

$$I_L(F_L) = \sum_{j=1}^n |L_j - F_L(\Delta N/N_j, l_j)|^2.$$

Эти задачи вариационного исчисления решались прямыми методами [3]. Исследования проводились для частот, равных  $0,85 \cdot \text{МПЧ}$  и  $0,7 \cdot \text{МПЧ}$  для трасс, протяженностью менее 350 км и с параметрами регулярной ионосферы.

Анализ результатов вычислительных экспериментов позволяет нам сделать вывод о том, что амплитуда нерегулярной дисперсии более чувствительна к вариациям  $\Delta N/N$  и  $l$  неоднородностей на частоте  $0,85 \cdot \text{МПЧ}$ , чем на частоте  $0,7 \cdot \text{МПЧ}$ .

Масштаб нерегулярной дисперсии, в отличие от амплитуды, имеет близкую чувствительность к вариациям масштабов и амплитуд страт на разных рабочих частотах ( $0,7 \cdot \text{МПЧ}$  или  $0,85 \cdot \text{МПЧ}$ ). Эффект пиков для импульсной характеристики каналов с полосой 1 МГц в большей степени должен проявляться на коротких радиолиниях.

### Литература

1. Иванов Д.В., Иванов В.А. Исследования эффектов нерегулярной дисперсии в широкополосных ионосферных радиоканалах // Радиотехника и электроника. — 2004. — Т. 49, № 3. — С. 273–282.
2. Иванов Д.В., Иванов В.А., Рябова М.И., Лащевский А.Р. Исследования коррекции дисперсионных искажений, возникающих в ионосферных радиоканалах с полосой 1 МГц // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2008. — № 8.
3. El-Khamy, S.E., Dobaie A.M. Propagation-medium matched direct-sequence (PM-MDS) spread spectrum signals // IEEE Trans. Antennas and Propag. — 1991. — V. 39, № 10. — P. 1448–1456.

А.Ю. Никитшов  
nikishov@front.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
Институт радиотехники и электроники  
им. В.А. Котельникова РАН

## Экспериментальная реализация генератора хаотических колебаний микроволнового диапазона, реализованного на комплементарных метал-окисел-полупроводниковых структурах

В работе [1] на примере модели показана возможность создания кольцевого генератора хаотических колебаний микроволнового диапазона с равномерной спектральной плотностью мощности (рис. 1), реализованного на комплементарных метал-окисел-полупроводниковых (КМОП) структурах. Структуру генератора составляют три идентичных микроволновых усилителя (УС), играющих роль активных элементов осциллятора, и частотно-избирательная схема (ЧИС), замкнутые последовательно в кольцо обратной связи (рис. 2). Все элементы системы реализованы на базе КМОП структур. Генерируемые колебания снимаются из точки А в кольце обратной связи посредством буферного усилителя (БУФЕР).

При этом очень важным является экспериментальное подтверждение полученных при моделировании результатов. Поэтому было предложено создать экспериментальный макет кольцевого генератора хаотических колебаний в виде интегральной микросхемы.

Микросхема представляет собой кристалл, изготовленный на КМОП технологии 180 нм, помещённый в пластмассовый корпус QFN. Процесс разработки кристалла генератора заключался в полноценном проектировании устройства, включающим в себя написание технической спецификации, разработку электрической схемы

и ввода её в базу данных системы автоматизированного проектирования, моделирование при различных скоростях диффузии носителей зарядов в транзисторах, проектирование и верификацию топологии кристалла, а также подготовку документации и файлов, по которым на специализированных фабриках были изготовлены опытные образцы генераторов хаоса в интегральном исполнении. В итоге размер топологии кристалла составил менее 1 мм<sup>2</sup>.

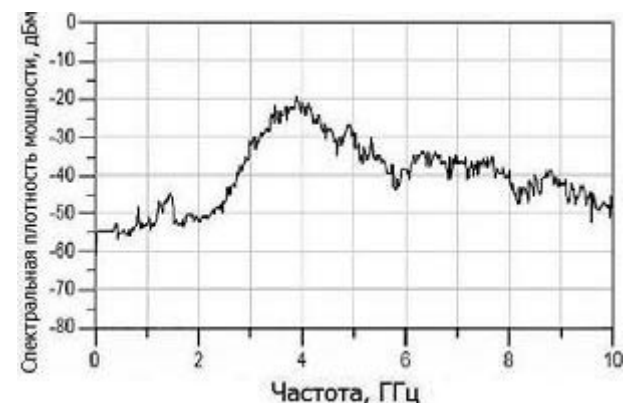


Рис. 1. Спектральная плотность мощности хаотических колебаний (моделирование)

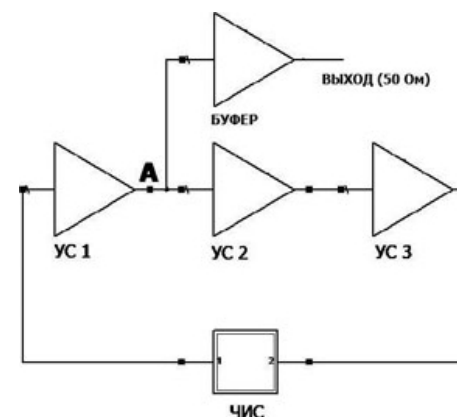


Рис. 2. Блок-схема кольцевого генератора хаотических колебаний

Экспериментальное исследование макета показало, что в системе действительно возникают хаотические колебания с равномер-

ным спектром мощности в диапазоне частот 2,8 ГГц — 3,8 ГГц (рис. 3). При этом в эксперименте наблюдаются режимы колебаний, качественно идентичные колебательным режимам, которые наблюдались при моделировании. Это означает, что теоретические выводы о бифуркационных явлениях и механизмах перехода к хаосу в кольцевом генераторе, реализованном на КМОП-структурах, сделанные на основании результатов моделирования [2], подтверждаются экспериментально, и возникновение хаотических колебаний происходит в устройстве действительно через разрушение двухчастотного автоколебательного режима.

Предложенный кольцевой генератор может использоваться в качестве компактного устройства для получения сверхширокополосных хаотических сигналов микроволнового диапазона.

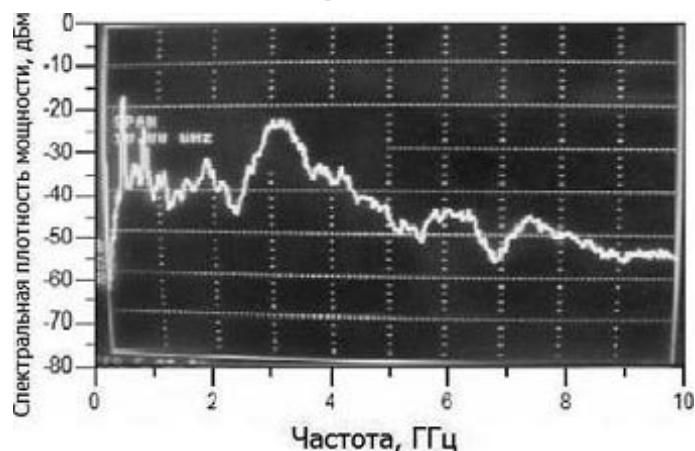


Рис. 3. Спектральная плотность мощности хаотических колебаний (эксперимент)

### Литература

1. Никишов А.Ю. Кольцевой сверхширокополосный СВЧ генератор хаоса на основе КМОП технологии // Тезисы 5-го конкурса работ молодых учёных и аспирантов им. И. В. Анисимкина // Нелинейный мир. — 2008. — Вып. 4. Т. 6. — С. 247–248.
2. Никишов А.Ю. Генерация сверхширокополосных хаотических колебаний микроволнового диапазона в кольцевой автоколебательной системе, реализованной на комплементарных метал-окисел-полупроводниковых структурах // Труды 3-й международной

конференции «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации». — 2009. — С. 69–73.

УДК 621.396.67

*В.В. Павлов, М.И. Рябова, П.Е. Сарафанников,  
А.А. Чернов*

*nvryabova@mail.ru, nvryabova@mail.ru, nvryabova@mail.ru,  
nvryabova@mail.ru*

Марийский государственный технический университет

## Разработка конструкции и исследование входных характеристик магнитной антенны КВ диапазона

В настоящее время наблюдается тенденция уменьшения габаритов антенн. Одним из вариантов уменьшения габаритов является использование фрактальных структур. Однако использование такого подхода приводит к уменьшению габаритов в среднем на 30–40% от первоначального размера. Вторым вариантом является использование петлевых вибраторов малых размеров, так называемых «магнитных» антенн. Характерной особенностью является тот факт, что длина петли при этом составляет от 0,05 до 0,25 длины волны. При этом из-за малой длины действительная часть входного сопротивления такой антенны составляет от десятых до единиц Ом.

Ранее [1] были выявлены конструктивные особенности реализации петлевых вибраторов малых размеров, разработаны конструкции антенн на частоту 433,8 МГц и исследованы их характеристики.

В данной работе, используя принцип имитационного моделирования, полученные результаты пересчитаны в область КВ диапазона на частоту 8,5 МГц. В качестве полотна антенны использована медная трубка диаметром 8 мм длиной 3 м. По результатам моделирования исследованных конструкций в программе MMANA выявлено, что наиболее оптимальной, с точки зрения минимума излучения вдоль оси петлевой структуры, является окружность [2]. Поэтому конфигурация выбрана в виде окружности.

Для измерений экспериментальных зависимостей КСВ от частоты и для измерения входных характеристик образца антенны использовался измеритель комплексных коэффициентов передачи Р4-37, работающий в диапазоне частот 1–1000 МГц.

При разработке устройства согласования для антенны, работающей в широком диапазоне частот, необходимым является выявление особенностей изменения входного сопротивления от частоты. Поэтому с помощью программы MMANA были рассчитаны значения действительной и мнимой частей входного сопротивления при различных высотах над реальной Землей.

Было получено, что действительная часть входного сопротивления предлагаемого петлевого вибратора малых размеров в диапазоне частот от 3 до 30 МГц увеличивается по экспоненциальному закону от 0,07 до 10 Ом. При увеличении высоты от 1 м до 5 м над реальной Землей сопротивление уменьшается до 50% особенно сильно в верхней части рабочего диапазона. При дальнейшем увеличении высоты над реальной Землей сопротивление уменьшается и «стабилизируется».

Мнимая часть входного сопротивления предлагаемого петлевого вибратора малых размеров в диапазоне частот от 3 до 30 МГц имеет индуктивный характер и увеличивается фактически линейно от 50 до 900 Ом. Изменение высоты над реальной Землей на величину мнимой части входного сопротивления влияния не оказывает.

В результате, наибольшее влияние высота над реальной Землей оказывает на действительную часть входного сопротивления.

При расположении петлевого вибратора малых размеров над реальной Землей действительная часть входного сопротивления на заданной частоте зависит от расстояния до Земли и при увеличении расстояния уменьшается на 25–30% от первоначального значения с ярко выраженным синусоидальным характером с периодом, равным  $\lambda$ . Влияние поверхности Земли на действительную часть входного сопротивления незначительно уже при расположении на высоте  $\lambda$ .

В общем случае наблюдалась тенденция роста действительной части входного сопротивления от 0,6 до 10 Ом по экспоненте.

Мнимая часть входного сопротивления также имеет тенденцию увеличения фактически по линейному закону, если не учитывать факт влияния коаксиального кабеля (разомкнутый отрезок линии передачи изменяется по закону тангенса со сдвигом на  $\lambda/4$  и при

длине отрезка изменяющейся от нуля до  $\lambda/4$  сопротивление является ёмкостным и уменьшается по модулю, при длине от  $\lambda/4$  до  $\lambda/2$  сопротивление имеет индуктивный характер и его значение увеличивается).

Таким образом, в связи с тем, что рабочая полоса частот должна обеспечиваться в пределах 3 до 30 МГц, рекомендуется использовать согласующую цепь на основе широкополосного высокочастотного трансформатора. При использовании транисвера серии ICOM возможна реализация поддиапазонного согласования с использованием  $p - i - n$  диодов для переключения согласующих цепей.

### Литература

1. Павлов В.В. Разработка и исследование характеристик петлевых вибраторов малых размеров в дециметровом диапазоне волн // Труды 51-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». — 2008.
2. Рябова М.И., Сарафанников П.Е., Чернов А.А. Исследование характеристик магнитных антенн дециметрового диапазона // Труды международной научно-технической конференции МарГТУ «Научному прогрессу творчество молодых». — 2009.

УДК 519.642

*А.В. Сочилин, С.И. Эминов, И.С. Эминов*

asochilin@yandex.ru, eminovsi@mail.ru, eminovsi@mail.ru

Новгородский государственный университет  
им. Ярослава Мудрого

### Оптимальный токовый синтез на диске

Доклад посвящен одной из фундаментальных проблем теории антенн — проблеме синтеза токов на диске.

Связь между токами на диске и диаграммой направленности в осесимметричной задаче осуществляется на основе уравнения

$$Kj \equiv \int_0^1 j(t) J_1(axt) t dt = F(x), \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (1)$$

Здесь  $a$  — электрический радиус диска, то есть произведение радиуса на волновое число, функция  $F(x)$  получена из диаграммы направленности в результате замены  $x = \sin(\theta)$ , далее полагаем, что эта функция принадлежит пространству  $L_2[0,1]$ .

Уравнение (1) является интегральным уравнением первого рода, поэтому задача нахождения токов  $j(t)$  по заданной диаграмме направленности  $F(x)$  относится к некорректной задаче.

Для решения задачи синтеза предлагается от уравнения (1) перейти к уравнениям с малым параметром вида

$$\alpha Lj + K^{\bullet}Kj = K^{\bullet}F, \quad (2) \quad \alpha Aj + K^{\bullet}Kj = K^{\bullet}F, \quad (3)$$

где

$$K^{\bullet}F = \int_0^1 F(x) J_1(ax\tau) \tau dx,$$

$$K^{\bullet}Kj = \int_0^1 J_1(ax\tau) \tau \int_0^1 j(t) J_1(axy) t dt dx.$$

Уравнение (2) применяется для нахождения азимутальных токов, при этом

$$Lj = \int_0^{+\infty} J_1(ax\tau) \tau \int_0^1 j(t) J_1(axy) t dt dx.$$

А уравнение (3) используется для нахождения радиальных токов, при этом положительный оператор имеет вид

$$Aj = \int_0^{+\infty} J_1(ax\tau) \tau x^2 \int_0^1 j(t) J_1(axy) t dt dx.$$

Уравнения (2) и (3) исследуются и решаются в энергетических пространствах  $H_L$  и  $H_A$  положительных операторов  $L$  и  $A$  соответственно. Скалярное произведение в этих пространствах определяется по формулам

$$[u, v]_L = (Lu, v), \quad [u, v]_A = (Au, v).$$

В работе построены ортонормированные базисы пространств  $H_L$  и  $H_A$ , которые обладают замечательным свойством, а именно: в аналитической форме удаётся найти преобразование Ханкеля.

На основе этих базисов уравнения (2) и (3) сведены к бесконечным системам. Исследована структура бесконечных систем, доказано, что они являются системами Фредгольма второго рода.

Построен эффективный численный метод решения. Также проводится анализ численных расчётов в широком диапазоне изменения входных параметров.

### Литература

1. Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д. Синтез излучающих систем (теория и методы расчёта). — М: Советское радио, 1974. — 232 с.

УДК 621.391

*В.Ю. Юркин*

vitalik2002@gmail.com

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Самоорганизация в беспроводных сенсорных сетях

Самоорганизация — процесс, в ходе которого создаётся, воспроизводится или совершенствуется организация сложной динамической системы. В качестве динамической системы рассматривается беспроводная сенсорная сеть, обладающая высоким уровнем сложности и большим количеством элементов, связи между которыми носят вероятностный характер. Одним из требований к беспроводным сенсорным сетям является их адаптация к изменяющимся условиям работы [1]. При большом количестве узлов, их ручная настройка и оперативное реагирование на изменения условий эксплуатации сети представляется крайне сложной и трудоёмкой задачей. Поэтому необходимы механизмы, позволяющие узлам самим организовывать свою работу и работу сети в целом. Таким образом, приходим к задаче самоорганизации в распределённых сенсорных сетях.

Самоорганизацию условно можно разделить на две части: природную и искусственную.

Самоорганизация как природное явление наблюдается в распределённых системах, где компоненты взаимодействуют на микроскопическом уровне и их взаимодействие лежит в основе глобального поведения, проявляемого на макроскопическом уровне.

Искусственная самоорганизация — явление, в котором компоненты системы подчиняются некоторым правилам, направленным на создание заданного поведения.

Под самоорганизующейся беспроводной сенсорной сетью будем понимать набор сенсорных узлов, способный самостоятельно образовывать сеть, используя заранее заложенные в него правила, направленные на адаптацию сети к изменяющимся условиям и на оптимизацию процессов работы сети. Задачи самоорганизации очень обширны, они касаются таких функций, как: распределённая обработка и коммуникационные возможности; формирование и поддержание структур; энергосбережение; временная синхронизация; настройка программных компонентов; адаптация поведения, связанная с маршрутизацией, с распространением и запрашиванием информации, с распределением задач, с обеспечением устойчивости, путём устранения ошибок/неисправностей и противостояния атакам [2].

Описанные функции можно разделить на три части: распределение ресурсов, формирование поведения сети и управление ресурсами.

К распределению ресурсов относятся задачи обработки данных и распределение каналов связи. Например, за счёт динамического изменения выходной мощности сигнала и скорости передачи можно менять размеры покрытия сети и уменьшать интерференцию в кластере [3].

К задачам формирования поведения сети относятся: маршрутизация, распространение информации, запрос информации, распределение задач, настройка программного обеспечения. По последней задаче в работе [4] было проведено моделирование и результаты показали, что динамическая реконфигурация (перенастройка) обеспечивает более высокую производительность по сравнению с настройками по умолчанию, рассчитанными на определённые стационарные условия.

Задачи синхронизации и энергосбережения относятся к управлению ресурсами. Адаптивно изменяя периоды сна и бодрствования

узлов в зависимости от внешних условий, можно увеличить энергосбережение в сети.

Несмотря на большое количество разработанных алгоритмов, решающих описанные частные задачи, пока не ясно, как эти алгоритмы объединить в единый бесконфликтный механизм. Есть ли базовые принципы, объединяющие все методы самоорганизации? Каковы последствия использования различных подходов в системном проектировании одной сети? Необходимы дальнейшие исследования для разработки методов измерения, анализа и визуализации макроскопического поведения беспроводных сенсорных сетей.

### Литература

1. *Krishnamchhari B.* Networking Wireless Sensors. — Cambridge University Press, 2005. — P. 202.
2. *Mills K.L.* A brief survey of self-organization in wireless sensor networks // Wireless Communications and Mobile Computing. — 2007. — V. 7, N. 7. — P. 823–834.
3. *Ho L, Samuel L.G, Pitts J.M.* Applying emergent self-organizing behavior for the coordination of 4G networks using complexity metrics // Bell Labs Technical Journal. — 2003. — N. 8. — P. 5–25.
4. *Suzuki J, Yamamoto Y.* Building an artificial immune network for decentralized policy negotiation // Proceedings of the 4th World Multiconferences on Systemics, Cybernetics, and Informatics, 2000.

## Секция физики микроволн и наноматериалов

УДК 537.622.4

*Г.Г. Аванесян<sup>1</sup>, А.В. Хвальковский<sup>2</sup>, К.А. Звездин<sup>2</sup>,  
А.К. Звездин<sup>2</sup>, Б.А. Иванов<sup>3</sup>*

*griyn@list.ru, khvalkov@fpl.gpi.ru, konstantin.zvezdin@gmail.com,  
bivanov@i.com.ua*

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

<sup>3</sup> Институт магнетизма НАНУ

### Возбуждение первой радиальной спин — волновой моды магнитного вихря в субмикронных ферромагнитных нанодисках

Изучению свойств наноразмерных магнитных материалов в последние годы уделяется большое внимание. Обнаружение того факта, что вихревое распределение намагниченности в таких объектах может быть основным состоянием, а также стабильность и управляемое переключение вихря [1], явились причиной возникновения практического интереса к ним. В частности, это связано с возможностью применения найденных свойств в магнитной памяти с высокой плотностью записи [2]. Активно изучаются возможности создания устройств, основанных на динамических свойствах нанодисков с вихрями, для применения в телекоммуникационных приложениях.

В настоящем докладе, мы представляем результаты исследования динамики вихря в субмикронных нанодисках. Во-первых, мы изучали спектр возбуждения магнитной системы. При воздействии

на субмикронный нанодиск, состоящий из магнитомягкого материала и находящийся в вихревом состоянии, коротким (длительностью в несколько пикосекунд) импульсом внешнего магнитного поля, происходит возбуждение мод системы с частотами до десятков ГГц. Спектр возбуждения вихревого состояния в ферромагнитных нанодисках состоит из низкочастотной моды трансляционного (то есть кругового) движения вихревого ядра, лежащую в субгигагерцовом диапазоне [3] и высокочастотных мод спиновых волн, лежащие в гигагерцовом диапазоне [4]. Высокочастотные моды соответствуют азимутальным и радиально симметричным осцилляциям намагниченности вихря. Описание высокочастотных мод ведётся посредством двух целочисленных индексов  $(n, m)$ . Собственные функции, описывающие малое возмущение стационарного распределения намагниченности имеют вид  $g_{nm}(\rho, \varphi) = \mu_n(\rho) \exp(im\varphi)$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$  — радиальный индекс, и  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  — азимутальный индекс. Дискретный набор собственных частот спинового возбуждения вихря представляется в виде  $\omega_{n,m}$  или  $(n, m)$ . В данной работе мы интересовались следующими собственными модами высокочастотной динамики вихря  $(1, \pm 1)$ . Как было предсказано аналитически [5] и показано экспериментально [6], для данного набора наблюдается аномальное расщепление высокочастотных собственных мод динамики вихря. В качестве образца в наших исследованиях использовался диск из пермаллоя диаметром 300 нм и толщиной 10 нм. Возбуждение системы проводится с помощью магнитного поля или спин-поляризованного тока. И в первом и во втором случае в спектре возбуждения наблюдаются три отчетливых пика. Первый пик находится в субгигагерцовом диапазоне  $\sim 0,3$  ГГц. Два других пика отстоят друг от друга на величину порядка 1 ГГц и располагаются в гигагерцовом диапазоне ( $< 10$  ГГц). Полученные значения частот, а также расщепление высокочастотных мод находятся в полном соответствии с аналитическими предсказаниями [7,8].

Работа была поддержана РФФИ, грант 08-02-90495.

#### Литература

1. Shi J. [et al.]. Magnetization vortices and anomalous switching in patterned NiFeCo submicron arrays // Appl. Phys. — 1999. — V. 74. — P. 2525–2527.
2. Nishimura N. [et al.]. // Appl. Phys. — 2002. — V. 91. — P. 5246.



3. *Novosad V., Fradin F.* [et al.]. Magnetic vortex resonance in patterned ferromagnetic dots // Phys. Rev. B. — 2005. — V. 72. — P. 024455–024459.

4. *Guslienko K.* [et al.]. Vortex-state oscillations in soft magnetic cylindrical dots // Phys.Rev. B. — 2005. — V. 71. — P. 144407–144414.

5. *Ivanov B.* [et al.]. Magnon modes and magnon-vortex scattering in two-dimensional easy-plane ferromagnets // Phys. Rev. B. — 1998. — V. 58. — P. 8464–8474.

6. *Zhu X.* [et al.]. Broadband spin dynamics of the magnetic vortex state: Effect of the pulsed field direction // Phys.Rev. B. — 2005. — V. 71. — P. 180408–180411.

7. *Ivanov B.* [et al.]. High Frequency Modes in Vortex-State Nanomagnets // Phys. Rev. — 2005. — V. 94, P. 027205-027208.

8. *Guslienko K.* [et al.]. Dynamic Origin of Azimuthal Modes Splitting in Vortex-State Magnetic Dots // Phys.Rev. — 2008. — V. 101. — P. 247203–1. –247203-4.

УДК 537.311.31

*М.А. Анисимов<sup>1</sup>, А.В. Богач<sup>2</sup>, В.В. Глушков<sup>2,1</sup>,  
С.В. Демидов<sup>2</sup>, Н.А. Самарин<sup>2</sup>, В.Б. Филипов<sup>3</sup>,  
Н.Ю. Шицвалова<sup>3</sup>, Н.Е. Случанко<sup>2</sup>*

*anisimov.m.a@gmail.com, glushkov@lt.gpi.ru*

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

<sup>3</sup> Институт проблем материаловедения  
им. И.М. Францевича НАНУ

## Анизотропия магнитосопротивления в гексабориде празеодима

В последнее время гексаборид празеодима ( $\text{PrB}_6$ ) вызывает значительный интерес у исследователей [1, 2]. Располагаясь в ряду  $\text{RB}_6$  между гексаборидом церия ( $\text{CeB}_6$ ) с промежуточной антиферромагнитной фазой и гексаборидом неодима ( $\text{NdB}_6$ ) с антиферромагнитной соразмерной (АФМ С) фазой ( $H \leq 150$  кЭ),  $\text{PrB}_6$  демонстрирует сложный вид магнитной  $H - T$  фазовой диаграммы с двумя фазовыми переходами: в АФМ несоизмерную (НС) ( $T < T_N \sim 7K$ ) и АФМ соразмерную фазы ( $T < T_M \sim 4,2K$ ) [1, 2]. При этом в гексабориде празеодима в АФМ С фазе, по данным [1], наблюдается также переход в магнитном поле  $H > H_C \sim 20$  кЭ для направления  $H \parallel < 110 >$  к простой (single-k) коллинеарной магнитной структуре. Значительная анизотропия  $H - T$  фазовой диаграммы в  $\text{PrB}_6$  отмечена авторами [2], в работе которых только для направления магнитного поля  $H \parallel < 111 >$  установлен положительный наклон границы  $T_M(H)$  и переход в несоизмерную фазу НС2 в сильных полях. В то же время большой шаг по температуре и магнитному полю при построении  $H - T$  фазовой диаграммы, допущенный в работах [1, 2], существенно затрудняет идентификацию природы магнитных фаз в этом соединении.

Для исследования анизотропии  $H - T$  фазовой диаграммы  $\text{PrB}_6$  в работе выполнены комплексные измерения угловых и полевых зависимостей магнитосопротивления  $\Delta\rho(H, \varphi)/\rho$  на монокристаллах высокого качества ( $T_N \sim 6,7K$ ,  $T_M \sim 4,6K$ ) в магнитном поле до

80 кЭ и в области температур 2 – 8К. Результаты измерений позволили установить значительное увеличение рассеяния с ростом магнитного поля вдоль направлений  $H|| < 111 >$  и  $H|| < 110 >$  в АФМ С фазе, рис. 1а и 1 б. Более того, в области сильных магнитных полей ( $H \geq 45$  кЭ) в окрестности перехода в АФМ НС фазу направление  $H|| < 110 >$  оказывается выделенным, поскольку при  $T < T_M$  на угловых зависимостях нормированного сопротивления  $\rho(\varphi)/\rho(0)$  наблюдается резкий положительный пик, соответствующий узкому интервалу углов вблизи данной ориентации магнитного поля, рис. 1б. При этом происхождение пика с ростом поля из минимума, соответствующего простой коллинеарной магнитной структуре, указывает на образование в поле новой магнитной фазы в  $\text{PrV}_6$  только для направления  $H|| < 110 >$ .

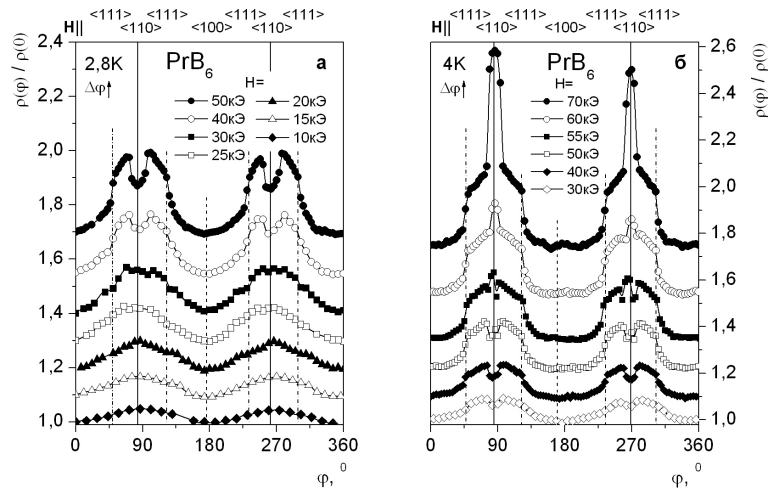


Рис. 1. Угловые зависимости поперечного магнитосопротивления  $\text{PrV}_6$  при (а) 2,8К и (б) 4К в ориентации  $H|| < 110 >$ . Для удобства восприятия кривые смещены вертикально. Вертикальными линиями обозначены направления магнитного поля

Окрестность перехода в АФМ НС фазу  $\text{PrV}_6$  характеризуется также появлением полевого гистерезиса  $A_{hyst} = \Delta\rho(H_-)/\rho - \Delta\rho(H_+)/\rho$  для каждой ориентации, рис. 2а-2в. При этом знак, амплитуда и протяженность гистерезиса сильно зависят от направления магнитного поля. Так, вдоль ориентации  $H|| < 111 >$ , в соответствии с положительным наклоном фазовой границы  $T_M(H)$ , гистерезис наблюдается при  $T > T_M$ , рис. 2б,

в отличие от других направлений. Самый протяженный по температуре гистерезис зафиксирован для случая новой фазы вдоль ориентации  $H|| < 110 >$ , рис. 2а.

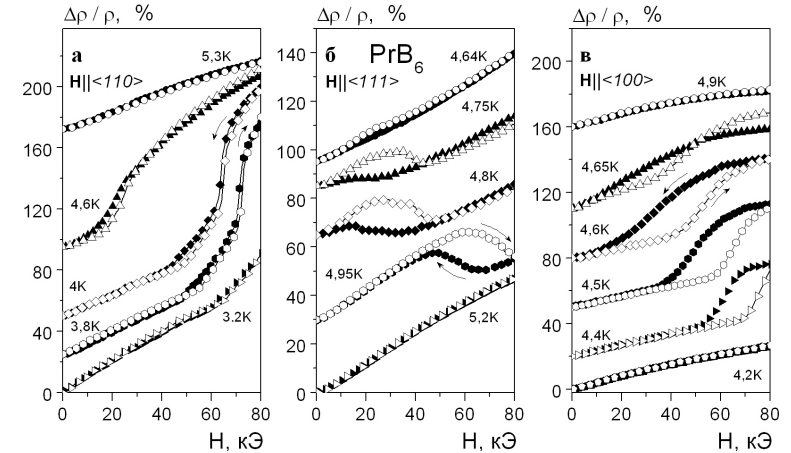


Рис. 2. Полевой гистерезис магнитосопротивления  $\text{PrV}_6$  для ориентации магнитного поля (а)  $H|| < 110 >$  (б)  $H|| < 111 >$  и (в)  $H|| < 100 >$  соответственно

Выполненный в работе анализ полевых зависимостей магнитосопротивления в рамках предложенного в [3] подхода позволил оценить значение эффективного магнитного момента  $\mu_{eff}$ . Оказалось, что найденные значения  $\mu_{eff} \sim 2\mu_B$  (для  $H|| < 110 >$ ,  $H|| < 111 >$ ) и  $3,5-4\mu_B$  (для  $H|| < 100 >$ ) свидетельствуют в пользу образования магнитных кластеров, димеров, состоящих из локализованных магнитных моментов  $4f$  — оболочки  $\text{Pr}^{3+}$  и спин-поляризованных областей  $5d$ -состояний вдоль направления  $H|| < 100 >$ . В результате исследований магнитосопротивления подробно восстановлена фазовая  $H - T$  диаграмма гексаборида празеодима.

### Литература

1. Sera M. [et al.]. // J. Phys. Soc. Jpn. — 2004. — V. 73. — P. 3422.
2. Kobayashi R.G. [et al.]. // J. Phys. Soc. Jpn. — 2001. — V. 70. — P. 1721.
3. Anisimov M.A. [et al.]. // J. Phys. Conf. Ser. — 2009. — V. 150. — P. 042005.

УДК 537.311.31

М.А. Анисимов<sup>1</sup>, А.В. Богач<sup>2</sup>, В.В. Глушков<sup>2,1</sup>,  
С.В. Демидов<sup>2</sup>, Н.А. Самарин<sup>2</sup>, В.Б. Филипов<sup>3</sup>,  
Н.Ю. Шицвалова<sup>3</sup>, Н.Е. Случанко<sup>2</sup>

anisimov.m.a@gmail.com, glushkov@lt.gpi.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

<sup>3</sup> Институт проблем материаловедения  
им. И.М. Францевича НАНУ

## Эффект Холла в гексабориде неодима

Интерес к исследованию редкоземельных гексаборидов ( $RB_6$ ) определяется перспективами их технологического применения в качестве термоэлектриков и эффективных катодных материалов. В то же время данные соединения проявляют необычные физические свойства. Так, гексаборид самария ( $SmB_6$ ) является типичным соединением с переменной валентностью, гексаборид европия ( $EuB_6$ ) демонстрирует эффект колоссального магнитосопротивления, а гексабориды диспрозия ( $DyB_6$ ) и гольмия ( $HoB_6$ ) испытывают промежуточное ферроквадрупольное упорядочение.

В данной работе исследуется эффект Холла в антиферромагнитном (АФМ) гексабориде неодима ( $NdB_6$ ) с температурой Нееля  $T_N \sim 8K$  [1, 2]. Несмотря на то, что аналогичные исследования выполнялись ранее в работах [1, 2], существует заметное расхождение полученных результатов. В частности, в статье [1] приводятся данные, указывающие на слабую температурную зависимость коэффициента холла  $R_H(T)$  в парамагнитной (ПМ) фазе. Переход в АФМ фазу при  $T < T_N$  в [1] характеризуется слабым ростом амплитуды  $R_H(T)$ . Однако большая шумовая дорожка представленных в [1] данных не позволяет получить детальную информацию о характере поведения коэффициента Холла гексаборида неодима в АФМ фазе. Результаты более поздней работы [2], полученные в низких полях  $H \sim 1$  кЭ, демонстрируют значительную температурную зависимость  $R_H(T)$  с широким пиком при  $T_N \sim 8K$ , убывающим с

ростом температуры вплоть до комнатных значений, что противоречит данным [1].

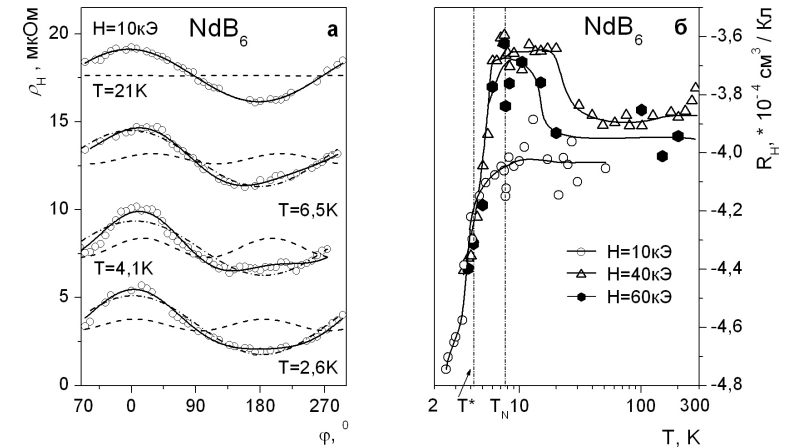


Рис. 1. (а) Угловые зависимости холловского сопротивления  $NdB_6$  в АФМ и ПМ фазах. Линиями представлены результаты, соответствующие вкладам первой гармонике (штрихпунктирная), второй гармонике (штриховая) и суммарного вклада (сплошная линия). На панели (б) представлены температурные зависимости коэффициента Холла в магнитных полях  $H = 10$  кЭ,  $40$  кЭ,  $60$  кЭ.

В этой связи для получения дополнительной информации в работе выполнены исследования эффекта Холла на монокристаллах  $NdB_6$  высокого качества ( $T_N \sim 7,7K$ ) в области температур  $2-300 K$  в магнитных полях до  $60$  кЭ. Полученные в ходе измерений данные холловского сопротивления (рис. 1а) хорошо описываются вкладом первой гармонике  $\rho_H(\varphi) = \rho_{H0} + \rho_{H1} \cos(\varphi - \varphi_0)$  в ПМ фазе. Однако с переходом в АФМ фазу  $NdB_6$  возникает необходимость учёта вклада второй гармонике  $\rho_{H2} \cos(\varphi - \varphi_{02})$ .

Выполненный анализ угловых зависимостей  $\rho_H(\varphi)$  позволяет установить значение  $R_H$  в  $NdB_6$ . Представленные на рис. 1б данные коэффициента Холла демонстрируют слабую температурную зависимость в ПМ фазе. При этом найденное значение коэффициента Холла  $R_H(H = 10$  кЭ)  $\sim -4,06 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{Кл}$  хорошо согласуется с данными [1], рис. 2а. Напротив, переход в АФМ фазу характеризуется значительным ростом амплитуды  $R_H$ , рис. 1б и 2а. Для объяснения заметного несоответствия полученных данных с результатами [2] в работе выполнены измерения полевых зависимостей

$R_H(H)$  в магнитных полях до 10 кЭ. Оказалось, что поведение кривой  $R_H(H)$  практически линейно. Таким образом, можно сделать вывод о низком качестве исследовавшихся в [2] образцов, которое на наш взгляд, и приводит к указанному расхождению. В работе также обнаружен заметный рост амплитуды второй гармоники с понижением температуры в АФМ фазе, рис. 2б. При этом максимум зависимости  $R_{H2}(T)$  соответствует температуре  $T^* \sim 4\text{K}$ . Данная температура оказывается выделенной и в ходе анализа угловых и полевых зависимостей магнитосопротивления  $\text{NdB}_6$ , что может указывать на изменение магнитной структуры  $\text{NdB}_6$  в окрестности  $T^*$ .

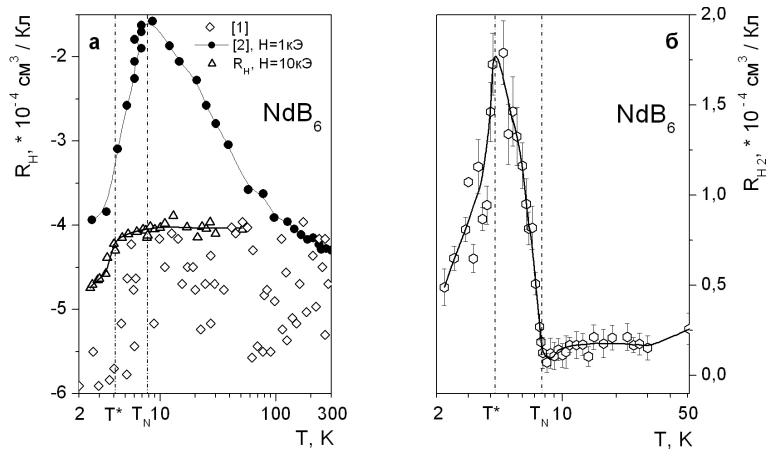


Рис. 2. (а) Сравнение температурных зависимостей коэффициента Холла  $R_H(T)$  с результатами работ [1, 2]. На панели (б) представлена температурная зависимость амплитуды вклада второй гармоники  $R_{H2}(T)$

### Литература

1. Onuki Y. [et al.]. // Phys. Rev. B. — 1989. — V. 40. — P. 11195.
2. Stankiewicz Y. [et al.]. // Phys. Rev. B. — 2005. — V. 71. — P. 134426.

УДК 538.958

А.А. Воронков<sup>1,2</sup>, Б.П. Горшун<sup>2</sup>, С. Таджима<sup>3</sup>,  
Ш. Миясака<sup>3</sup>

voronkov3@yandex.ru, gorshunov@ran.gpi.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

<sup>3</sup> Osaka University

## Подщелевая электродинамика высокотемпературного сверхпроводника $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ в поляризации перпендикулярно $\text{CuO}$ плоскостям

С применением субмиллиметрового ЛОВ-спектрометра [1] впервые выполнены прямые измерения спектров проводимости и диэлектрической проницаемости монокристалла состава  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  в ориентации, когда вектор электрического поля излучения  $E$  параллелен кристаллографической оси  $c$  (перпендикулярен  $\text{CuO}$  плоскостям).

Спектры измерены на частотах 9 — 40  $\text{см}^{-1}$  и при температурах 5 К — 300 К как в нормальной, так и в сверхпроводящей фазе. Монокристаллический образец был изготовлен в лаборатории Department of Physics, Osaka University, Machikaneyama-cho 1-1, Toyonaka-shi, Osaka 560-0043, Japan и имел форму плоскопараллельной пластинки толщиной  $d = 25$  мкм. Температура сверхпроводящего перехода составляла  $38 \pm 1$  К.

Мы обнаружили, что в нормальной фазе проводимость слабо уменьшается с понижением температуры, от  $6,1 \text{ Ом}^{-1}/\text{см}^{-1}$  при 300 К до  $4,7 \text{ Ом}^{-1}/\text{см}^{-1}$  при 45 К, а диэлектрическая проницаемость практически не изменяется.

В сверхпроводящей фазе в области низких частот (ниже  $20 \text{ см}^{-1}$ ) в спектрах проводимости наблюдается значительное остаточное поглощение, аналогичное остаточному поглощению в высокотемпературных сверхпроводящих купратах в поляризации, когда вектор  $E$  электрического поля лежит в плоскостях  $\text{CuO}$  [2, 3, 4].

Кроме того, в сверхпроводящей фазе в спектрах проводимости обнаружено возбуждение резонансного типа, частота которого зависит от температуры и изменяется от  $27 \text{ см}^{-1}$  при 30 К до  $39 \text{ см}^{-1}$  при 22 К. Мы предполагаем, что возбуждение представляет собой джозефсовский поперечный плазмон, наблюдавшийся ранее в родственных LSCO (214) сверхпроводящих материалах [5, 6]. На основании данных по диэлектрической проницаемости рассчитаны температурные зависимости плазменной частоты сверхпроводящего конденсата и концентрации куперовских пар, а также лондоновской глубины проникновения излучения (рис. 1, 2).

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований Отделения физических наук РАН «Сильно коррелированные электроны в твёрдых телах и структурах».

### Литература

1. Gorshunov B., Volkov A., Spektor I., Prokhorov A., Mukhin A., Dressel M., Uchida S., Loidl A. Terahertz BWO-Spectroscopy // Int. J. of Infrared and Millimeter Waves. — 2005. — V. 26, N.9. — P. 1217–1240.
2. Волков А.А., Горшунгов Б.П., Козлов Г.В., Красново-бодцев С.И., Печень Е.В., Сиротинский О.И., Петцелт Я. Electrodynamic properties of a superconducting film of Y-Ba-Cu-O in the submillimeter band // ЖЭТФ. — 1989. — № 95. — С. 261–266.
3. Tajima S., Fudamoto Y., Kakeshita T., Gorshunov B., Zelezny V., Kojima K.M., Dressel M., Uchida S. In-plane optical conductivity of  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ : Reduced superconducting condensate and residual Drude-like response // Phys. Rev. B. — 2005. — V. 71. — P. 094508.
4. Basov D.N., Timusk T. Electrodynamics of high- $T_c$  superconductors // Reviews of modern physics. — 2005. — V. 77. — P. 721–779.
5. Kakeshita T., Uchida S., Kojima K.M., Adachi S., Tajima S., Gorshunov B., Dressel M. Transverse Josephson Plasma Mode in  $T^*$  Cuprate Superconductors // Phys. Rev. Lett. — 2001. — V. 86, N. 18. — P. 4140–4143.
6. D.van der Marel, A.A.Tsvetkov. Transverse-optical Josephson plasmons: Equations of motion // Phys. Rev. B. — 2001. — V. 64. — P. 024530.

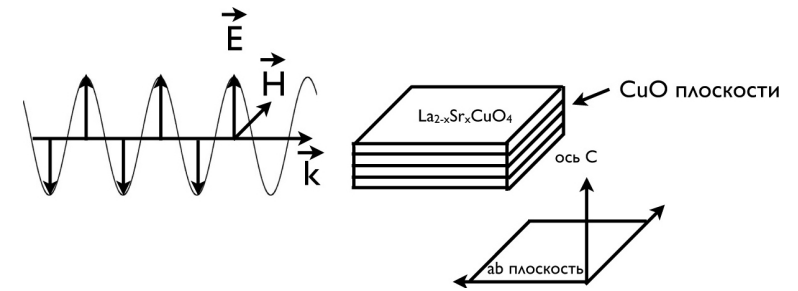


Рис. 1. Слоистая структура ВТСП материала и геометрия измерений

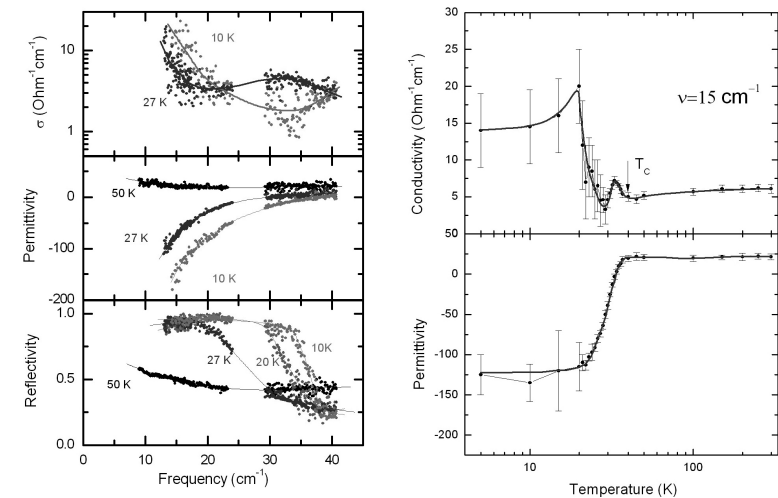


Рис. 2. а) частотные зависимости (сверху-вниз) действительной части проводимости, действительной части диэлектрической проницаемости, отражения при разных температурах; б) температурная зависимость (сверху-вниз) действительной части проводимости и действительной части диэлектрической проницаемости на частоте  $15 \text{ см}^{-1}$  (450 ГГц)

УДК 538.951:53.092

*Е.Л. Громницкая<sup>1</sup>, О.Ф. Ягафаров<sup>1</sup>, А.Г. Ляпин<sup>1</sup>,  
В.В. Бражкин<sup>1</sup>, Э.Д. Фортес<sup>2</sup>*

grom@hppi.troitsk.ru, oscar@hppi.troitsk.ru,  
alyapin@hppi.troitsk.ru, brazhkin@hppi.troitsk.ru,  
andrew.fortes@ucl.ac.uk

<sup>1</sup> Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН

<sup>2</sup> University College, London

## Ультразвуковое исследование эпсомита ( $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ ) под давлением

Гидрат сульфата магния  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  представляет собой стабильную кристаллическую фазу и является модельным объектом для исследования влияния давления на неорганические гидраты. Фазовая диаграмма эпсомита исследована плохо даже при умеренных давлениях [1–4]. Возросший интерес к этому веществу мотивирован предположением, что эпсомит — один из основных породообразующих минералов в космических условиях и распространен в грунте Марса, обеспечивая запасы связанной воды, наблюдаемой при помощи орбитальной нейтронной и гамма-спектроскопии [5, 6].

В настоящей работе были исследованы зависимости плотности и скорости звука для образцов  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{D}_2\text{O}$ . Изучение этих характеристик дало информацию о наличии, характере и кинетике фазовых превращений. Оригинальная установка на базе пьезометра с камерой высокого давления типа «цилиндр-поршень» была использована для исследования фазовых границ посредством непрерывного измерения плотности, скорости ультразвуковых волн и модулей объёмного сжатия  $B$  и сдвига  $G$  [8]. Ультразвуковые измерения проводились с помощью оригинальной установки на базе системы PXI NI. Для генерации и приёма звуковых волн использовались пьезокерамические детекторы из  $\text{LiNbO}_3$  с частотой 5–10 МГц. Образцы (диаметр 18 мм и высота 8–10 мм) предварительно спрессовывались в вакууме под давлением до 250 МПа.

Упругие характеристики  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  были исследованы до 2,8 ГПа при температурах 77, 255 — 295 К, а  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{D}_2\text{O}$  — при 295 К. В нормальных условиях для орторомбической фазы эпсомита

та  $B = 19,95$  ГПа ( $\partial B/\partial p = 5,24$ ) и  $G = 8,99$  ГПа ( $\partial G/\partial p = 0,45$ ). При температуре 295 К по аномалиям зависимостей (рис. 1) идентифицируются три фазовых перехода (1,4, 1,6, и 2,5–2,8 ГПа), со скачками объёма (0,7%, 1,4% и 3,5% соответственно).

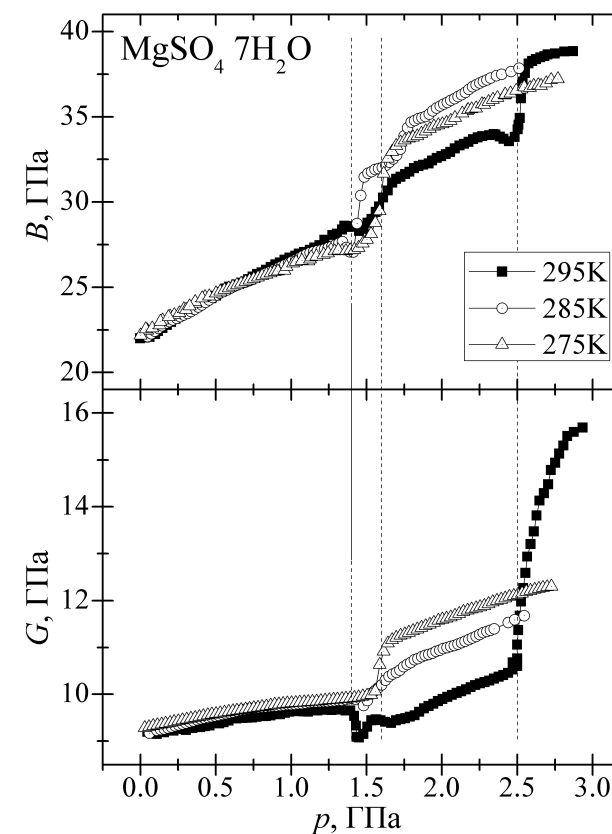


Рис. 1

При 255 — 280 К ( $\partial B/\partial p = 4,61$ ,  $\partial G/\partial p = 0,55$ ) наблюдался только один переход из орторомбической фазы (1,6 ГПа, скачок объёма 3%). Картина перехода резко отличается от наблюдаемой на зависимостях при 285 и 295 К. Это позволяет предположить, что фазовые переходы в эпсомите сильно зависят от температуры. Действительно, ранее было обнаружено [5], что при относительно низких температурах около 200 К первоначальная фаза сохраня-

лась до 5,3 ГПа. На зависимостях упругих характеристик при 77 К нами также не определены фазовые переходы. Фазовые переходы при разгрузке камеры (при 275 — 295 К) имеют большой гистерезис по давлению: на обратном ходу наблюдались два перехода при 1,2–1,5 и 0,2–0,4 ГПа. Во всех экспериментах анализ с применением рентгеновской дифракции показал, что конечная фаза (после полной разгрузки) соответствует начальной фазе эпсомита при атмосферном давлении. В нормальных условиях модули  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{D}_2\text{O}$  (рис. 2) имеют следующие значения:  $B = 18,84$  ГПа ( $\partial B/\partial p = 4,26$ ),  $G = 8,67$  ГПа ( $\partial G/\partial p = 0,5$ ). Фазовые переходы протекают менее резко и с небольшим сдвигом давления в сторону увеличения.

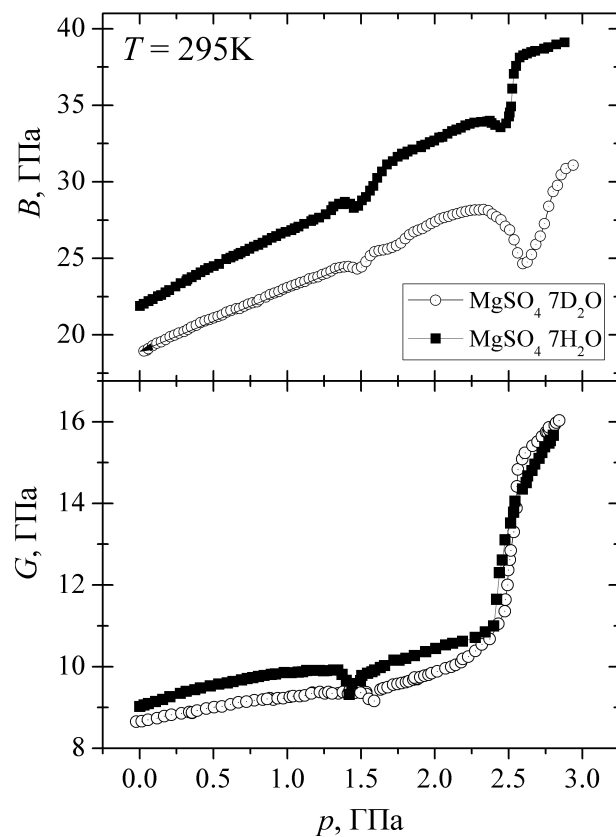


Рис. 2

Результаты проведённых исследований (очередность фазовых переходов и упругие характеристики  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{D}_2\text{O}$ ) хорошо соответствуют не только результатам измерений Бриджмена в камере «цилиндр-поршень» [1], но и результатам исследований дифракции нейтронов в  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{D}_2\text{O}$  при высоких давлениях [3, 4]. Представленное ультразвуковое исследование дало новую информацию об упругих характеристиках эпсомита и его фаз высокого давления, а также расширило представление о фазовой диаграмме  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ . Необходимо проведение дальнейших структурных *in situ* исследований фазовых переходов для изучения полиморфизма эпсомита. Особенно интересно изучение изменения фазовых переходов при понижении температуры.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (07-02-01275 и 08-02-00014), Фонда содействия отечественной науке и Программ Президиума РАН.

### Литература

1. Bridgman W. Rough compression of 177 substances to 40,000 kg/cm // Proc. Am. Acad. Arts Sci. — 1948. — V. 76. — P. 71–87.
2. Livshits L.D., Genshaft Yu.S., Ryabin Yu.N. Equilibrium diagram of the crystal hydrates of  $\text{MgSO}_4$  at high pressure, Russ. J. Inorg. Chem. — 1963. — V. 8. — P. 676–678.
3. Fortes A.D., [et al.]. The Phase Behaviour of Epsomite ( $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ ) to 50 Kbar // «37th Lunar and Planetary Science Conference». — 2006. — abstract 1029.
4. Fortes A.D., [et al.]. The thermoelastic properties of epsomite from powder neutron diffraction and ab initio // Eur. J. Min. — 2006. — V. 18. — P. 449–462.
5. Zolotov M.Yu., Kuzmin R.O., Shock E.L. Mineralogy, abundance, and hydration state of sulfates and chlorides at the Mars Pathfinder landing site // Lunar Planet. Sci. Conf. — 2004. — V. 35. — P. 1465–1466.
6. Chou I., Seal R.R. Magnesium and calcium sulfate stabilities and the water budget on Mars // J. Geophys. Res. Planets. — 2006. — V. 112. — P. E11004–11007.
7. Fredericksson K., Kerridge J.F. Carbonates and sulfates in CI chondrites: Formation by aqueous alteration on the parent body // Meteorit. — 1988. — V. 23. — P. 35–44.

8. Gromnitskaya E.L., Stal'gorova O.V., Brazhkin V.V., Lyapin A.G. Ultrasonic study of the nonequilibrium pressure-temperature diagram of H<sub>2</sub>O // Phys. Rev. B. — 2001. — V. 64. — P. 094205–094221.

УДК 535:530.182

С.М. Долотов<sup>1</sup>, Л.М. Колдунов<sup>2</sup>, М.Ф. Колдунов<sup>3</sup>,  
В.А. Петухов<sup>4</sup>, И.Л. Покотило<sup>2</sup>, А.В. Сизюхин<sup>2</sup>

lenia-laboratory@yandex.ru, modest@ran.gpi.ru, infernoaa@gmail.com

<sup>1</sup> Российский химико-технологический университет  
им. Д.И. Менделеева

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>3</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

<sup>4</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

## Нелинейные характеристики функциональных органических соединений в композите нанопористое стекло-полимер

**Введение.** Нелинейное поглощение функциональных органических соединений (ФОС) интенсивно исследуется в настоящее время [1]. Работы этого направления имеют как фундаментальный (исследование механизма нелинейного поглощения ФОС), так и практический интерес (разработка ограничителя мощности лазерного излучения).

В подавляющем большинстве работ исследование ФОС выполнялось в органических растворителях, тогда как с практической точки зрения желательнее, чтобы ФОС был введен в твердотельную матрицу. Сложность создания твердотельной матрицы обусловлена требованиями, предъявляемыми к ней. Она должна обладать высокой лазерной прочностью, высоким оптическим качеством, механической прочностью и т. д.

В данной работе представлены результаты исследования нелинейного поглощения ФОС, введенных в композитную матрицу нанопористое стекло — полимер (НПСП). Эта матрица обладает уникальными физико-механическими свойствами, необходимыми для работы лазерных элементов [2], и позволяет вводить ФОС в высокой концентрации.

**Экспериментальные исследования.** В качестве ФОС были выбраны тетрафенилпорфирин цинка (t-PhPrZn) и модифицированные фталоцианины цинка (PcZn) и свинца (PcPb). Все эти соединения имеют высокий коэффициент нелинейной восприимчивости в органических растворителях и хорошо вводятся в композит НПСП.

Экспериментальные исследования проводились методом измерения кривой затемнения, схема экспериментальной установки показана на **рис. 1**.

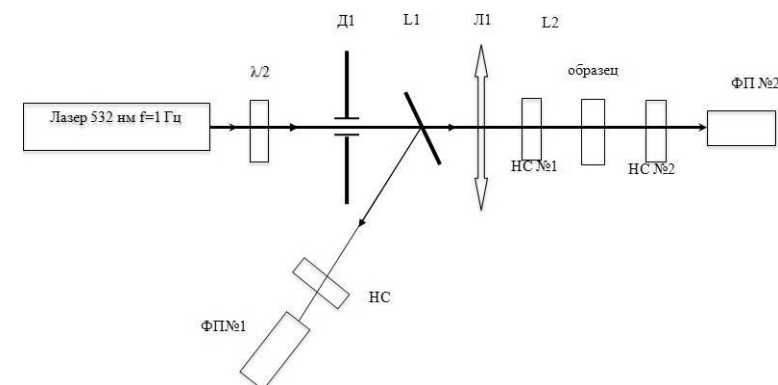


Рис. 1. Оптическая схема экспериментальной установки

В качестве источника излучения использовалась вторая гармоника лазера YAG: Nd<sup>3+</sup>. Длительность импульса —  $25 \pm 2$  нс, частота их следования 1 Гц. Измерение энергии лазерного импульса выполнялось фотоприёмниками, изготовленными на основе фотодиода ФД-24 (ФП №1 и №2), которые с точностью  $\pm 5\%$  калибровались по фотоприёмнику PD10 фирмы Ophir. Изменение интенсивности на образце выполнялось с помощью нейтральных светофильтров НС1 и НС2.

Результаты исследования нелинейного поглощения композита, активированного PcPb, представлены на **рис. 2**.



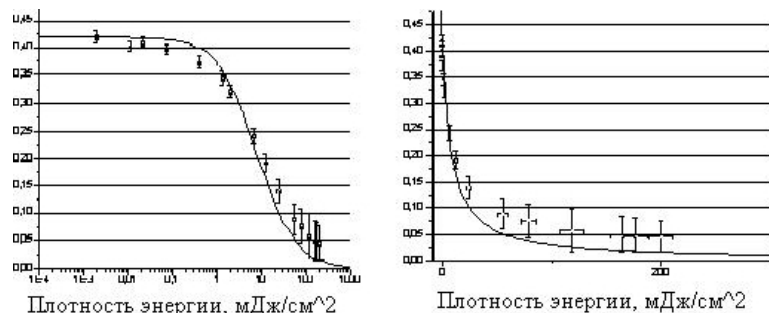


Рис. 2. Зависимость пропускания РсРb от плотности энергии лазерного излучения в логарифмическом (слева) и линейном масштабах (справа)

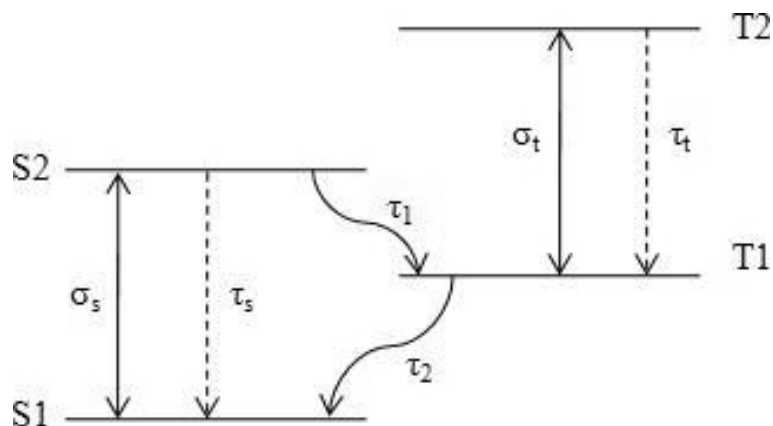


Рис. 3. Схема уровней, участвующих в процессе наведённого нелинейного поглощения из триплетного состояния

Основными характеристиками нелинейного поглощения являются: контраст  $D$ , пороги нелинейного поглощения  $I_p$  и насыщения  $I_n$ . Наилучшие результаты были получены для РсРb:  $D = 8,6$ ,  $I_p = 6,9$  мДж/см<sup>2</sup>,  $I_n = 118$  мДж/см<sup>2</sup>. Для сравнения, аналогичные величины для t-PhPrZn составляли:  $D = 2,4$ ,  $I_p = 2,5$  см/Дж<sup>2</sup>,  $I_n = 31$  мДж/см<sup>2</sup>.

**Теоретический анализ.** Полученные экспериментальные данные допускают истолкование в терминах четырёхуровневой схемы молекулы ФОС, показанной на рис. 3.

Символами  $S_0$  и  $S_1$  обозначены синглетные уровни, а  $T_1$  и  $T_2$  — триплетные. Времена релаксации уровней, а также времени интер-

комбинационной конверсии обозначены  $\tau_s$ ,  $\tau_t$  и  $\tau_1$  и  $\tau_2$  соответственно, а  $\sigma_s$  и  $\sigma_t$  — сечения поглощения излучения синглетного и триплетного перехода. Решение кинетических уравнений для схемы уровней, представленных на рис. 3, даёт

$$I(z) = \frac{\alpha I_0}{\alpha + \gamma I_0 (1 - e^{-\alpha z})} e^{-\alpha z}, \quad \alpha = \sigma_s N, \quad \gamma = \sigma_s \sigma_t \tau_2 N,$$

где  $I_0$  — интенсивность лазерного излучения,  $N$  — плотность молекул ФОС. Как следует из рис. 2, полученная теоретическая зависимость (сплошная линия) хорошо описывает экспериментальные данные.

### Литература

1. Proceedings of first international workshop on optical power limiting. Cannes (France) 28 June. — 1 July (1998).
2. Алдэг Х.Р., Долотов С.М., Колдунов М.Ф., [и др.]. Квантовая электроника, 30, 954, (2000).

УДК 538.955

*Н.А. Козлов*<sup>1,2</sup>, *А.В. Михеенков*<sup>2,1</sup>

kozlovna@gmail.com, mikheen@bk.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)<sup>2</sup> Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН

## К вопросу о состоянии с двумя сосуществующими дальними порядками вблизи точки квантового фазового перехода

Фрустрация может приводить к существенному изменению привычной картины неелевского антиферромагнетика для двумерной квантовой модели Гейзенберга, в рамках которой часто изучается квантовый фазовый переход:

$$J_1, J_2 = \frac{1}{2} J_1 \sum_{i,g} i_{i+g} + \frac{1}{2} J_2 \sum_{i,d} i_{i+d},$$

$J_2/J_1 \sim 0,5$  где — константы взаимодействия первых и вторых ближайших соседей. В этом случае потеря дальнего порядка приводит в области фрустраций к возникновению чисто квантового состояния, в котором сохраняются только локальные корреляции и открытые щели в спиновом спектре восстанавливает SU (2) симметрию Гамильтониана для основного состояния.

Основным вопросом теории является установление структуры основного состояния вблизи точки квантового фазового перехода. Как правило, оно строится в следующих видах: неелевское ( $\nearrow, \searrow$ ), страйп состояние ( $(0, \nearrow), (\searrow, 0)$ ), геликоидальное ( $(q, \nearrow), (q, \searrow)$  при учете третьих соседей); комбинация локальных АФМ синглетов — резонансных валентных связей (short range valence bond state или спиновая жидкость, columnar valence bond crystal, plaquette valence bond crystal). За исключением простых неелевской и страйп фаз,  $J_2/J_1 \sim 0,5$ , далее задача решается численно [1]. Альтернативный метод — поиск неустойчивости (по поведению спиновой восприимчивости) по отношению к заданной структуре искомого состояния.

Оказывается, однако, что в области критической фрустрации возможны состояния иной структуры, которые упомянутыми методами не распознаются.

В настоящей работе показано, что в указанной области фрустраций и при затухании спиновых возбуждений  $\gamma \geq 0,3J_1$  возникает состояние с двумя сосуществующими типами дальнего порядка (шахматным и страйп). Рассмотрение ведётся в рамках сферически-симметричного подхода для спиновых функций Грина:

$$G_{nm}^z = \langle S_n^z | S_m^z \rangle_{\omega+i\delta} = -i \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle [S_i^z(t), S_j^z] \rangle.$$

При учете затухания функция Грина принимает вид

$$\omega_q^\gamma G^z(q, \omega) = \frac{F_q}{\omega^2 - \omega_q^2 + i\omega\gamma},$$

где  $\omega_q$  — самосогласованный спектр спиновых возбуждений (сложная функция спин-спиновых корреляторов), — параметр затухания [2, 3]. Структура основного состояния формулируется на языке спин-спиновых корреляторов. При  $T = 0$  в области критических фрустраций конкурируют спин-жидкостного состояния без дальнего порядка и состояния с двумя сосуществующими типами дальнего порядка. Для последнего в точках ( $\nearrow, \searrow$ ) и ( $0, \searrow$ ) закрыты спиновые щели, и дальний порядок имеет вид

$$\vec{Q}_1 = (\pi, \pi), \quad \vec{Q}_2 = (\pi, 0),$$

$$\vec{Q}_3 = (0, \pi) \langle \vec{S}_0 \vec{S}_r \rangle_{r \rightarrow \infty} = A \exp(i\vec{Q}_1 \vec{r}) + \frac{B}{2} (\exp(i\vec{Q}_2 \vec{r}) + \exp(i\vec{Q}_3 \vec{r})),$$

где  $\vec{Q}_1 = (\pi, \pi)$ ,  $\vec{Q}_2 = (\pi, 0)$ ,  $\vec{Q}_3 = (0, \pi)$ .

Во всей области параметров последнее состояние оказывается метастабильным, его энергия несколько выше, чем у спин-жидкостного. Однако учёт конкурирующего состояния с радикально отличной от спиновой жидкости структурой может дать существенный вклад в термодинамику системы при конечных температурах.

### Литература

1. *Mambrini M., Laeuchli A., Poilblanc D., Mila F.* Plaquette valence-bond crystal in the frustrated Heisenberg quantum

antiferromagnet on the square lattice // Phys. Rev. B. — 2006. — V. 74, N. 14. — P. 144422–144434.

2. *Михеенков А.В., Барабанов А.Ф.* Спиновая восприимчивость купратов в рамках модели двумерного фрустрированного антиферромагнетика. Роль перенормировок спиновых флуктуаций для описания нейтронных экспериментов // ЖЭТФ. — 2007. — Т. 132, № 2. — С. 392–405.

3. *Mikheyenkova A.V., Kozlov N.A., Barabanov A.F.* On the damping in the two-dimensional frustrated Heisenberg model // Physics Letters A. — 2009. — V. 373, N. 6. — P. 693–697.

УДК 537.639

*А.В. Крашенинников<sup>1</sup>, А.В. Хвальковский<sup>2</sup>,  
К.А. Звездин<sup>2</sup>*

ankrashru@gmail.com, khvalkov@fpl.gpi.ru,  
konstantin.zvezdin@gmail.com

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

## Спиновая аккумуляция и движение доменной стенки в спин-вентильной нанополоске

За последние несколько лет интерес к индуцированному током движению доменных стенок (ДС), которое наблюдается в магнитных нанополосках [1–4], возрос многократно как из-за фундаментального интереса к этому явлению, так и с точки зрения создания новых приложений, таких как, магнитная память и магнитные логические элементы. Экспериментально было найдено, что критическая плотность тока для приведения ДС в движение составляет около  $10^7$  А/см<sup>2</sup> в однослойной нанополоске NiFe [4]. Интересно, что в случае узкой многослойной нанополоски с ДС в свободном магнитном слое эта величина составляет всего  $10^6$  А/см<sup>2</sup>. Возможно, основную роль, обуславливающую это различие, играют спиновые

токи, которые могут течь в спиновом вентиле в области ДС перпендикулярно плоскости слоев. Действительно, как было показано в [5], подобные токи возбуждают ДС значительно более эффективно, чем токи, текущие в плоскости магнитного слоя. Однако до сих пор расчёта распределения спиновых токов в спин-вентильной структуре с ДС сделано не было. Наша задача состояла в проведении подобного расчёта.

Нашей целью являлся более детальный расчёт пространственного распределения спин-поляризованных токов и спиновой аккумуляции для длинной и узкой спин-вентильной наноструктуры. Расчёт проводился в диффузном приближении. Наноструктура состоит из следующих частей: закреплённый магнитный слой, немагнитный слой и свободный магнитный слой, в котором содержится ДС. Расчёт распределения электрохимического потенциала и спиновых токов мы проводим с помощью метода, развитого J. Hamrle et al. [6] и обобщённого нами, для учёта возможной неколлинеарности намагниченности в магнитных слоях. В методе J. Hamrle et al. изучаемой системе ставится в соответствие двух- или трёхмерная квазиэлектрическая схема, состоящая из набора, так называемых, спин-зависимых резисторных элементов (СЗРЭ). СЗРЭ соответствует однослойному или многослойному участку системы, в котором транспорт может рассматриваться в одномерном приближении. Решение задачи спиновой диффузии Valet-Fert [7] для СЗРЭ позволяет линейно связать значения электрохимического потенциала и спиновых токов на двух концах элемента. Используя обобщённые законы Кирхгофа для узлов схемы, решение задачи спинового транспорта всей системы сводится к решению большого числа линейных уравнений. Данный метод может быть применен для систем с существенно коллинеарно намагниченными слоями. Однако для спин-вентильной системы с ДС необходимо использование более общих методов. В частности, требуется решение задачи спинового транспорта для неколлинеарно намагниченных слоев. Строим подобный обобщённый метод, основываясь на одномерном решении работы Barnas et al. [8].

С помощью этого метода рассчитываем задачу спинового транспорта в трёхслойной системе /Co (7nm) /Cu (8nm) /CoFeB (4nm) /, подобной рассматриваемой в работе S. Laribi et al. [2]. Используем двумерную сетку, при этом каждому слою и каждому интерфейсу соответствует один слой СЗРЭ. Получившаяся сетка схематично

изображена на **рис. 1**. Для данной системы был произведён расчёт спинового транспорта. Результаты будут представлены на конференции.

Работа была поддержана РФФИ, грант 09-02-01423.

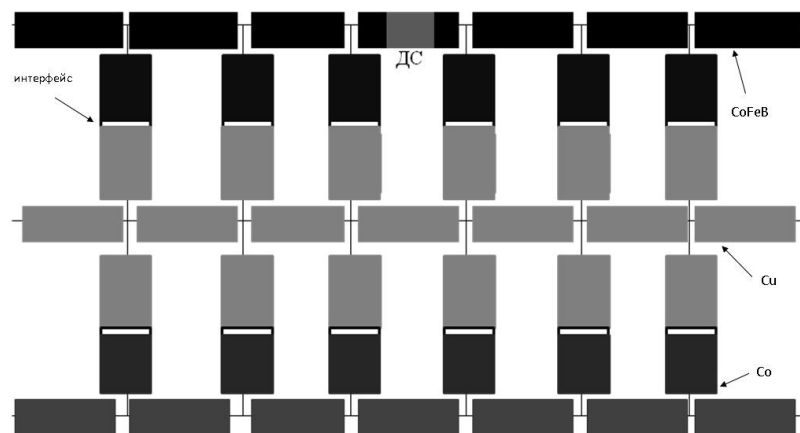


Рис. 1. Представление исследуемой нано-полоски в виде сетки из СЗРЭ

### Литература

1. *Grollier J., [et al.]*. Switching a spin valve back and forth by current-induced domain wall motion // *Appl. Phys. Lett.* — 2003. — V. 83, N.3. — P. 509–511.
2. *Laribi S., [et al.]*. Reversible and irreversible current induced domain wall motion in CoFeB based spin valves stripes // *Appl. Phys. Lett.* — 2007. — V. 90. — P. 232505–1232505-3.
3. *Yamaguchi A., [et al.]*. Real-Space Observation of Current-Driven Domain Wall Motion in Submicron Magnetic Wires // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — V. 92. — P. 077205–077209.
4. *Hayashi M., [et al.]*. // *Science*. — 2008. — V. 320. — P. 209.
5. *Khvalkovskiy A. V., [et al.]*. High domain wall velocities due to spin currents perpendicular to the plane // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — V. 102. — P. 067206–1–067206-4.
6. *Hamrle J., [et al.]*. Three-dimensional distribution of the spin-polarized current inside nanostructures // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — V. 98. — P. 064301–1–064301-7.

7. *Valet T., Fert A.* Theory of perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers // *Phys. Rev. B.* — 1993. — V. 48, N. 10. — P. 7099–7113.

8. *Barnan J., [et al.]*. From giant magnetoresistance to current-induced switching by spin transfer // *Phys. Rev. B.* — 2005. — V. 72. — P. 024426–1–024426-12.

УДК 537.622.4

*П.Н. Лапа<sup>1,2</sup>, А.В. Семенов<sup>2</sup>, С.В. Демичев<sup>2</sup>*  
 pasha\_lapa@tut.by, semeno@lt.gpi.ru, demis@lt.gpi.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
 (государственный университет)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

## Влияние неоднородности магнитного поля на электронный спиновый резонанс в гексабориде европия

При исследовании электронного спинового резонанса (ЭСР) в образцах с большой магнитной восприимчивостью одной из трудностей является неоднородность магнитного поля в образце. Эта трудность вызвана тем, что при большой намагниченности и ограниченных размерах тела на него, кроме поля, созданного внешним источником, оказывает влияние наведенное магнитное поле. При измерении ЭСР в диэлектриках проблема неоднородности решается путём использования в эксперименте тел сферической формы [2]. Однако в металлах из-за скин-эффекта данный подход не применим, так как вызывает значительное уширение линии и искажение формы [2]. В ряде статей по электронному спиновому резонансу в гексабориде европия наблюдалось расщепление линии, величина которого зависит от формы образца и температуры [4, 5] (**рис. 1**). В работе [5] было сделано предположение, что наблюдаемое поведение линии ЭСР является следствием магнитного фазового расслоения.

В нашей работе мы утверждаем, что причиной данного эффекта может являться неоднородность магнитного поля в образце. Для

обоснования этого мы применяем численное моделирование формы линии, используя модель Ампера для нахождения магнитного поля в образцах различной формы. Поглощение в конкретной точке образца пропорционально величине  $P = \sqrt{(\mu_1^2 + \mu_2^2)^{\frac{1}{2}} + \mu_2}$ , где  $\mu_1 = \Re(\mu - \frac{\mu_a^2}{\mu})$  и  $\mu_2 = -\text{Im}(\mu - \frac{\mu_a^2}{\mu})$ , а  $\mu$  и  $\mu_a$  — элементы матрицы

магнитной восприимчивости  $\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  [4]. Согласно

модели Ландау:

$\mu = 1 + \frac{4\pi\gamma J[\gamma H + \alpha(i\omega + \alpha\gamma H)]}{\gamma^2 H^2 + [i\omega + \alpha\gamma H]^2}$  и  $\mu_a = 1 + \frac{4\pi\gamma J\omega}{\gamma^2 H^2 + [i\omega + \alpha\gamma H]^2}$ ,  $A$  — параметр, определяющий затухание.

Нами были получены зависимости величины интегрированно-го резонансного поглощения образца  $\int \int \int_{\text{образец}} P dx dy dz$ , которая с точностью до коэффициента совпадает с величиной поглощения в резонаторе, получаемой в эксперименте. При этом учитывалось, что из-за значительного скин-эффекта поглощение происходит только в тонком слое на боковой поверхности и основании образца, что позволило не рассматривать неоднородность высокочастотной компоненты магнитного поля. На рис. 1 показаны резонансные кривые, полученные экспериментально и с помощью численного моделирования.

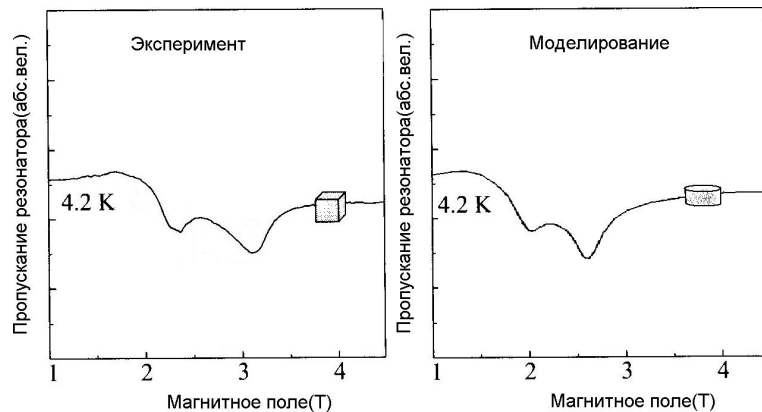


Рис. 1. Резонансная линия, полученная экспериментально и в результате моделирования

Также были построены зависимости максимумов поглощения от температуры и проведено сравнение с данными, полученными

экспериментально. Оказалось, что при частоте 9 ГГц при понижении температуры резонансное поле основания увеличивается, а резонансное поле боковой поверхности практически не изменяется (рис. 2). Однако при частоте 60 ГГц резонансное поле боковой поверхности начинает уменьшаться (максимумы «расходятся» в разные стороны) (рис. 2).

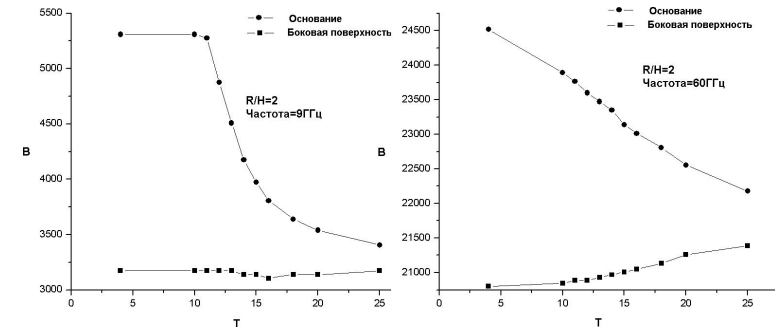


Рис. 2

В работе было продемонстрировано хорошее качественное совпадение результатов расчёта и эксперимента, что свидетельствует о правильности модели, используемой для объяснения экспериментальных результатов (уширение и расщепление линии, её вид при изменении температуры и частоты поля), а именно учёт неоднородности магнитного поля в образце.

## Литература

1. Халилеев П.А. Основные понятия электродинамики сплошных сред. — Свердловск, 1989. — 223 с.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. — М.: Наука, 1973. — 386 с.
3. Киттель Ч. Введение в физику твёрдого тела. — М.: Наука, 1978.
4. Semeno A. [et al.]. Electron spin resonance in  $\text{EuB}_6$  // Phys. Rev.B. — 2009. — V. 79, N. 79. — P. 144231–144239.
5. Альтшулер Т.С., Горюнов Ю.В., Духненко А.В., Шицевалова Н.Ю. Магнитное фазовое расслоение в гексабориде европия и его связь с кондо-взаимодействиями // Письма в ЖЭТФ. — 2008. — Т. 88, № 3. — С. 258–262.

УДК 537.622.5

Н.Е. Лучанко<sup>1</sup>, А.В. Богач<sup>1</sup>, А.Н. Азаревич<sup>2,1</sup>

nes@lt.gpi.ru, alex@lt.gpi.ru, azarevich@lt.gpi.ru

<sup>1</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Магнитная восприимчивость и магнитосопротивление в квантовой критической точке $Tm_{0,76}Yb_{0,24}B_{12}$

В ряду соединений  $RB_{12}$  ( $R = Tb, Dy, Ho, Er, Tm$ ) с нанокластерами  $B_{12}$  додекабориды тулия и иттербия находятся вблизи границы магнитной неустойчивости. Так, при заполнении 4f-оболочки редкоземельного иона от  $Tm$  к  $Yb$  основное состояние меняется от антиферромагнитного в  $TmB_{12}$  с металлической проводимостью и низкими значениями температуры Нееля ( $T_N \sim 3.2$  К) к парамагнитному диэлектрику  $YbB_{12}$  с нецелочисленной валентностью иона  $Yb$  ( $\nu(Yb) \cong 2.9$ ). Кроме того, недавние исследования транспортных и магнитных свойств в слабых магнитных полях в ряду растворов замещения редкоземельных додекаборидов  $Tm_{1-x}Yb_xB_{12}$  позволили авторам [1] сделать вывод о достижении с ростом  $x$  квантовой критической точки (ККТ,  $T_N = 0$ ) вблизи  $x \sim 0.3$  и связанной с этим диэлектризацией электронной структуры в интервале  $0 < x \leq 0.8$ .

Целью данной работы являлось исследование низкотемпературных магнитных свойств при изменении в ряду  $Tm_{1-x}Yb_xB_{12}$  от чистого  $TmB_{12}$  к соединению с ККТ ( $0 \leq x \leq 0.3$ ), а также детальные исследования намагниченности  $M(H, T)$  и магнитосопротивления  $\Delta\rho/\rho(H, T)$  твёрдого раствора  $Tm_{0,76}Yb_{0,24}B_{12}$ , отвечающего ККТ. Измерения проводились на монокристаллических образцах высокого качества  $Tm_{1-x}Yb_xB_{12}$  при температурах  $T \leq 7$  К в магнитном поле до 80 кЭ. Для примера на рисунке (рис. 1) представлены полевые зависимости магнитной восприимчивости  $\chi(H)$  и магнитосопротивления  $\Delta\rho/\rho(H)$  соединения в ККТ  $Tm_{0,76}Yb_{0,24}B_{12}$ . Из полученных в работе результатов следует отметить, что:

1. С ростом  $x$  в ряду  $Tm_{1-x}Yb_xB_{12}$  подавляется антиферромагнитный порядок и уменьшается по абсолютной величине магнит-

ный отклик. Также намагниченность системы уменьшается в сильных магнитных полях при понижении температуры.

2. Вне ККТ  $x \sim 0.3$  магнитосопротивление оказывается пропорциональным квадрату намагниченности. Высокая точность измерений сопротивления в магнитном поле  $Tm_{0,76}Yb_{0,24}B_{12}$  позволила детально проанализировать локальную магнитную восприимчивость  $\chi_{loc}(H, T) = (1/H (d(\Delta\rho/\rho)/dH))^{1/2}$ , полученную нами в рамках подхода, предложенного в работе [2], непосредственно из данных магнитосопротивления, и сопоставить с данными объёмной магнитной восприимчивости  $\chi(H, T_0) = dM/dH$ . В ККТ магнитосопротивление перестаёт изменяться пропорционально квадрату намагниченности, модель Иосиды становится не применимой.

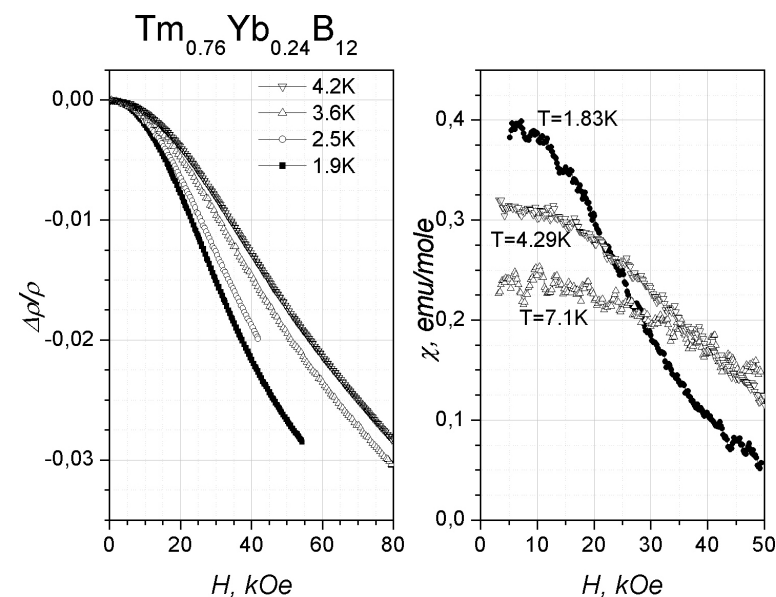


Рис. 1

### Литература

1. Лучанко Н.Е. [и др.]. Антиферромагнитная неустойчивость и переход металл-изолятор в редкоземельных додекаборидах  $Tm_{1-x}Yb_xB_{12}$ // Письма в ЖЭТФ. — 2009. — Т. 89, № 5. — С. 298–302.

2. *Yosida K.* Anomalous electrical resistivity and magnetoresistance due to an  $s - d$  interaction in Cu-Mn alloys // *Phys. Rev.* — 1957. — V. 107. — P. 396–403.

УДК 537.312.8

*Н.Е. Лучанко<sup>1</sup>, А.В. Богач<sup>1</sup>, А.Н. Азаревич<sup>2,1</sup>,  
К.С. Любшов<sup>2</sup>*

nes@lt.gpi.ru, alex@lt.gpi.ru, azarevich@lt.gpi.ru,  
loubshov@mail.ru

<sup>1</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Изотоп-эффект в зарядовом транспорте $\text{LuB}_{12}$

Додекаборид лютетия является немагнитным сверхпроводящим металлом ( $T_C \approx 0.44$  К) [1] и кристаллизуется в каркасно-клатерной ГКЦ структуре типа  $\text{UB}_{12}$ , в которой подрешётка из кубооктаэдров бора формирует жёсткий каркас. В полостях большого размера в ковалентном каркасе  $\text{LuB}_{12}$  размещены слабо связанные с ним ионы редкоземельного (РЗ) элемента. Интерес к таким системам обусловлен в основном возможностью исследования взаимосвязи сверхпроводимости и электрон-фононного взаимодействия при идентификации из данных термодинамических и транспортных измерений фононной моды, ответственной за сверхпроводимость в этих соединениях [1–3]. Зона проводимости гексаборида лютетия шириной около 5 эВ [3] сформирована в основном  $5d$ -состояниями РЗ элемента, в значительной степени гибридованными с  $2p$ -электронными состояниями бора [4]. Поскольку соединения  $\text{RB}_{12}$  (R- Но, Ег, Тм и Lu) являются двухэлектронными металлами [5], учитывая  $5d$  — характер зоны проводимости, кроме эффектов, связанных с сильным электрон-фононным взаимодействием, можно также ожидать влияния корреляционных эффектов на свойства гексаборида лютетия.

В связи с этим в работе в широком диапазоне температур 2–300 К на монокристаллических образцах соединений  $\text{Lu}^{10}\text{B}_{12}$  и  $\text{Lu}^{11}\text{B}_{12}$  различного изотопического состава исследовались поперечное магнитосопротивление и коэффициент Холла в магнитном поле до 80 кЭ.

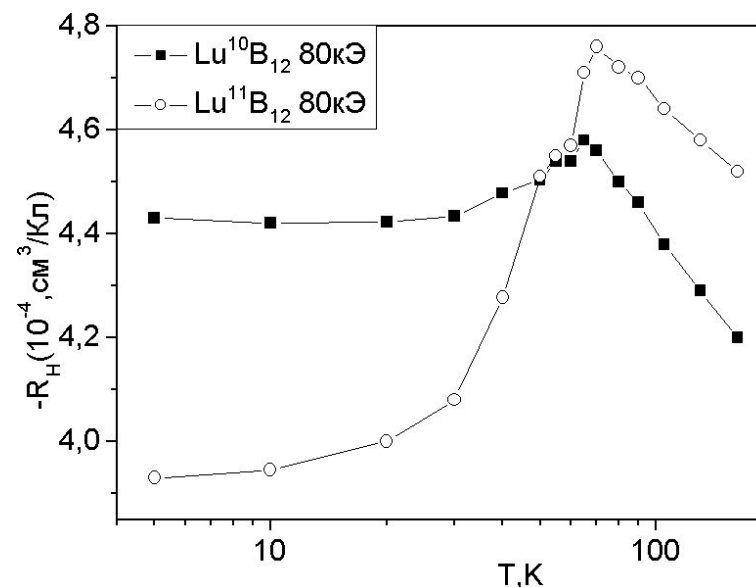


Рис. 1

В результате проведённых исследований установлено, что для всех исследованных в работе образцов  $\text{LuB}_{12}$  при температурах 2–300 К в магнитных полях до 80 кЭ наблюдается эффект положительного магнитосопротивления (ПМС), которое подчиняется правилу Колера —  $\Delta\rho/\rho = f(\rho(0, 300\text{ К}) H/\rho(0, T))$ . Резкое возрастание амплитуды ПМС происходит при низких температурах  $T < T^* \approx 50\text{--}70$  К в зависимости от изотопического состава додекаборида лютетия. На температурных зависимостях коэффициента Холла  $R_H(T)$  вблизи  $T^*$  наблюдается особенность (рис. 1), характер которой существенно различается для соединений  $\text{LuB}_{12}$  с различным изотопическим составом по бору. При этом обнаружено значительное различие в абсолютной величине коэффициента Холла соединений  $\text{Lu}^{10}\text{B}_{12}$  и  $\text{Lu}^{11}\text{B}_{12}$  различного изотопического состава при гелиевых температурах, причём  $R_H(T)$  при  $T < T^*$

в  $\text{Lu}^{11}\text{B}_{12}$  немонотонно меняется в пределах 10–20% от абсолютной величины с ростом напряжённости внешнего магнитного поля  $H \leq 80$  кЭ.

### Литература

1. *Flachbart K.* [et al.]. Low temperature properties and superconductivity of  $\text{LuB}_{12}$ // J. Low Temp. Phys. — 2005. — V. 140, N.5. — P. 339–453.
2. *Lortz R.* [et al.]. Specific heat, magnetic susceptibility, resistivity and thermal expansion of the superconductor  $\text{ZrB}_{12}$ // Phys. Rev. B. — 2005. — V. 72, N. 2. — P. 024547–024555.
3. *Teysier J.* [et al.]. Effect of electron-phonon coupling on the superconducting transition temperature in dodecaboride superconductors: A comparison of  $\text{LuB}_{12}$  with  $\text{ZrB}_{12}$ // Phys. Rev. B. — 2008. — V. 78, N. 13. — P. 134504–134511.
4. *Jdger B.* [et al.]. Characterization of the electronic properties of  $\text{YB}_{12}$ ,  $\text{ZrB}_{12}$ , and  $\text{LuB}_{12}$  using  $^{11}\text{BNMR}$  and first-principles calculations // J. Phys. Cond. Mat. — 2006. — V. 18, N. 8. — P. 2525–2537.
5. *Случанко Н.Е.* [и др.]. Аномальный эффект Холла в  $\text{HoB}_{12}$ // Письма в ЖЭТФ. — 2007. — Т. 86, № 9. — С. 691–694.

УДК 669.539.56

*Д.Н. Мовчан*<sup>1,2</sup>, *В.Н. Шиванюк*<sup>2</sup>

`d_e_n_i@ukr.net``deni@imp.kiev.ua`, `shyva@imp.kiev.ua`

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт металлофизики им. Г.В. Курдюмова НАНУ

## Природа индуцированной водородом $\gamma^*$ фазы в железо-никелевых сплавах

Дискуссии о природе расщепления пиков  $\gamma$ -фазы начались с идеи о наличии разрыва смешиваемости в системе  $\text{Me} - \text{H}$  в результате образования обогащенной водородом  $\gamma^*$  и обедненной водородом  $\gamma_e$ -фаз.

Одну из гипотез, почему же происходит расщепление, впервые дали D.G. Ulmer и C.J. Altstetter. Авторы высказали идею о том, что расщепление гамма-рефлексов происходит в связи с разрывом смешиваемости в системе  $\text{Me} - \text{H}$ . [1] Первое предположение о том, что причиной расщепления гамма-рефлексов является не разрыв смешиваемости, было высказано в статье Mathias H, Katz Y, Nadiв S. После насыщения водородом происходило расщепление пика гамма-фазы, а в процессе старения наблюдалась постоянная релаксация кристаллической решётки, не свойственная разрыву смешиваемости. [2]

Идея же нашей работы заключается в том, что расщепление рефлексов гамма-фазы в насыщенном водородом твёрдом растворе является следствием ближнего атомного расслоения твёрдого раствора замещения. В данной работе были проведены ab initio расчёты взаимодействия атомов в системах  $\text{Fe} - \text{H}$ ,  $\text{Ni} - \text{H}$ ,  $\text{Fe} - \text{Ni} - \text{H}$  и экспериментально изучены вызванные водородом фазовые превращения в чистом  $\text{Ni}$  и  $\text{Fe} - \text{Ni}$  ГЦК твёрдом растворе. Ab initio вычисления атомных энергий взаимодействия свидетельствуют о распаде в твёрдом растворе  $\text{Fe} - \text{Ni}$  ближнего атомного порядка и более предпочтительном соседстве  $\text{Fe-H}$  по сравнению с  $\text{Ni} - \text{H}$ . Расщепление рефлексов  $\gamma$ -фазы на рентгеновских дифрактограммах наводороженного образца сплава ГЦК  $\text{Fe} - \text{Ni}$  интерпретируется как локальное расширение решётки  $\gamma$ -фазы атомами водорода,



предпочтительно локализованными в областях обогащенных Fe при ближнем атомном расслоении твёрдого раствора. Это означает, что  $\gamma^*$  ( $\gamma_H$ )-фазу в ГЦК Fe-Ni сплавах нельзя рассматривать, как псевдогидрид, наличие которого подразумевает разрыв смешиваемости в системе Me — H. Напротив, поведение сформированного гидроксида Ni во время водородной дегазации соответствует ожидаемому разрыву смешиваемости в системе Ni — H.

УДК 537.9

И.Ф. Чанышев<sup>1</sup>, В.А. Сидоров<sup>2</sup>

ismagil@inbox.ru, sidorov@hppi.troitsk.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)<sup>2</sup> Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН

## Влияние высокого давления на температуру антиферромагнитного перехода в USb<sub>2</sub>

Методом модуляционной калориметрии исследовано влияние высокого давления до 5 ГПа на температуру магнитного перехода в слоистом антиферромагнетике USb<sub>2</sub>. Обнаружено, что температура магнитного перехода растёт с ростом гидростатического давления со скоростью  $dT/dP = 3,5$  К/ГПа, что находится в хорошем согласии с результатами эксперимента при высоком газовом давлении гелия до 0,3 ГПа [1] и тенденциями изменения температуры Нееля в ряду UAs<sub>2</sub>, USb<sub>2</sub>, UB<sub>2</sub>. Обнаружено сильное влияние одноосного давления вдоль оси с тетрагональной структуры монокристалла на  $dT_N/dP$ . С ростом одноосного давления  $dT_N/dP$  уменьшается и даже может стать отрицательной величиной.

### Литература

1. Henkie Z. [et al.]. Dependence of ordering temperature on pressure, carrier density and  $U - U$  distance in uranium pnictides; pressure and hall effects examinations of UP<sub>2</sub> and USb<sub>2</sub>// Solid state Communications. — 1991. — V. 79, N. 12. — P. 1025–1028.

УДК 538.955

А.В. Шварцберг

shvartsberg@mail.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН

## Определение размера спинового полярона в двумерном допированном антиферромагнетике

В работе рассматриваются свойства плоскости CuO<sub>2</sub> в ВТСП-купратах (La<sub>2</sub>CuO<sub>4</sub>, YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6</sub>, Sr<sub>2</sub>CuO<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub> и т. п.). Купратная плоскость моделируется решёткой Кондо. Посредством допирования в плоскость вводятся носители заряда. Предполагается, что между электронами на  $d$ -уровне наблюдается сильное Хаббардовское отталкивание, и поэтому их может быть не больше одного на узле, в результате они описывают локализованные спины. Носители заряда описываются  $s$ -уровнем. В гамильтониане предложенной модели учитываются перескоки носителей заряда и их взаимодействие с локализованным спином внутри узла. Кроме того, делается выход за рамки одноузельного приближения в модели Хаббарда и  $t_1 - t_2 - t_3 - J$  модели и учитывается взаимодействие носителей заряда с локализованными спинами на вторых ближайших соседях. Это отвечает увеличению размера локального спинового полярона и его выходу за пределы одного узла.

Гамильтониан системы выглядит следующим образом:

$$\hat{H} = \hat{t} + \hat{J} + \hat{J}_2,$$

$$\hat{t} = \sum_{r;l=g,d,2g;\gamma} t_l a_{r+l,\gamma}^+ a_{r\gamma} = \sum_{k,\gamma} \varepsilon_k a_{k\gamma}^+ a_{k\gamma},$$

$$\varepsilon_k = \sum_{r=g,d,2g} t_r e^{-ikr} = 4(t_g \gamma_g + t_{2g} \gamma_{2g} + t_d \gamma_d),$$

$$\gamma_g(k) = \frac{1}{2}(\cos(k_x g) + \cos(k_y g)),$$

$$\gamma_{2g}(k) = \frac{1}{2}(\cos(2k_x g) + \cos(2k_y g)),$$

$$\gamma_d(k) = \frac{1}{2} \cos(k_x g) \cos(k_y g),$$

$$\hat{J} = 2J \sum_r \hat{s}_r \hat{S}_r = J \sum_{r, \gamma_1, \gamma, \alpha} a_{r\gamma}^+ S_{r\gamma}^\alpha \sigma_{\gamma\gamma_1}^\alpha a_{r\gamma_1},$$

$$\hat{J}_2 = 2J_2 \sum_{r,d} \hat{s}_r \hat{S}_{r+d} = J_2 \sum_{r,d} a_{r\gamma}^+ S_{r+d,\gamma}^\alpha \sigma_{\gamma\gamma_1}^\alpha a_{r\gamma_1}.$$

Здесь  $\hat{t}$  — слагаемое, отвечающее за перескоки носителей заряда на соседние узлы,  $\hat{J}$  — за внутриузельный обмен носителя заряда с локализованным спином,  $\hat{J}_2$  представляет межузельный обмен и соответствует расширению локального спинового полярона на соседние узлы. Векторы  $g$ ,  $d$  и  $2g$  — направления на первых, вторых и третьих ближайших соседей,  $a_{r\gamma}^+$  и  $a_{r\gamma}$  — операторы рождения и уничтожения носителя заряда на узле  $r$  со спином  $\gamma$ ,  $a_{k\gamma}^+$  и  $a_{k\gamma}$  — их аналоги в фурье-пространстве,  $k$  — волновой вектор носителя заряда,  $t_l$ ,  $J$  и  $J_2$  — обменные коэффициенты.

Если найти функцию Грина  $\langle a_{k\gamma} | a_{k\gamma}^+ \rangle$ , то можно определить зависимость чисел заполнения  $\langle a_{k\gamma}^+ a_{k\gamma} \rangle$  от волнового вектора  $k$  по формуле

$$\langle a_{k\gamma}^+ a_{k\gamma} \rangle = \int n(\omega - \mu) \frac{i}{\pi} \text{Im} \langle a_{k\gamma} | a_{k\gamma}^+ \rangle_\omega d\omega,$$

где  $n(\omega - \mu)$  — фермиевское распределение, а  $\langle a_{k\gamma} | a_{k\gamma}^+ \rangle_\omega$  — фурье-образ найденной функции Грина.

Кроме того, можно найти спектр носителей заряда и форму ферми-поверхности при заданных числах заполнения.

Функция Грина находится проекционным методом, при этом результат является приближением и имеет полюсной вид:

$$\langle a_{k\gamma} | a_{k\gamma}^+ \rangle_\omega = \sum_{l=1}^N \frac{Z_l(k)}{z - \varepsilon_l(k)}.$$

Здесь каждое слагаемое отвечает за определённую энергетическую зону со спектром  $\varepsilon_l(k)$ ,  $Z_l(k)$  — спектральный вес зоны.

В случае системы с гамильтонианом  $\hat{H} = \hat{t} + \hat{J}$  естественный проекционный базис состоит из двух операторов, и в выражение для функции Грина входит два слагаемых, каждое из которых соответствует своей энергетической зоне.

При учёте межузельного взаимодействия (то есть при добавлении в гамильтониан системы слагаемого  $\hat{J}_2$  — делокализации спинового полярона), проекционный базис увеличивается до четырёх операторов. При этом в выражении для функции Грина появляется два новых слагаемых, а значит, и две новые зоны. В нашем случае их спектральный вес, а следовательно, и числа заполнения, малы, и они представляют собой не более чем погрешности метода.

Полученное выражение для функции Грина  $\langle a_{k\gamma} | a_{k\gamma}^+ \rangle_\omega$  было использовано для определения формы ферми-поверхности при различном допировании и зависимости чисел заполнения от энергии электронов  $n(\varepsilon)$ . При положительной константе обмена  $J_2$  размеры ферми-поверхности уменьшаются по сравнению с её нулевым значением. Это связано с уменьшением спектрального веса нижней поляронной зоны. В целом изменения физических характеристик системы, определяющихся нижней поляронной зоной, малы, и учёт слагаемого  $\hat{J}_2$  в гамильтониане системы можно считать малой поправкой. Делокализация полярона, таким образом, не ведёт к существенным изменениям параметров системы при малом допировании, то есть спиновый полярон в этом случае можно считать локализованным на одном узле решётки.

### Литература

1. *Зубарев Д.Н.* Двухвременные функции Грина в статистической физике // УФН. — 1960. — Т. 71, № 1. — С. 71–116.
2. *Барбанов А.Ф.* Белемук А.М. Псевдощель в спин-поляронном подходе для спектра носителей двумерного допированного антиферромагнетика // ЖЭТФ. — 2008. — Т. 87, № 11. — С. 725–729.

# Школа-семинар «Фундаментальные взаимодействия и космология»

---

УДК 539.12

*Д.И. Астахов<sup>1,2</sup>, Д.В. Курпичников<sup>2</sup>*  
astakhov@inr.ac.ru, dmbrick@gmail.com

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт ядерных исследований РАН

## Квазилокализация в теории с дополнительными измерениями пространства

В последние десятилетия получила развитие идея многомерного мира, в котором известные частицы локализованы на плоской четырёхмерной гиперповерхности, называемой браной. В таких моделях размеры дополнительных измерений могут быть сколь угодно большими, а масштабы энергий, на которых существенна многомерная физика, могут быть порядка 1–10 ТэВ, что должно быть достижимо для следующего поколения ускорителей. Это обуславливает интерес к изучению феноменологических следствий подобных моделей.

В данной работе рассматривается две модели. В первой рассматривается массивное скалярное поле, в (4+1)-мерном пространстве с метрикой RS2. В такой модели интересно сравнить сечения процессов, проходящих с образованием невидимых продуктов: массивного скалярного бозона, уходящего в дополнительное измерение, и нейтральных безмассовых фермионов, аналога нейтрино стандартной модели.

Поскольку с экспериментальной точки зрения изучение процессов с образованием только невидимых продуктов затруднительно, мы добавили в нашу модель локализованное на бране электромагнитное поле и изучали зависимость сечения аннигиляции заряженных фермиона и антифермиона в фотон и невидимые продукты от импульса вылетевшего фотона. Мы показали, что форма сечений указывает на возможность определить тип невидимых продуктов в реакции.

Во второй модели рассматривается безмассовое поле с калибровочной группой  $U(1)$  в  $(4+1+n)$  мерном пространстве, где  $n$  — число компактных измерений с модифицированной метрикой RS2. Было рассчитано сечение аннигиляции фермион-антифермионной пары с образованием векторного бозона, уходящего с браны. Показано, что зависимость сечения от энергии сталкивающихся частиц определяется числом дополнительных компактных измерений.

### Литература

1. *Randall L., Sundrum R.* A Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension // *Phys.Rev.Lett.* — 1999. — V. 83. — P. 3370–3373.
2. *Randall L., Sundrum R.* An Alternative to Compactification // *Phys.Rev.Lett.* — 1999. — V. 83. — P. 4690–4693.
3. *Dubrovsky S.L., Rubakov V.A., Tinakov P.G.* Brane world: disappearing massive matter // *Phys.Rev. D.* — 2000. — V. 62. — P. 105011–105014.

*Л.Б. Безруков, Б.К. Лубсандоржиев,  
Н.Б. Лубсандоржиев*

bezrukov@inr.ac.ru, lubsand@inr.ac.ru, nilubs@rambler.ru

Институт ядерных исследований РАН

## Изучение кинетики сцинтилляционного свечения кристаллов $\text{LaBr}_3 : \text{Ce}$ и $\text{CeBr}_3$

Космические гамма-вспышки — таинственное до сих пор явление, несмотря на то, что оно было открыто около 40 лет назад. Хотя природа гамма-вспышек до конца не совсем ясна, имеются указания в пользу слияния нейтронных взрывов супермассивных звезд, как возможных источников таких вспышек. Вся масса накопленных на настоящий момент экспериментальных данных свидетельствует о том, что гамма-вспышки зарождаются на очень больших космологических расстояниях. Наиболее удалённая на сегодняшний день вспышка GRB090423, зарегистрированная детекторами на борту спутника SWIFT, произошла на расстоянии, характеризующемся величиной красного смещения  $z \sim 8,2$  [1]. Гамма-кванты зарегистрированных вспышек имеют энергии от десятков МэВ до десятков ГэВ. На таких расстояниях начинает играть доминирующую роль поглощение гамма-квантов межгалактической средой. Поэтому для того, чтобы исследовать ещё более далекие, с  $z \geq 10$ , как в проекте спутникового эксперимента GRIPS [2], гамма-вспышки необходимо понижать энергетические пороги регистрации гамма-квантов до уровня нескольких десятков кэВ. В этом случае Вселенная практически прозрачна для таких гамма-квантов, что открывает прекрасную возможность для изучения не только самих гамма-вспышек, но и через них и мир в ранние эпохи развития Вселенной.

Однако само по себе понижение энергетического порога регистрации гамма-квантов представляет значительную экспериментальную проблему. Одним из путей решения этой проблемы является разработка быстрых эффективных сцинтилляционных счётчиков для регистрации гамма-квантов относительно малых (десятки и сотни кэВ) энергий. Новые сцинтилляционные кристаллы  $\text{LaBr}_3 : \text{Ce}$

и  $\text{CeBr}_3$ , разработанные фирмой Сан-Гобан, хорошо подходят для этих целей. Российские участники эксперимента GRIPS (группы из НИИЯФ МГУ и ИЯИ РАН) совместно с ИФТТ РАН разрабатывают сцинтилляционные детекторы на базе кристаллов  $\text{LaBr}_3 : \text{Ce}$  и  $\text{CeBr}_3$ , выращенных в ИФТТ РАН методом Чохральского. Кристаллы представляют собой цилиндр высотой 10 мм и диаметром 5 мм. Из-за сильной гигроскопичности кристаллы инкапсулированы в металлическую оболочку. Размеры окончательной сцинтилляционной сборки — цилиндр высотой 12,5 мм и диаметром 7 мм.

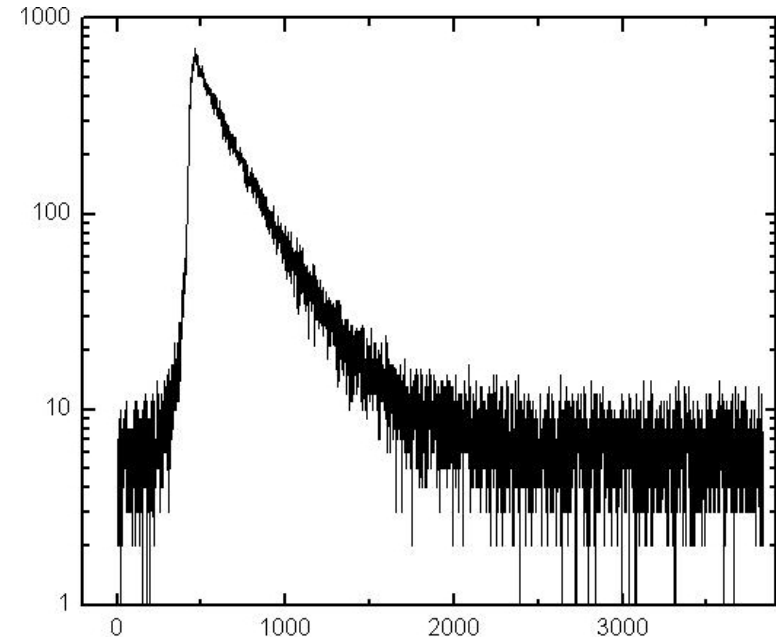


Рис. 1. Кинетика сцинтилляционного свечения кристалла  $\text{LaBr}_3 : \text{Ce}$  при облучении гамма-квантами от радиоактивного источника  $^{137}\text{Cs}$

Исследования кинетики сцинтилляционного свечения этих кристаллов при облучении гамма-квантами от радиоактивного источника  $^{137}\text{Cs}$  велись методом счета коррелированных во времени фотонов. На рис. 1 представлена кинетика сцинтилляционного свечения кристалла  $\text{LaBr}_3 : \text{Ce}$ . Как видно из рисунка, кинетика свечения имеет практически простой одноэкспоненциальный характер. Постоянная времени высвечивания сцинтиллятора составляет  $\tau \sim 17$  нс. Кинетика сцинтилляционного свечения кристалла  $\text{CeBr}_3$

также хорошо описывается одной экспонентой с постоянной времени  $\tau \sim 19$  нс, рис. 2.

Сцинтилляционные кристаллы  $\text{LaBr}_3:\text{Ce}$  и  $\text{CeBr}_3$ , выращенные в ИФТТ РАН, имеют быструю кинетику свечения при облучении гамма-квантами с постоянными времени высвечивания 17 нс и 19 нс соответственно. Световыходы этих кристаллов превышают 60 000 фотонов /МэВ. Такие высокие сцинтилляционные параметры этих кристаллов делают их хорошими кандидатами для использования в эксперименте GRIPS.

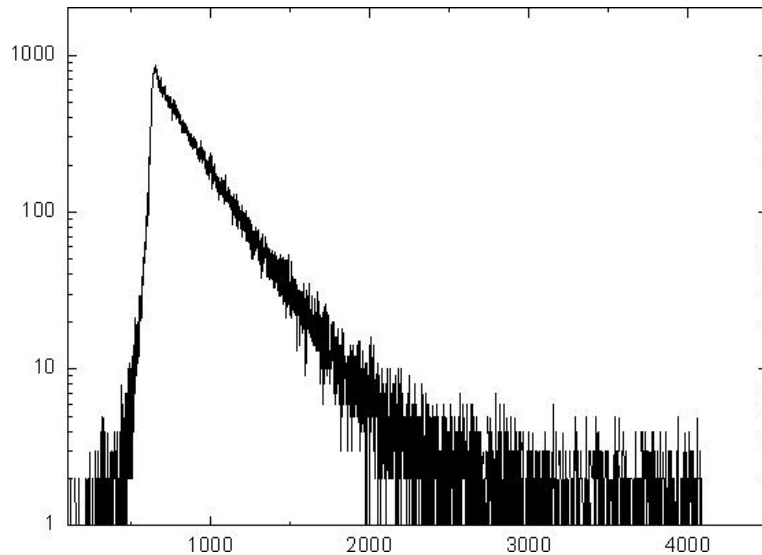


Рис. 2. Кинетика сцинтилляционного свечения кристалла  $\text{CeBr}_3$  при облучении гамма-квантами от радиоактивного источника  $^{137}\text{Cs}$

### Литература

1. *Krimm H.* [et al.]. GRB 090423: Swift detection of a burst // GCN Circulars. — 2009. — P. 9198.
2. *Greiner J.* [et al.]. Gamma-ray burst investigation via polarimetry and spectroscopy (GRIPS) // Experimental Astronomy. — 2009. — V. 23:1. — P. 91–120.

УДК 53.082.7

*К.Н. Бутин*

Butin@inr.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
Институт ядерных исследований РАН

## Эксперимент с длинной базой по обнаружению осцилляций нейтрино «Tokai To Kamioka»

**Введение.** Основными целями ускорительного эксперимента с длинной базой Т2К являются высокочувствительный поиск осцилляций мюонных нейтрино в электронные и измерение: а) угла смешивания  $\theta_{13}$ ; б) прецизионное измерение  $\theta_{23}$  и  $\Delta m_{23}^2$ , в) измерение нейтральных токов и поиск стерильных нейтрино (рис. 1).

Для получения нейтринного пучка будет использоваться пучок протонов сильноточного ускорителя J-PARC, расположенного в г. Токай, Япония. Протоны на начальной стадии ускоряются до энергии 181 МэВ в линейном ускорителе, далее в синхротроне до 3 ГэВ и, наконец, в главном кольце синхротрона ускоряются вплоть до 30 ГэВ. Затем протонный пучок выводится на графитовую мишень. Мишень вставлена в первый из трёх импульсных тороидальных магнитов, чьей целью является фокусировка образовавшихся заряженных пионов  $\pi^+$  и  $K^+$ , которые после фокусировки распадаются в 100-метровом распадном объёме. Из распавшихся пионов и каонов образуются мюонные нейтрино и положительные мюоны, чье направление и интенсивность регистрирует мюонный счётчик MUMON. Дальний детектор СуперКамиоканде расположен под углом 2.5 градуса по отношению к направлению протонного пучка.

**Ближний детектор нейтрино.** Ближний детектор расположен на расстоянии 280 м от мишени и состоит из двух частей: осевого детектора (INGRID) и детектора, расположенного под углом 2.5 градуса, в свою очередь делящегося на 4 детектора — трековый детектор, P0D, ECAL, SMRD.

**Осевой детектор.** Осевой детектор является модульным детектором, состоящим из 16 модулей, 7 из которых скомпонованы

по вертикали, 7 по горизонтали, а оставшиеся 2 являются недиагональными для контроля за возможной асимметрией пучка по диагонали нейтринного пучка. Центр пучка проходит через точку пересечения вертикальных и горизонтальных модулей. Каждый модуль состоит из 10 слоёв прямоугольных сцинтилляторов с заключёнными между ними 9 слоями железа. Размер одного модуля составляет  $1 \times 1 \times 1,3 \text{ м}^3$ . В каждый сцинтиллятор вставлено волокно, смещающее длину волны, на конце которого стоит мультипиксельный фотонный счётчик (MPPC) Hamamatsu. MPPC состоит из упорядоченных силиконовых фотодиодов. Данные фотодиоды используются во всех сцинтилляционных детекторах ближнего детектора, их количество должно составлять около 50 000 для покрытия всех каналов.

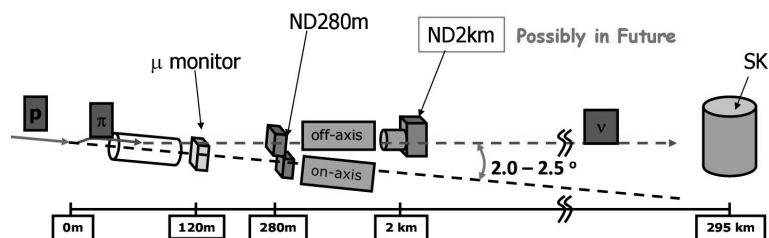


Рис. 1. Схема установки T2K

**Детектор нейтрино под углом 2.5 градуса.** Этот детектор состоит из 4 частей — трекового детектора, детектора  $\pi^0 P0D$ , электромагнитного калориметра ECAL и детектора мюонов высоких энергий SMRD. Все детекторы установлены в UA1 магнит, который будет создавать магнитное поле 0.2 Т. Трековый детектор состоит из 3-х время-проекционных камер (TPC) с двумя сегментированными сцинтилляционными детекторами (FGD), заключёнными между ними. Трековый детектор используется для измерения и контроля потока и состава нейтринного пучка, энергического спектра, сечений взаимодействий нейтрино с ядрами. P0D используется для измерения содержания  $\nu_e$  в пучке и измерения сечений, идущих через нейтральные токи. ECAL окружает трековый детектор и P0D и предназначен для измерения энергии и кинематики нейтральных частиц, рожденных в FGD, а также для помощи в реконструкции событий

**Дальний детектор.** Дальний детектор, СуперКамиоканде, представляет собой 50-ти килотонный водный черенковский детек-

тор, расположенный на расстоянии 295 км от J-PARC. Черенковское излучение от заряженных частиц, возникших в результате взаимодействий нейтрино, регистрируется 11 000 фотоумножителей. Электроны и мюоны события разделяются по форме черенковских колец. Энергия нейтрино измеряется через квазиупругое рассеяние и восстанавливается с точностью около 4%. Ожидается, что эффективность восстановления электронов от взаимодействия электронных нейтрино составит около 40%.

### Литература

1. *Atsuko Ichikawa.* Status of the T2K long baseline neutrino oscillation experiment // TAUP 2009 (T2K talk). — 2009. — P. 2, 3, 16–18.
2. *Hidekazu Kakuno.* Status of the T2K experiment // WIN09. — 2009. — P. 9–11.
3. *Ryan Terri.* Status of the T2K experiment // TAU08. — 2009. — P. 1–4.

УДК 621.384.6

*С.А. Гаврилов<sup>1,2</sup>, П.И. Рейнгардт-Никулин<sup>2</sup>,  
А.В. Фещенко<sup>2</sup>*

s.gavrilov@gmail.com, petrrein@inr.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт ядерных исследований РАН

## Развитие ионизационного монитора поперечного сечения пучка ускоренных частиц

Ионизационный монитор поперечного сечения (ИМПС) пучка ускоренных протонов [1, 2] на выходе линейного ускорителя (ЛУ) ИЯИ РАН используется для обеспечения прозрачных измерений параметров пучка, как при настройке ЛУ, так и при проведении пучковых сеансов для нужд экспериментального комплекса.

ИМПС позволяет в процессе настройки и эксплуатации ускорителя наблюдать и корректировать следующие параметры: реальную форму и размеры поперечного сечения пучка (ПСП); временную форму импульсных токов протонов; положение пучка и его смещение относительно оси ЛУ.

Кроме того, за счёт регистрации изображений ПСП с помощью телевизионной камеры и компьютерной обработки изображений ИМПС позволяет наблюдать распределение плотности ускоренных частиц в ПСП и профили пучка.

В настоящее время на ЛУ импульсы протонов могут иметь энергию 70 ч 209 МэВ, амплитуду 0,1 ч 10 мА, длительность 0,3 ч 200 мкс и частоту посылок 1 ч 50 Гц. Но в процессе настройки ускорителя даже на частоте 1 Гц возникают большие потери ускоренных частиц, приводящие к значительной активации элементов вакуумной камеры ускорителя и возникновению потоков вторичных  $\gamma$ -квантов и нейтронов, бомбардирующих оборудование и, в частности, измерительные диагностические приборы.

На рис. 1 показана картина пучка, регистрируемая ТВ-камерой ИМПС с ПЗС-матрицей, на которой отчётливо видны поврежденные пиксели при экспозиции, равной 990 мс.

Для устранения проблем с повреждением ТВ-камеры и электроники интерфейса оптоволоконной линии связи дополнительно к существовавшей ранее системе регистрации [2] был разработан и установлен на ЛУ зеркально-линзовый тракт (ЗЛТ), собирающий и выводящий оптическое излучение с люминофора детектора ИМПС за бетонную защиту зала ЛУ на ТВ-камеру.

Кроме того, разработано новое программное обеспечение и дополнительный электронный интерфейс ИМПС, осуществляющие следующие операции: запуск импульса экспозиции затвора ТВ-камеры от внешнего импульса синхронизации ЛУ; регистрация суммарной картины от нескольких импульсов в режиме накопления информации с вычитанием из неё фона; вывод гистограммы яркости кадра; медианная фильтрация кадра; управление длительностью экспозиции; управление высоковольтным питанием детектора ИМПС.

Измерение потоков оптического излучения люминесцентного экрана продемонстрировало, что длительность экспозиции ТВ-камеры с ЗЛТ должна быть увеличена примерно в два раза по

сравнению с длительностью экспозиции при установке ТВ-камеры в 40 см от оси пучка.

Повреждения ПЗСМ на рис. 1 были накоплены за 72 часа работы ЛУ. Однако за это время не наблюдалось ни одного сбоя при передаче сырых данных от ТВ-камеры в компьютер. Тем не менее, повреждение пикселей говорит о том, что ПЗСМ является наиболее уязвимым прибором, который необходимо защитить от воздействия радиации. Размещение местной защиты вокруг ТВ-камеры, находящейся в 40 см от оси пучка, мало изменило скорость набора повреждений, так как вторичные нейтроны, протоны и  $\gamma$ -кванты, направленные перпендикулярно оси ионопровода попадали прямо на ПЗСМ. Следовательно, только перемещение ПЗСМ за массивную защиту позволяет использовать данную ТВ-камеру для диагностики параметров пучка.

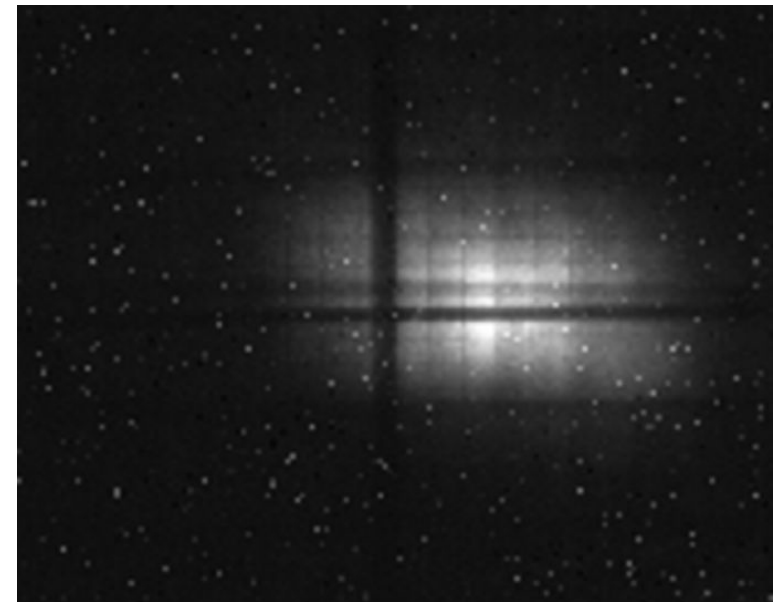


Рис. 1. Картина поперечного сечения пучка и поврежденных пикселей, длительность экспозиции — 990 мс

Наблюдение последовательности изображений ПЗС-матрицы при экспозициях от 163 мкс до 1 с без пучка продемонстрировало, что пиксели, которые были горячими или теплыми при длинных экспозициях, становятся достаточно холодными при коротких, то

есть за трое суток эксплуатации ПЗСМ при высоком уровне радиации ( $\approx 10^6$  н/(см<sup>2</sup> · с)) ни один из пикселей не вышел из строя полностью. И, значит, матрицу можно использовать на коротких экспозициях (меньших 7,5 мс) без уничтожения информации, содержащейся в поврежденных пикселях.

Зеркально-линзовый тракт, введённый в оборудование ИМПС, позволяет резко снизить вероятность повреждения наиболее чувствительной к радиации части электроники ИМПС — ПЗС-матрицы. Бетонная защита между ТВ-камерой и детектором ИМПС снижает поток нейтронов, падающий на ПЗСМ, примерно в  $10^4$  раз, что продлевает срок службы электроники с трёх суток до, по крайней мере, гарантийного срока службы. Причём ЗЛТ передает оптическое излучение с люминофора детектора на ТВ-камеру без существенной потери потока излучения.

Программная обработка зарегистрированных ПСП существенно улучшает отношение сигнала к шуму, что позволяет использовать ИМПС для измерения параметров пучка малой интенсивности.

### Литература

1. Михайлов В.Г., Леонов В.В., Резвов В.А., [и др.]. Многопараметрические ионизационные датчики для контроля пучков ускоренных частиц // ПТЭ. — 1995. — № 6. — С. 39–53.
2. Рейнгардт-Никулин П.И., Калинин Ю., Латушкин С., [и др.]. Ионный монитор поперечного сечения протонного пучка промежуточных энергий линейного ускорителя ИЯИ РАН // Вопросы атомной науки и техники. Серия «Ядерно-физические исследования». — 2008. — Т. 49, № 3. — С. 55–59.

УДК 539.1.072

*А.Н. Денисов<sup>1</sup>, Н.В. Кузнецов<sup>2</sup>, Р.А. Ныммик<sup>2</sup>,  
М.И. Панасюк<sup>2</sup>, Н.М. Соболевский<sup>1</sup>*

anjey@bk.ru, nvk@srd.sinp.msu.ru, nymmik@sinp.msu.ru,  
panasyuk@sinp.msu.ru, sobolevs@inr.ru

<sup>1</sup> Институт ядерных исследований РАН

<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики  
им. Д.В. Скобельцына МГУ

## Оценка радиационной обстановки на Луне

Одним из перспективных проектов в области исследования космического пространства является проект обитаемой базы на Луне. Разработка этого проекта требует знания радиационной опасности для персонала и оборудования такой базы как от прямого воздействия галактических космических лучей (ГКЛ) и солнечных космических лучей (СКЛ), так и от воздействия вторичных излучений, инициируемых в грунте Луны.

В настоящей работе представлены результаты оценки радиационной опасности на Луне, полученные на основе оригинальных российских моделей и компьютерных кодов.

В настоящей работе учтен, в частности, вклад ядер галактических космических лучей (ГКЛ) в формирование потоков вторичных частиц в лунном грунте. Полученные оценки поглощенных и эквивалентных доз могут служить основой для дальнейшего расчёта дозиметрических характеристик и радиационного риска.

Дифференциальные энергетические спектры  $\varphi(E)$  годовых флюенсов протонов ГКЛ и СКЛ, рассчитанные по моделями [1–3] и использованные в настоящей работе, представлены на **рис. 1а**. То же для некоторых ядер и протонов ГКЛ — на **рис. 1б**. Предполагалось изотропное угловое распределение для всех снарядов, падающих на поверхность Луны. Важно отметить, что для эпизодически возникающих событий СКЛ использовались модельные среднегодовые флюенсы протонов [3], которые могут быть превышены с вероятностью 1%. Воздействие ядер СКЛ также моделировалось, однако согласно расчётам их влияние на радиационную обстановку в лунном грунте не существенно.



Поверхность Луны согласно данным [4] разбивалась на 5 слоев, плотность которых увеличивается с глубиной от  $\rho = 0,6 \text{ г/см}^3$  в поверхностном слое до  $\rho = 2,0 \text{ г/см}^3$  на глубине 5 метров. Глубже 5 метров лежит скальная порода с плотностью  $3,4 \text{ г/см}^3$ .

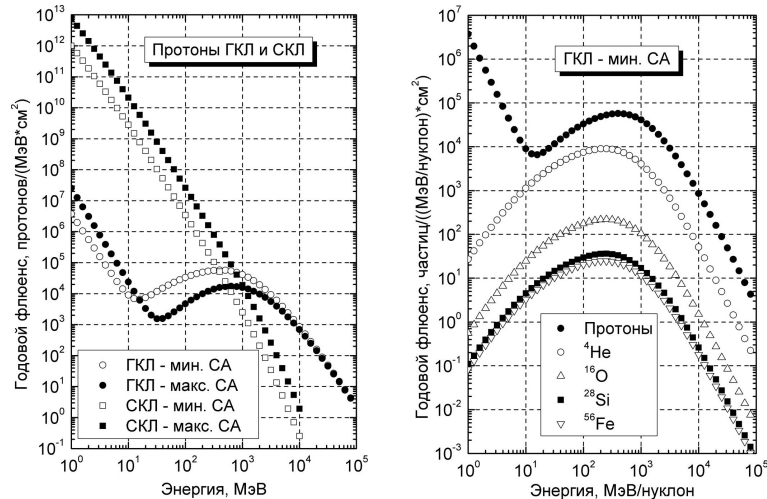


Рис. 1. Энергетические спектры  $\varphi(E)$  протонов (а) и некоторых ядер (б) ГКЛ и СКЛ в годы минимума и максимума солнечной активности

В расчётах использовался среднеарифметический состав лунного грунта из данных аппаратов «Луна-16» и «Луна-20», перенормированных на 100%. Химический состав всех слоёв принят одинаковым. Изотопный состав химических элементов — натуральный.

Расчёт дифференциальных флюенсов вторичных протонов и нейтронов в зависимости от глубины в лунном грунте, а также альбедо этих частиц от лунной поверхности производился на основе адронного транспортного кода SHIELD [5].

Радиационная опасность от различных компонентов ионизирующих излучений для персонала лунной базы оценивалась через поглощённую  $\bar{D}$  и эквивалентную  $\bar{H}$  дозы для кожи человека согласно [6, 7].

Расчёты показали, что

— доза от ГКЛ на лунной поверхности находится в профессиональных пределах для астронавтов/космонавтов ( $66,5 \text{ сЗв/год}$ ), но сильно превосходит допустимый предел для населения ( $0,5 \text{ сЗв/год}$ )

— вклад в дозу от вторичных нейтронов, на глубинах, превышающих  $\sim 0,5 \text{ м}$ , превосходит вклад от протонов, созданных как ГКЛ, так и СКЛ;

— учёт ядер ГКЛ увеличивает дозу в глубине грунта в полтора раза по сравнению с дозой создаваемой только протонами ГКЛ, вклад ядер СКЛ пренебрежимо мал;

— максимум развития адронного каскада от частиц ГКЛ находится на глубине  $\sim 0,8 \text{ м}$  в лунном грунте.

Результаты расчётов представлены ниже на рис. 2.

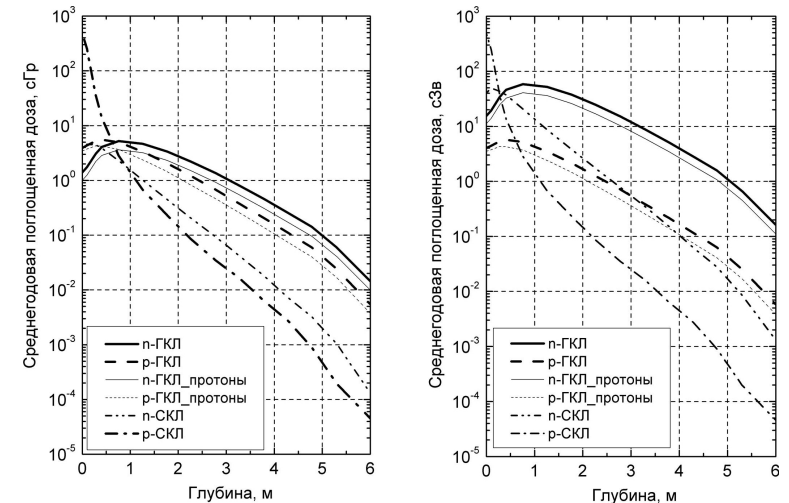


Рис. 2. Вклады в поглощённую (а) и эквивалентную (б) дозы на коже человека от протонов (p) и нейтронов (n) в зависимости от глубины в лунном грунте. Отдельно показан вклад от протонов ГКЛ без учёта тяжёлых ядер

## Литература

1. Nymmik R.A., Panasyuk M.I., Suslov A.A. Galactic Cosmic Ray Flux Simulation and Prediction // Adv. Space Res. — 1996. — N. 17. — P. 19–30.
2. International Standard, ISO 15390. Space environment (natural and artificial). — Galactic cosmic ray model. (First edition 2004-06-01), © ISO 2004.

3. *Nymmik R.A.* Probabilistic Model for Fluences and Peak Fluxes of Solar Particles // Radiation Measurements. — 1999. — N. 30. — P. 287–296.

4. *Викторов С.В., Чесноков В.И.* Химия лунного грунта. — М.: Знание, 1978.

5. <http://www.inr.ru/shield>.

6. *Ziegler J.F., Biersack J.P., Littmark U.* The Stopping and Range of Ions in Solids. — New York: Pergamon Press, 1985.

7. ICRP 1990. Recommendations of the International Commission on Radiological Protection. ICRP Publication 60. Annals of the ICRP 21, Pergamon Press, NY and Oxford, 1991.

УДК 53

*А.А. Зябловский*

zyablovskii@mail.ru

Московский физико-технический институт

(государственный университет)

Институт ядерных исследований РАН

## Частицы с малым электрическим зарядом и излучение центра Галактики

**Введение.** В работе рассматривается одно из возможных расширений Стандартной модели, связанное с введением зеркальной материи. Вводится новый тип фермионов, взаимодействие между ними осуществляется через группу унитарной калибровочной симметрии, переносчиками которой являются частицы, аналогичные по своим свойствам фотонам, называемые парафотонами. Взаимодействие между обычной и зеркальной материями реализовывалось путём добавления в лагранжиан для калибровочных полей недиагонального кинетического члена, после диагонализации его зеркальные фермионы получили малый электрический заряд. В данной работе мы рассмотрели вклад от реакций, идущих с участием реликтовых зеркальных фермионов, в спектр излучения центра Галактики при энергиях от 1 до 100 кэВ. Параметры массы и заряда

зеркальных фермионов были взяты в соответствии с существующими ограничениями так, чтобы давать максимальный вклад в интересующее нас явление.

**Основная часть.** В ходе работы были решены следующие задачи: определены реакции, дающие максимальный вклад в излучение зеркальных фермионов, определены концентрация и температура реликтовых парафотонов и зеркальных фермионов, на основании этих данных был вычислен суммарный вклад от таких реакций в спектр излучения центра Галактики.

**Рассмотрение реакций.** При определении основной реакции были рассмотрены реакции Комpton-эффекта и аннигиляции, идущие с участием зеркальных фермионов, фотонов и парафотонов, при этом учитывалось не только сечение реакций, но также возможность детектирования продуктов реакции на Земле. Так, например, зарегистрировать реакцию аннигиляции зеркальных фермионов в два парафотона невозможно. В ходе расчётов было показано, что основной является реакция аннигиляции зеркальных фермионов в фотон и парафотон.

Расчёт проведён при массе зеркального фермиона в области от 1 до 10 кэВ и заряде от 1 до 10 пикозарядов электрона.

**Концентрация реликтовых частиц.** Для расчёта вклада реакций с участием зеркальных фермионов в спектр центра Галактики нам также требуется знать концентрацию и температуру реликтовых парафотонов и зеркальных фермионов. При определении концентрации зеркальных фермионов мы исходили из предположения об отсутствии асимметрии между зеркальными частицами и античастицами. Также предполагали, что аннигиляция происходит в  $s$ -волне, поэтому мы воспользовались законом Бете для аннигиляции нерелятивистских частиц и в результате получили значения концентрации и температуры для реликтовых зеркальных фермионов, равными соответственно 0.00016 частиц на метр кубический и 1 кельвин. При расчёте концентрации реликтовых парафотонов нам требовалось сделать некоторое предположение о начальных термодинамических условиях для зеркального мира. Наиболее разумным, на мой взгляд, является предположение о том, что в некоторый момент в прошлом температуры обычного и зеркального мира были одинаковы, что в принципе может быть неверным по причине слабости константы взаимодействия между мирами, что приводит к требованию существования в ранней Вселенной очень высоких

температур. При данном предположении температуры фотонов и парафотонов будут различаться только по причине того, что в подогреве фотонов участвовали все лёгкие частицы Стандартной модели, а парафотоны подогревались только в результате аннигиляции зеркальных фермионов. Расчёт дал следующие значения для концентрации и температуры парафотонов соответственно 20 частиц на сантиметр кубический и 1 кельвин.

**Заключение.** На основании проведённых расчётов была получена величина вклада от реакций с зеркальными частицами в спектр излучения центра Галактики и было установлено, что в рамках данной модели этот вклад является пренебрежимо малым при проведении экспериментов. Также было наглядно продемонстрировано, что на настоящий момент не существует прямых наблюдений, указывающих на отсутствие в природе зеркальной материи.

### Литература

1. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. — М.: Физматлит, 2006. — 720 с.
2. Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной. — М.: Издательский отдел ИЯИ РАН, 2007.
3. Ji-Haeng Huh, Jihn Kim, Jong-Chul Park, Seong Chan Park. Galactic 511 keV line from MeV millicharged dark matter // arXiv: astroph/0711.3528v4 25. — May 2008.

УДК 524.834

П.А. Климай, Э.В. Бугаев

pklimai@gmail.com, bugaev@pcbai10.inr.ruhep.ru

Институт ядерных исследований РАН

## Взаимосвязь спектра первичных флуктуаций плотности и величины фона гравитационных волн во Вселенной

В течение инфляционной стадии расширения в ранней Вселенной генерируются как скалярные, так и тензорные возмущения космологической метрики. Спектр скалярных возмущений на сегодняшний день измерен на масштабах сопутствующих волновых чисел  $k_0 \sim 10^{-3}$  Мпк $^{-1}$  и по величине составляет  $P_R(k_0) \approx 2,5 \times 10^{-9}$ , в то время как спектр тензорных возмущений (гравитационных волн (ГВ))  $P_h(k)$  — неизвестен. Из теории инфляции следует, что  $P_h \sim (V/m_{Pl})^4$ , где  $V$  — энергетический масштаб инфляции, и в случае, если он намного меньше масштаба великого объединения ( $\sim 10^{15}$  ГэВ), такие ГВ будут практически необнаружимы экспериментально.

В этом случае может оказаться, что в космологический фон ГВ основной вклад вносят волны, индуцированные скалярными возмущениями. Такой эффект следует непосредственно из общей теории относительности и из космологической теории возмущений (учитывающей эффекты второго порядка), и не требует конкретной модели генерации скалярного спектра (то есть такие волны существуют и в неинфляционных космологических моделях). В сценариях, предсказывающих большие значения спектра скалярных возмущений  $P_R(k) \gg P_R(k_0)$  на некотором масштабе  $k \gg k_0$ , рождение гравитационных волн во втором порядке теории возмущений может оказаться очень эффективным и превзойти на много порядков эффект инфляционного рождения.

Ранее инфляционные модели, предсказывающие большие значения (порядка  $10^{-1}$ – $10^{-2}$ ), для  $P_R(k)$  в некотором диапазоне волновых чисел активно обсуждались в связи с возможностью рождения первичных черных дыр (ПЧД) в ранней Вселенной. Их ненаблюдение позволило получить ценную информацию о спектре первичных

возмущений. Аналогично, генерация индуцированных ГВ может использоваться как принципиально новый способ измерения  $P_R(k)$  или получения ограничений на него в экспериментах, измеряющих стохастический ГВ-фон. При этом речь идёт как о наземных интерферометрах LIGO, Virgo, GEO, так и о планируемых космических экспериментах LISA, BBO и других.

Итак, спектр гравитационных волн во втором порядке теории возмущений генерируется скалярными возмущениями первого порядка и зависит только от них. Если спектр  $P_R(k)$  в некотором диапазоне  $k$  близок к масштабно-инвариантному, то долю плотности Вселенной, заключённой в ГВ, на логарифмический интервал  $k$  можно оценить по формуле [1, 2, 3]

$$\Omega_{GW}(k) \cong 0,002 \left( \frac{g_{*eq}}{g_*} \right)^{1/3} \cdot P_R^2,$$

где  $g_{*eq}$  и  $g_*$  — эффективное число степеней свободы соответственно в моменты эквивалентности ( $t = t_{eq}$ ) и генерации волн (то есть захода под горизонт флуктуации с волновым числом  $k$ ). Из этой формулы видно, что экспериментальные ограничения на  $\Omega_{GW}(k)$  могут использоваться для установки ограничений на  $P_R$  в соответствующей области частот и волновых чисел. Так, эксперимент LIGO [4] получил предел  $\Omega_{GW} < 6,9 \times 10^{-6}$  в области частот около 100 Гц. Этот предел можно пересчитать в предел на  $P_R$ : предполагая  $g_{*eq} \sim 3$ ,  $g_* \sim 100$ , получаем  $P_R \leq 0,1$ . Однако в данной области частот (соответствующей масштабу волновых чисел  $k \sim 10^{17}$  Мпк $^{-1}$  и масс горизонта  $M_h \sim 10^{13}$  г) уже есть ограничения, полученные из ненаблюдения ПЧД и продуктов их испарения [5]:  $P_R \leq (0,016-0,032)$  в зависимости от предположений о типе гравитационного коллапса. Этот предел, как видно, несколько лучше полученного из ГВ.

Планируемый в настоящее время эксперимент Advanced LIGO должен достичь чувствительности  $\Omega_{GW} \leq (10^{-8}-10^{-9})$  в той же области частот, что даст ограничение на уровне  $P_R < (1-4) \times 10^{-3}$  (если, конечно, фон ГВ не будет обнаружен!), то есть значительно сильнее, чем по ПЧД. В наиболее оптимистичном сценарии измерение  $\Omega_{GW}$  можно будет использовать для вычисления концентрации ПЧД во Вселенной.

Наземные интерферометры типа LIGO могут измерять  $\Omega_{GW}$  в интервале частот от 10 Гц до нескольких кГц, то есть в интервале масс ПЧД от  $\sim 10^{10}$  г до  $\sim 10^{15}$  г. Таким образом, эти эксперимен-

ты могут в скором будущем дать новые независимые ограничения на концентрацию ПЧД и спектр возмущений кривизны в том интервале масс, где уже имеются другие ограничения (например, поиск ПЧД с массами  $\approx 5 \cdot 10^{14}$  г сейчас ведётся методом регистрации всплесков высокоэнергичного излучения на ливневых установках и гамма-телескопах).

Преимуществом экспериментов по поиску ГВ по сравнению с поиском ПЧД является более сильная зависимость ограничения на  $P_R$  от непосредственно измеряемой физической величины. Действительно, для ГВ-экспериментов,  $P_R \sim \sqrt{\Omega_{GW}}$ . В случае же измерения фонов нейтрино или гамма-квантов, или поиска вспышек от ПЧД,  $P_R \sim \ln(n_{PBH})$ , где  $n_{PBH}$  — концентрация ПЧД. Оценки, представленные выше, показывают, что ограничения из измерений фона ГВ в недалеком будущем станут намного лучше, чем имеющиеся сегодня ограничения из ненаблюдения ПЧД.

Основным результатом настоящей работы является ограничение на величину  $\Omega_{GW}$  для индуцированных ГВ в области частот  $\approx 100$  Гц, в которой проводят измерения современные наземные интерферометры:

$$\Omega_{GW} \leq 6 \cdot 10^{-7}.$$

Данное ограничение получено из имеющегося предела на  $P_R$  (в свою очередь этот предел был ранее выведен из ненаблюдения ПЧД в экспериментах с астрофизическими нейтрино и гамма-квантами). Более подробный анализ вопроса можно найти в нашей работе [3].

### Литература

1. Ananda K. [et al.]. The cosmological gravitational wave background from primordial density perturbations // Phys. Rev. D. — 2007. — V. 75, N. 12. — 123518.
2. Baumann D. [et al.]. Gravitational wave spectrum induced by primordial scalar perturbations // Phys. Rev. D. — 2007. — V. 76, N. 8. — 084019.
3. Bugaev E., Klimai P. Induced gravitational wave background and primordial black holes // Электронный препринт arXiv: 0908.0664 [astro-ph.CO] (5 Aug. 2009).
4. Abbott B. [et al.]. An upper limit on the stochastic gravitational-wave background of cosmological origin // Nature. — 2009. — V. 460, N. 7258. — P. 990–994.

5. *Bugaev E., Klimai P.* Constraints on amplitudes of curvature perturbations from primordial black holes // *Phys. Rev. D.* — 2009. — V. 79, N. 10. — 103511.

УДК 539.125.5

*В.С. Литвин*

vasily.litvin@gmail.com

Институт ядерных исследований РАН

## Нейтронный рефлектометр-малоугловой спектрометр «Горизонт». Исследование влияния отжига на структуру сплава NiCrAl методом малоуглового рассеяния нейтронов

В последнее время все больше внимания уделяется исследованию наноструктур, в том числе многослойных наноплёнок, и поверхностных явлений. Методы нейтронного рассеяния выгодно отличаются от других возможностью неразрушающего изучения внутренней структуры и намагниченности образцов. На импульсном источнике нейтронов ИН-06 ИЯИ РАН ведётся монтаж нейтронного времяпролетного рефлектометра-малоуглового спектрометра «Горизонт». В режиме рефлектометра прибор позволяет исследовать распределение ядер и магнитных моментов по глубине в плоскостных структурах. Нейтронная рефлектометрия позволяет исследовать процессы сорбции-десорбции, окисления, диффузии, волны на границе раздела сред (капиллярные волны), определять глубину проникновения магнитного поля в сверхпроводники. В данной установке реализована схема с горизонтальной плоскостью образца, что позволяет исследовать не только твёрдые образцы, но и жидкости, например, коллоидные растворы, расплавы. Максимум спектра нейтронов источника приходится на 1,3 Е. Для повышения потока нейтронов на образце в канале защиты источника установлен изогнутый зеркальный нейтронотвод, который состоит

из многослойных Ni-Mo/Ti зеркал. Такая конструкция повышает поток тепловых нейтронов приблизительно в два раза и позволяет избавиться от нейтронов с длиной волны менее 1,7 Е. Для изменения угла падения нейтронного пучка на образец используется такое же многослойное зеркало. Методом Монте-Карло были рассчитаны основные характеристики установки: спектр нейтронов на образце (на [рис. 1](#)) и профиль пучка. Максимум спектра нейтронов на образце приходится на 2,1 Е. В дальнейшем установка может быть оснащена поляризатором, анализатором и спин-флипперами, для исследований магнитной структуры образцов. Для установки «Горизонт» были разработаны 2-координатные детекторы нейтронов двух типов: многопроволочная пропорциональная камера с конвертором из твёрдого бора-10 [1] и детектор на основе сцинтиллятора, светособирающих волокон и твердотельных фотоумножителей (лавинные фотодиоды) [2, 3].

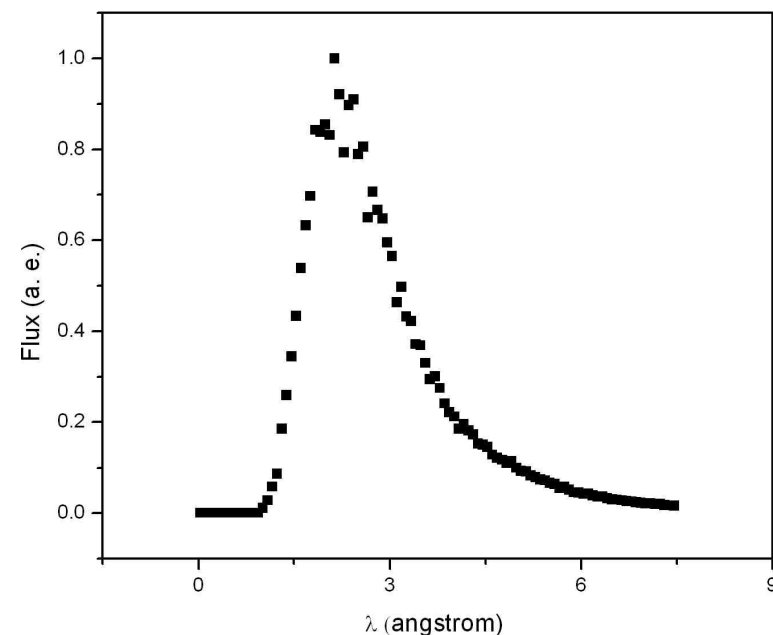


Рис. 1. Спектр нейтронов на образце

Методом малоуглового рассеяния нейтронов (МУРН) был исследован *in situ* процесс отжига закаленных образцов сплава 40ХНЮ (Ni55–58%, Cr39–41%, Al3,3–3,8%). Данный сплав, в отличие от

большинства других, твердеет при отжиге, а при закалке становится мягким. Кроме того, сплав отличается низкой магнитной восприимчивостью (менее 0,003 едн/г) вплоть до 100 мК, а по твердости не уступает стали. Измерения проводились на малоугловом спектрометре KWS-2, установленном на исследовательском реакторе FRMII в Гархинге, Германия. Образец нагревался в вакуумной печи, установленной на нейтронном пучке. Спектры малоуглового рассеяния, полученные при различных температурах, приведены на **рис. 2**.

Из точки отклонения кривой МУРН, измеренной при 650° С, от закона  $Q^{-4}$  получена оценка характерного радиуса наночастиц 4,3 нм [4] ( $Q$ - изменение волнового вектора нейтрона при рассеянии). Согласно расчётам [5], в данном сплаве присутствуют наночастицы  $Ni_3Al$  диаметром около 5 нм. По-видимому, данные наночастицы образуются в результате отжига сплава.

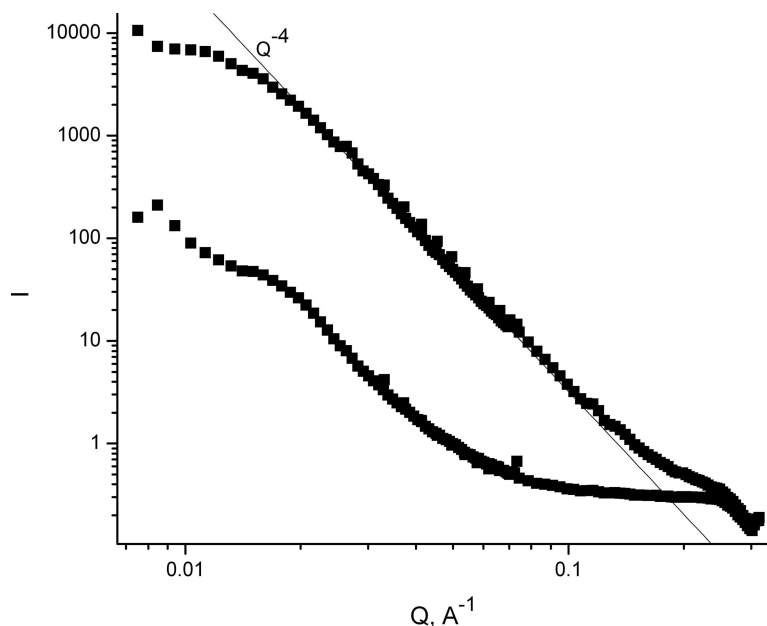


Рис. 2. Спектры МУРН, полученные на закаленном образце при комнатной температуре (нижняя кривая) и при температуре 650° С после продолжительного отжига (верхняя кривая)

### Литература

1. Литвин В.С., Потапов С.И., Разин В.И. Позиционно-чувствительный детектор тепловых нейтронов для рефлектометра-малоуглового спектрометра «Горизонт» // Труды 51-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». — 2008. — Т. 8. — С. 149–150.
2. Литвин В.С. [и др.]. Применение сцинтилляторов на основе  $ZnS(Ag)$  /  ${}^6LiF$  и  $LiI(Eu)$  в сочетании с кремниевыми фотоумножителями в детекторах тепловых нейтронов с высоким координатным и временным разрешением // Известия РАН. Серия физическая. — 2009. — Т. 73, № 2. — С. 230–232.
3. Литвин В.С. [и др.]. Двухкоординатный детектор для нейтронного рефлектометра-малоуглового спектрометра «Горизонт» на основе сцинтиллятора  $ZnS/LiF$  // Труды 59-го международного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра «Ядро-2009». — 2009. — С. 278.
4. Rols S., [et al.]. Neutron scattering studies of the structure and dynamics of nanobundles of single-wall carbon nanotubes // Appl. Phys. A. — V. 69. — P. 591–596.
5. Vurpillot F. [et al.]. Structural analyses in tree-dimensional atom probe // J. of Microscopy. — 2001. — V. 203. — P. 295–302.

*Б.К. Лубсандоржиев, Р.В. Полещук*

lubsand@inr.ac.ru, roman.poleschuk@gmail.com

Институт ядерных исследований РАН

## Послеимпульсы в фотоэлектронных умножителях с временами задержки от основного импульса 100–120 мкс

Помимо импульсов фона, обусловленных собственно фотоэлектронным умножителем (ФЭУ), могут иметь место и послеимпульсы — импульсы, задержанные от нескольких наносекунд до нескольких сотен микросекунд по сравнению с основным импульсом, и которые коррелированы относительно основного вследствие различных эффектов. Основным источником послеимпульсов считается ионная обратная связь [1]. Положительные ионы, двигаясь в ускоряющем электрическом поле к фотокадоду, бомбардируют фотокадод и диоды, способные выбивать вплоть до 20 вторичных электронов, вызывающих послеимпульс. Послеимпульсы имеют время задержки относительно основного импульса до 15–20 мкс. Но на некоторых типах ФЭУ, в частности, ЕМ1 9350, авторами были обнаружены послеимпульсы, задержанные на большой период времени порядка 100–120 мкс. В ходе работы были проведены амплитудные и временные исследования данных послеимпульсов.

Принимая во внимание временной интервал изучаемых послеимпульсов, в рамках исследовательской работы был создан время-цифровой преобразователь (ВЦП) БПВ-15 для работы в диапазоне до 200 мкс. Принцип работы ВЦП заключается в измерении времени между двумя сигналами, пришедшими на его входы «Старт» и «Стоп». Временное распределение ВЦП является пуассоновским, что затрудняет вычитание фона из полученного в результате эксперимента распределения.

Для измерения временного распределения послеимпульсов в ЕМ1 9350 был разработан и создан измерительный стенд на основе время-цифрового преобразователя БПВ-15, функциональная схема которого показана на [рис. 1](#). С помощью этого стенда измерялся

интервал времени между световым импульсом и появлением на выходе фотодетектора послеимпульса.

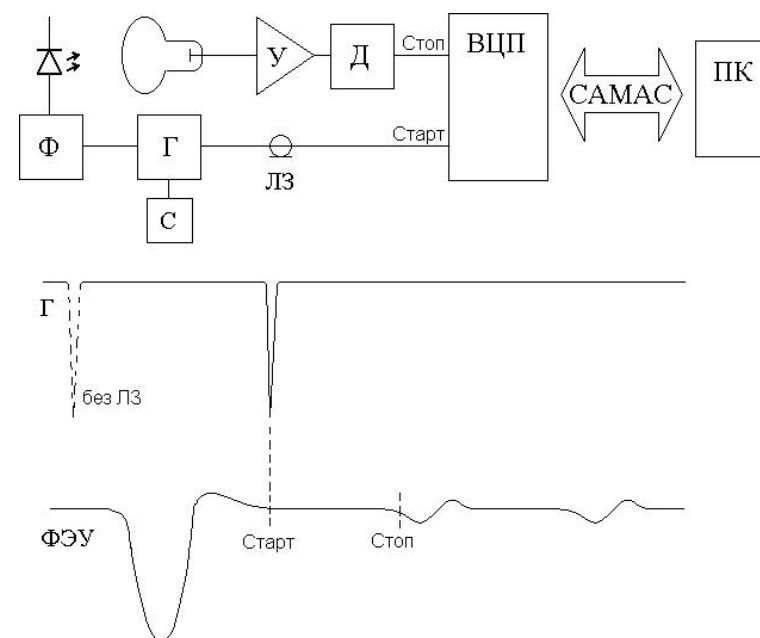


Рис. 1. Стенд для временных измерений и временные диаграммы входных импульсов ВЦП: Г — генератор импульсов, С — счётчик импульсов, Ф — формирователь импульсов, У — усилитель, Д — дискриминатор, ЛЗ — линия задержки, ПК — персональный компьютер

Поскольку измерения с использованием БПВ-15 не позволяли вычислить вероятности появления послеимпульсов с приемлемой точностью, было решено исследовать ФЭУ ЕМ1 9350 с помощью платы АЦП/ЦАП L-783, которая в отличие от ВЦП анализирует весь временной интервал между импульсами с источника света, что позволяет учитывать все импульсы, пришедшие после основного. Таким образом, временное распределение импульсного фона является примерно постоянным во времени, и его легко вычестить из результатов измерений. Измерения проводились с шагом дискретизации 500 нс при засветке источником света [2] в 20 и в 500 фотоэлектрон. Временное распределение для засветки в 500 ф. э. приведено на [рис. 2](#).

Измерения с помощью платы L-783 показали наличие пиков послеимпульсов 6 мкс и 100 мкс, как и измерения с помощью БПВ-15. Амплитудные распределения показали, что амплитуда послеимпульсов, задержанных на 100 мкс, равна 1 ф. э.

Наблюдаемые времена задержки таких послеимпульсов ( $\sim 120$  мкс) сложно объяснить существующими моделями образования послеимпульсов в вакуумных фотодетекторах: ионизацией атомов и молекул остаточного газа, оптической обратной связью и экзоэлектронной эмиссией. Поэтому вопрос о механизмах образования таких послеимпульсов остаётся открытым и нуждается в дальнейших исследованиях.

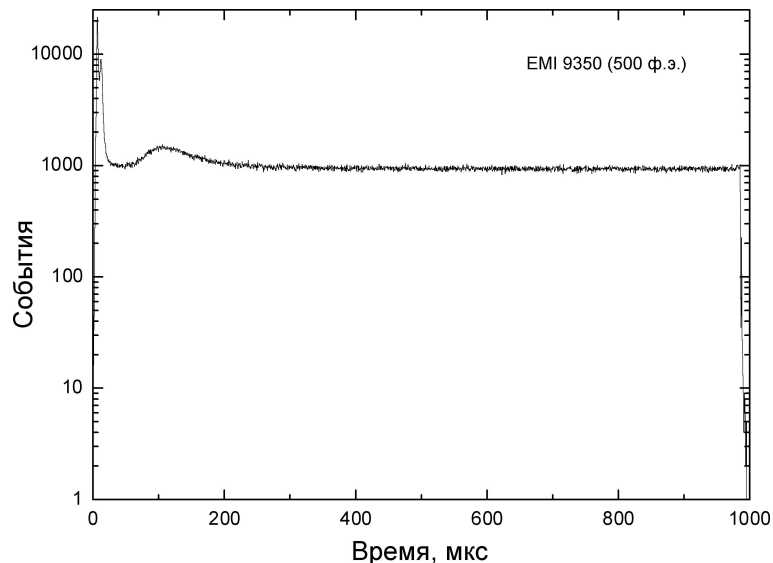


Рис. 2. Временные распределения послеимпульсов ФЭУ ЕМІ 9350 в интервале до 1000 мкс

### Литература

1. *Coates P.B.* The origins of afterpulses in photomultipliers // Journal of Physics D: Applied Physics. — 1973. — V. 6, N. 10. — P. 1862–1869.
2. *Васильев Р.В., Лубсандоржиев Б.К., Похил П.Г.* Простой, компактный, наносекундный источник света для калибровочных

измерений в сцинтилляционных и черенковских детекторах // ПТЭ. — 2000. — № 4. — С. 148–156.

УДК 519.23, 519.254, 539.123

*А.А. Нозик*

nozik@inr.ru

Институт ядерных исследований РАН

## Применение метода квазиоптимальных весов к физическим задачам

Обработка экспериментальных данных давно уже стала самостоятельной развитой областью в экспериментальной физике. В действительности основной задачей эксперимента является сопоставление экспериментальных данных и теории или теорий. Эту задачу и решает математическая статистика.

В большинстве случаев современная физика работает с большими объёмами экспериментальных данных. В этом случае нам очень помогает центральная предельная теорема математической статистики, говорящая, в частности, о том, что любое распределение случайной величины при большой статистике вырождается в распределение Гаусса. На этом факте основывается наиболее используемый на данный момент метод минимума  $\chi^2$  для фитирования данных. Естественно, этот метод работает и для величин, распределённых не по Гауссу, его оптимальность доказана только для гауссовских величин.

Для задач с большой статистикой выбор метода не так важен и основным фактором является удобство алгоритмической реализации фитирующей программы (в этом плане метод минимума  $\chi^2$  оказывается очень удобен из-за квадратичного поведения самой функции  $\chi^2$  вблизи минимума). Но сейчас появляется все больше и больше экспериментов, работающих на пределе статистических возможностей. Это заставляет экспериментаторов быть более разборчивыми в выборе методов.

В этом докладе вниманию представляется метод квазиоптимальных весов, разработанный Ф.В. Ткачевым. Идея метода базируется



на хорошо известном методе моментов. В классическом варианте оценка величины получается при приравнивании средних значений некоторой функции от экспериментальных данных к аналогичному среднему теоретических значений [1]:

$$E(a(X, \theta)) = \int a(X, \theta) f(X, \theta) dX = h(\theta).$$

Здесь  $a(X, \theta)$  — некоторая произвольная функция, называемая пробной функцией или весом. В классическом методе моментов в качестве неё используются  $X^n$ , то есть полученные средние являются просто моментами распределения (отсюда и название метода). Решая полученные уравнения, можно получить оценки для параметров  $\theta$ .

Этот метод очень прост в использовании и очень легко алгоритмируется. Кроме того, легко доказать, что оценка является состоятельной и несмещённой. Единственным крупным недостатком метода является его низкая эффективность — то есть в процессе обработки теряется слишком много информации. Именно по этой причине такой метод сейчас почти не используется. Интересным наблюдением является то, что в общем случае, когда вес зависит не только от случайной величины, но и от параметра  $\theta$ , эффективность такой оценки может быть повышена вплоть до теоретического предела — границы Рао–Крамера.

Ф.В. Ткачев доказал, что при выборе в качестве весовой функции  $\varphi_{opt}(X, \theta) = \frac{\partial L(X, \theta)}{\partial \theta}$  эффективность метода равняется эффективности метода максимума правдоподобия [2]. Существенной разницей является то, что при численной реализации такой задачи требуется решать систему уравнений, а не максимизировать многомерную функцию, что проще чисто технически. Разумеется, задача осложняется тем, что оптимальный вес зависит от «реального», нам не известного значения параметра. Впрочем, в [2] показано, что оценка сходится даже при «неточном» определении параметра. Тем самым мы приходим к определению квазиоптимального веса. Посредством итерационной процедуры, квазиоптимальный вес может быть приближен к оптимальному как угодно близко.

Метод был опробован и использован для обработки данных эксперимента «Троицк ню-масс» по определению массы электронно-антинейтрино [3]. Смысл эксперимента заключается в анализе бета-спектра трития вблизи его границы и чисто кинематическом

определении массы нейтрино. При бесконечно хорошем разрешении массу нейтрино можно было бы определить просто по сдвигу граничной точки бета-спектра, исходя из закона сохранения энергии:

$$M_{T^2} = M_{THe^+} + E_e + E_\nu.$$

К сожалению, на сегодняшний момент экспериментально возможны разрешения только в районе 3 эВ, в то время как лучшее ограничение на массу нейтрино 2,05 эВ (результат «Троицк ню-масс»). В связи с этим требуется очень подробный статистический анализ достаточно сложного спектра. Более того, на конце спектра скорость счета очень низкая, и поэтому обычный гауссовский анализ может быть неприменим.

Для проверки применимости метода к данной задаче было, в частности, проведено сравнение с методом максимума правдоподобия. На рис. 1 и 2 можно увидеть гистограмму распределения оценки для метода квазиоптимальных весов и метода максимума правдоподобия соответственно.

Полученные результаты доказывают эффективность метода квазиоптимальных весов в применении к данной задаче.

В настоящий момент в сотрудничестве с Ф.В. Ткачевым создана программа для фитирования спектра на основе этого метода. Первые результаты показывают не только эффективность метода, но и чрезвычайное удобство его практического применения. Использование весов даёт возможность не только фитировать данные, но и осуществлять контроль качества фита и разумный математический учёт корреляций параметров в многомерном случае. Мы надеемся, что в дальнейшем метод получит более широкое применение в науке.

Работа была проведена в тесном сотрудничестве с Ф.В. Ткачевым. Также выражаю благодарность академику В.М. Лобашеву и всему коллективу эксперимента «Троицк ню-масс» за поддержку начинания и ценные обсуждения.

### Литература

1. *W.T.Eadie [et al.]*. Статистические методы в экспериментальной физике (пер. В. С. Курбатова). — М.: Атомиздат, 1976.
2. *Fyodor V.Tkachov*. Transcending The Least Squares // arXiv: physics/0604127.
3. [http:// www.inr.ru / ~ trdat/](http://www.inr.ru/~trdat/).

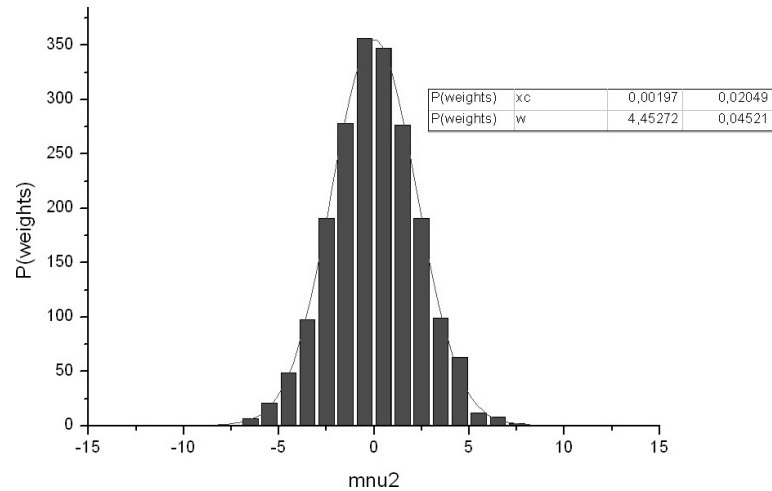


Рис. 1. Гистограмма распределения оценки по методу квазиоптимальных весов

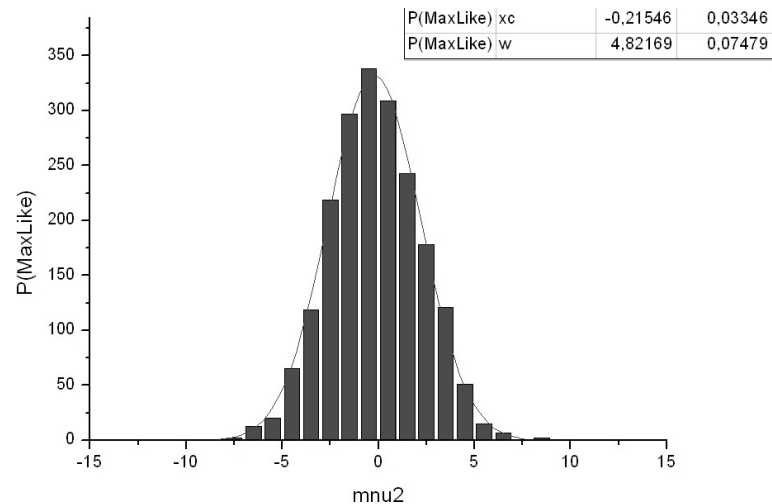


Рис. 2. Гистограмма распределения оценки по методу максимума правдоподобия

УДК 52-732

*И.В. Траскунов*

igor-michigan@yandex.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Ускорение частиц в релятивистских струях (джетах) за счёт переходов из заряженного состояния в нейтральное и обратно

Общепринятые астрофизические модели, описывающие происхождение и вид спектра космических лучей, сталкиваются с определёнными трудностями в жёсткой части спектра, соответствующей энергии частиц  $10^{19}$ – $10^{20}$  эВ и выше.

Механизм, который мог бы поставлять частицы таких энергий — механизм Ферми, при котором заряженные частицы получают свою энергию от многократных упругих рассеяний на движущихся магнитных неоднородностях среды. Однако существуют определённые условия, препятствуют извне частицам достигать нужных энергий.

В случае нерелятивистской среды частица может претерпеть много отражений, увеличивая свою энергию при каждом акте ускорения на не очень значительную величину. Заметный ускорительный эффект появляется после многих отражений. Но рано или поздно частица диффузным образом покидает область ускорения. Даже беря в качестве размера области ускорения размеры крупных галактик и их скоплений, получить на выходе энергию  $10^{19}$  эВ можно только в самом благоприятном случае.

Аналогичный механизм ускорения может происходить и в условиях, когда среда движется с ультрарелятивистскими скоростями. Среда с такими свойствами может существовать, например, в окрестностях ядер активных галактик. Гравитационная энергия аккреции может здесь «перекачиваться» в релятивистские джеты — струи плазмы, гамма-фактор их может достигать значений  $\sim 10$ . Джет окружён магнитным полем  $\sim 10^{-3}$  Гс. В плазме джета также «вморожено» магнитное поле, значение в системе отсчёта,

связанной с джетом, может достигать долей Гаусса и которому в системе отсчёта, связанной с наблюдателем, соответствует электрическое поле, способное изменять энергию падающих в джет частиц. Попадающая в поток частица увеличивает свою энергию при одном отражении на фактор  $\sim \gamma^2$ , где  $\gamma$  — гамма-фактор среды, за исключением тех случаев, когда она летит почти параллельно потоку. В таком случае частица практически не ускоряется. Внешнее магнитное поле может вернуть частицу в джет для нового ускорительного толчка. Такое ускорение могло бы быть вполне эффективно с точки зрения достижения высоких энергий, так как размеры и протяжённость джетов позволяют электронам пройти через несколько взаимодействий с потоком, каждый раз увеличивая значение энергии на два порядка. Но в действительности такой оптимистический сценарий оказывается невозможен, так как существенно ускорившиеся частицы выходят из джета под углами  $\sim 1/\gamma$ . Магнитное поле заворачивает их в джет под такими же углами, а это влечёт к резкому уменьшению эффекта ускорения, как то было отмечено выше.

Данное препятствие может быть обойдено, если частицы каким-то образом вновь приобретают изотропию по направлениям. Такое возможно, например, если при движении они попеременно становятся нейтральными и заряженными. При достаточно большой длине свободного пробега геометрические эффекты границы перестают быть главными, так как угол влёта в джет и вылета частиц из джета уже определяются другими факторами. В [1] такой механизм был рассмотрен более детально. Эффект «перезарядки» частицы может реализовываться в виде взаимодействия, при котором заряженная частица рождает нейтральную и наоборот без существенной потери энергии. Подходящим взаимодействием могут быть, например, переходы электрон — гамма-квант и обратно, осуществляемые через рождение пар электрон-позитрон от гамма-кванта и мягкого фотона, и комптоновское рассеяние электрона на мягких фотонах:

$$e + \gamma \rightarrow e + \gamma,$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 \rightarrow e^+ + e^-.$$

Также могут работать фотомезонные реакции протонов и нейтронов:

$$p + \gamma \rightarrow n + \pi^+,$$

$$n + \gamma \rightarrow p + \pi^-.$$

В случае электронного цикла цепочка превращений показана на рис. 1. Прерывистая линия изображает фотоны, сплошная — электроны и позитроны.

В [2] изложены результаты математического моделирования электронного цикла и показано, что при определённых значениях гамма-фактора джета, его мощности и магнитного поля процесс может развиваться лавинообразно, переводя в радиацию ощутимую долю энергии джета. При типичных значениях параметров джета этот эффект появляется при гамма-факторах больше 4.

Возможность существенного ускорения за счёт нуклон-фотонного цикла может быть серьёзно ограничена из-за геометрических причин, так как ларморовский радиус его траектории при указанных выше магнитных полях в окрестности джета при определённой энергии на несколько порядков превосходит радиус джета. Это обстоятельство резко занижает ускорительный эффект начиная с некоторого момента.

Было проведено численное моделирование в линейном режиме (без учёта ускоренных фотонов и замедления джета), которое показало возможность ускорения нуклонов вплоть до энергии  $\sim 10^{15}$  эВ, но при почти не достижимых магнитных полях 0,1–0,2 Гс.

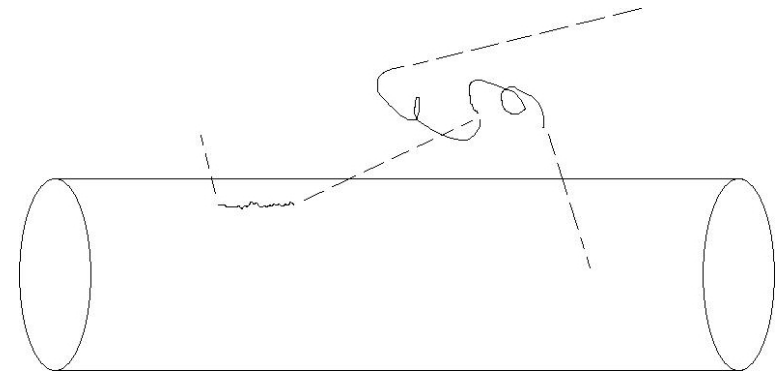


Рис. 1. Электрон-фотонный цикл ускорения

## Литература

1. Derishev E.V., Aharonian F.A., Kocharovsky V.V. [et al.]. Particle acceleration through multiple conversions from a charged into

a neutral state and back // Phys. Rev. D. — 2003. — V. 68, N. 4. — P. 043003.

2. Stern B.E., Poutanen J. A photon breeding mechanism for the high-energy emission of relativistic jets // MNRAS. — 2006. — V. 372, N. 3. — P. 1217–1226.

УДК 539.126.4

А.Т. Шайхиев

shaykhiev@inr.ru

Институт ядерных исследований РАН

## Поиск тяжёлых нейтрино в распадах положительных каонов

Поиск физики за пределами стандартной модели (СМ) — одна из основных задач, стоящих перед современным научным сообществом. Это в основном связано с тем, что на данный момент СМ не может объяснить ряд явлений, таких, как осцилляции нейтрино, наличие барионной асимметрии Вселенной и т. д. СМ не полна и с экспериментальной точки зрения — до сих пор не найден бозон Хиггса — ключевая частица в иерархии СМ. Также СМ не может объяснить большое различие в массах между нейтрино и другими частицами.

Одной из моделей, способной ответить на эти вопросы, является  $\nu MSM$  (neutrino Minimal Standard Model) с тремя дополнительными правыми тяжёлыми нейтральными лептонами [1]. В данной работе исследуется область масс меньше массы положительного каона. Для данной цели было решено использовать данные эксперимента E949 по поиску редкого распада каона [2].

Распад  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_h$  двухчастичный с определённым импульсом мюона, зависящим от массы нейтрино. Таким образом, поиск тяжёлого нейтрино заключается в поиске дополнительного пика, лежащего ниже  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$  пика, где  $\nu_\mu$  — обычное мюонное нейтрино.

Способность основного триггера эксперимента E949 пропускать мюоны изучалась с помощью Монте-Карло моделирования. В результате была изучена зависимость данной способности от импуль-

са мюона (соответственно массы нейтрино). Максимум приходится на область значений импульса мюона  $160 < P_\mu < 205$  МэВ/с.

Основным фоном для процесса  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_h$  является распад  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \gamma$ . Этот процесс также изучался с помощью Монте-Карло моделирования. При моделировании было заложено условие на энергию фотонов  $E_\gamma > 5$  МэВ. С учётом наложения на прошедшие через триггер события фотонного вето был получен окончательный спектр импульсов мюонов в данном фоновом процессе. Очевидно, что эффективность фотонного вето зависит от энергии гамма-кванта (или соответственно импульса мюона). Эта зависимость была учтена при анализе.

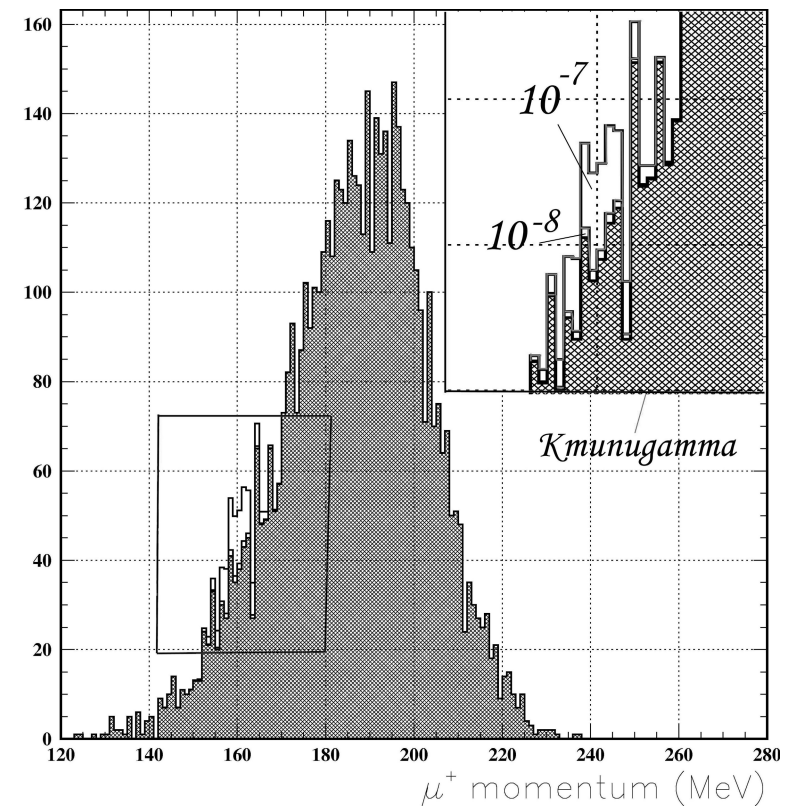


Рис. 1. Спектр импульса мюона для  $K_{\mu\nu\gamma}$  событий с добавленными  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_h$  событиями. Заштрихованная область —  $K_{\mu\nu\gamma}$  события

Сам искомый процесс  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu_h$  был смоделирован методом Монте-Карло, и для массы нейтрино 250 МэВ был получен спектр импульса мюона. Полагая, что число остановленных каонов в эксперименте  $\sim 10^{12}$ , и учитывая факторы отсекаания мюонов для сигнального и основного фонового процессов, был получен предварительный суммарный спектр импульсов мюонов для этих двух распадов (рис. 1). Для процесса  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu_h$  выбирались две различные вероятности распада:  $10^{-7}$  и  $10^{-8}$ . Существующий предел на вероятность распада  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu_h$  для массы нейтрино 250 МэВ —  $\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+\nu_h) < 9 \cdot 10^{-7}$  (90% C.L.) [3, 4].

В заключение следует отметить, что данные эксперимента E949 чувствительны к  $\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+\nu_h) = 10^{-7}$ – $10^{-8}$  для массы нейтрино 250 МэВ. Ограничение снизу, следующее из космологических соображений,  $\sim 10^{-9}$  для такой же массы [5].

В настоящее время изучаются другие фоновые процессы, такие, как  $K^+ \rightarrow \pi^0\mu^+\nu$ , и процессы, связанные с событиями в пучке.

### Литература

1. Asaka T., Shaposhnikov M. The  $\nu$ MSM, dark matter and baryon asymmetry of universe // Phys. Lett. B. — 2005. — V. 620. — P. 17–32.
2. Artamonov A. [et al.]. Study of the decay  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\nu$  in the momentum region  $140 < P_\pi < 199 \text{ MeV}/c$  // Phys. Rev. D. — 2009. — V. 79, N. 9. — P. 2004–2031.
3. Hayano R.S. [et al.]. Heavy neutrino search using K (mu2) decay // Phys. Rev. Lett. — 1982. — V. 49. — P. 1305–1308.
4. Amsler C. [et al.]. Particle Data Group // Phys. Lett. B. — 2008. — V. 667, N. 1.
5. Gorbunov D., Shaposhnikov M. How to find neutral leptons of the  $\nu$ MSM // JHEP. — 2007. — V. 10, N. 15.

## Секция физики высоких плотностей энергии

УДК 533.9

М.М. Алялышев<sup>1</sup>, М.М. Васильев<sup>2</sup>, О.Ф. Петров<sup>2</sup>  
 maxalyapyshev@yandex.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
 (государственный университет)

<sup>2</sup> Объединённый институт высоких температур РАН

### Плазменно-пылевые неустойчивости в газовом разряде постоянного тока

Пылевая плазма — ионизированный газ с частицами микронных размеров, которые могут заряжаться потоками электронов и ионов. Приобретая электрический заряд, пылевые частицы взаимодействуют между собой, что приводит к пространственному упорядочиванию частиц и образованию плазменно-пылевых структур. При определённых условиях газового разряда в таких структурах возможно возникновение неустойчивостей, таких, как автоколебания или вихри.

Эксперименты проводились в атмосфере неона при значении давления до 2 Торр. Схематическое изображение экспериментальной установки представлено на рис. 1. К вертикально ориентированной газоразрядной трубке с холодными электродами подключалась вакуумная система для откачки и заполнения трубки смесями инертных газов. Откачка производилась последовательно соединёнными форвакуумным и турбомолекулярным насосами. Давление газа в трубке измерялось при помощи ёмкостного датчика. Для инжектирования пылевых частиц в плазму тлеющего разряда постоянного тока использовался пьезоэлектрический контейнер, расположенный в верхней части трубки. После вброса микронные частицы

заряжались и зависали в стратах разряда. Подсветка осуществлялась с помощью лазерного ножа, после чего пылевые структуры фиксировались с помощью цифровых видеокамер. Полученные видеоданные обрабатывались на ПК.

Исследования проводились с монодисперсными частицами различных размеров (1,10 мкм–5,51 мкм). Были определены условия возникновения автоколебаний в плазменно-пылевых структурах. Так автоколебания возникали при понижении давления до значений порядка 0,1 Торр и токах разряда до 0,6 мА (рис. 2). Были проанализированы возможные механизмы развития неустойчивостей плазменно-пылевых структур в тлеющем разряде постоянного тока.

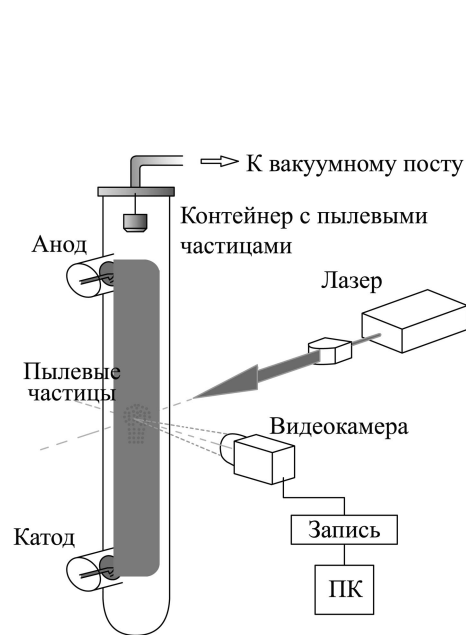


Рис. 1. Схема установки

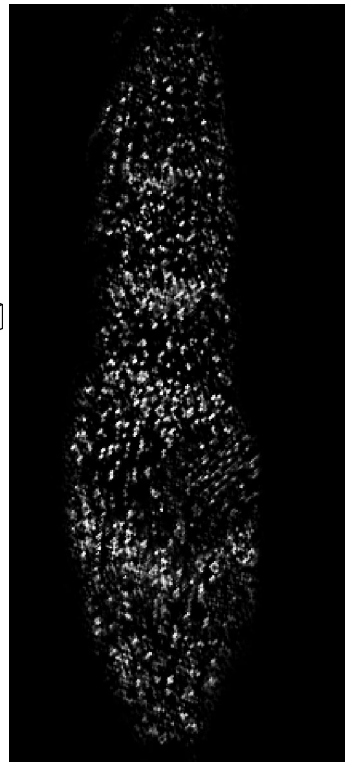


Рис. 2. Пылевая структура в разряде постоянного тока

УДК 533.9.01

О.С. Ваулина, Ю.В. Хрусталева

yuri.khrustalyov@gmail.com, yuri.khrustalyov@gmail.com

Объединённый институт высоких температур РАН

## Теплоёмкость неидеальных диссипативных систем типа Юкавы

В случае двумерных систем [1–3] плотность энергии может быть записана так:

$$U = T + \pi n \int_0^{\infty} \varphi(r) g(r) r dr.$$

При  $T \rightarrow 0$   $U \rightarrow U_0$ . Аппроксимация для плотности энергии двумерной системы:

$$U = U_0 + T + 4\varepsilon_f / [1 + \exp(\varepsilon_f/T)], \quad (1)$$

где  $\varepsilon_f/T = 1/2 + \Gamma^*/\Gamma_h^*$ . Значение теплоёмкости  $C_V$  может быть получено из двух известных соотношений:

$$C_V = (\partial U / \partial T)_V, \quad (2)$$

$$C_V = T^2 / \delta T^2. \quad (3)$$

$U$  и  $\delta T$  также могут быть получены из решения системы уравнений:

$$\nabla \vec{E} = -4\pi\sigma \cdot \delta n, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla(n\vec{V}), \quad (5)$$

$$dM \cdot \vec{V} / dt = -\nu_{fr} M \vec{V} - e\vec{E} + \vec{\tilde{F}}. \quad (6)$$

Здесь  $\vec{E}$  — электрическое поле,  $\delta n$  — флуктуация концентрации,  $\vec{V}$  — скорость, а  $M$  — масса частицы,  $\nu_{fr}$  — коэффициент трения и стохастическая сила  $\vec{\tilde{F}}$ ,  $\langle \vec{\tilde{F}} \rangle = 0$ ,  $\langle \vec{\tilde{F}}(0) \cdot \vec{\tilde{F}}(t) \rangle = 4TM\nu_{fr}\delta(t)$  [2, 3].

В предположении, что частота  $\omega^*$  столкновений между заряженными частицами не зависит от  $T$ , решение системы (2)–(6) даёт для  $U$  и  $\delta T$ :

$$U = U_0 - T_c + 3T - 2(\nu_{fr} + \omega^*)D, \quad (7)$$

$$\delta T^2 = 0,4T^2 + 0,4(\nu_{fr} + \omega^*)DT, \quad (8)$$

где  $D$  — константа диффузии,  $T_c$  — температура при  $\Gamma^* = \Gamma_c^* \sim 153$  [4]. При условии  $|\varphi'(l_p)| \cdot l_p / |\varphi(l_p)| < 2\pi$  значение частоты  $\omega^* = \sqrt{\varphi''/l_p^3 \pi M}$  [2, 5].

Приведённый коэффициент  $D^* = D(\nu_{fr} + \omega^*)M/T$ , полученный в численном моделировании [5] (линия), в зависимости от  $\Gamma^*$  представлен на рис. 1 вместе с вычисленными значениями  $D^*$  (○) на основе (1) и (7). Значения  $(U - U_0 - T)/T$  представлены на рис. 2: линия — по соотношению (1), ○ — по формуле (7), где  $D^*$  — результат моделирования в [5]. На рис. 3 сравнения вычислений теплоёмкости  $C_V$  по различным теоретическим подходам: линия — соотношения (1) и (2), ○ — по формулам (7) и (2), ● — на основе уравнений (3) и (8).

Эта работа частично поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований (07-08-00290), CRDF (RUP2-2891-MO-07), NWO (047.017.039) и программой Президиума РАН.

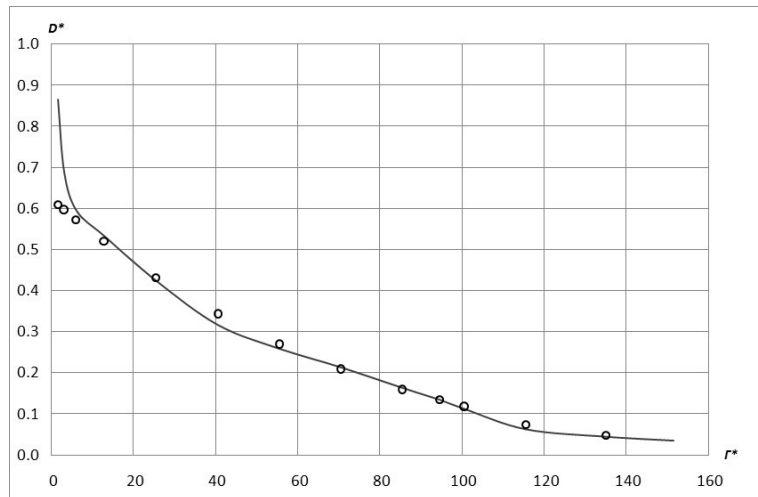


Рис. 1

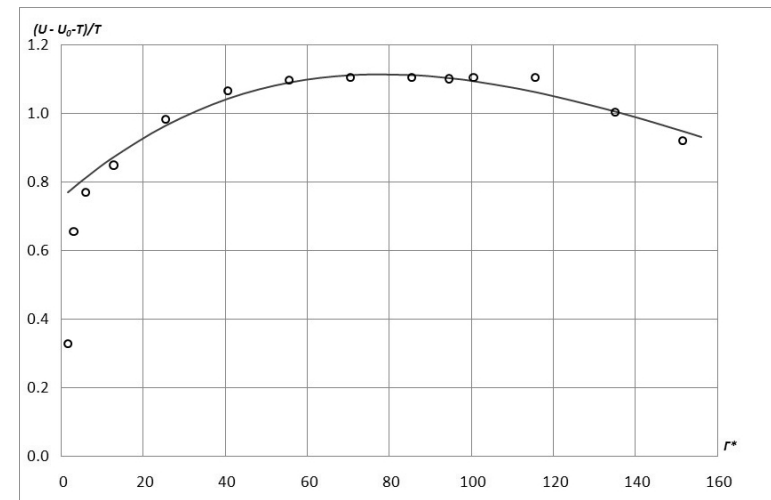


Рис. 2

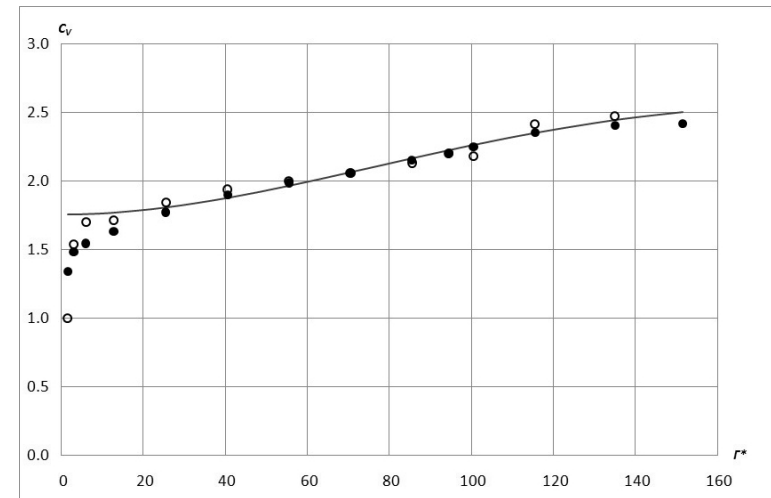


Рис. 3

## Литература

1. Fortov V.E. [et al.]. Complex (dusty) plasmas: Current status, open issues, perspectives // Phys. Reports. — 2005. — V. 421, N. 1. — P. 1–103.
2. Vaulina O.S. [et al.]. Evolution of the mass-transfer processes in nonideal dissipative systems. I. Numerical simulation // Physical Review E. — 2008. — V. 77, N. 066403–066404.
3. Vaulina O.S. [et al.]. Determination of the pairwise interaction potential between dust grains in plasma // Plasma Physics Reports. — 2007. — V. 33. — P. 278–288.
4. Vaulina O.S. [et al.]. Two-Stage Melting in Quasi-Two-Dimensional Dissipative Yukawa Systems // Phys. Rev. Lett. — 2006. — V. 97., N. 195001.
5. Vaulina O.S. [et al.]. Transport of macroparticles in dissipative two-dimensional Yukawa systems // Physica Scripta. — 2006. — V. 73. — P. 577–586.

УДК 537.322.2, 534-13

К.В. Иванов<sup>1,2</sup>, С.В. Головастов<sup>1,2</sup>

kirill@phystech.edu, golovastov@yandex.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)<sup>2</sup> Объединённый институт высоких температур РАНИсследование влияния ультразвука  
на воспламенение газовых смесей

Хорошо известно, что в процессе распространения пламя само способно генерировать акустические волны — так называемое «поющее пламя». В камерах сгорания генерируемые пламенем акустические моды могут попадать в резонанс и вырастать до больших значений амплитуд, вызывая неустойчивый режим горения [1]. Существование такой обратной связи, ответственной за возникновение вибрационного горения в камерах сгорания, говорит о сильном влиянии звука на пламя. При этом искривление фронта пламени

зависит от частоты и проявляется ярче для коротковолновых воздействий. То есть следует ожидать ускорения развитого пламени, находящегося в ультразвуковом поле, за счёт увеличения турбулентности потока, что и было показано Кумагаи [2].

В то же время если область смеси, охваченная горением, достаточно мала, то усиление перемешивания среды, вызванное гидродинамическим влиянием, должно приводить к увеличению оттока тепла от области начального энерговыделения. Это может вызвать падение температуры в зоне реакции и даже, возможно, к затуханию реакции. Очевидно, описанный процесс может быть осуществлен только на стадии инициирования воспламенения смеси, когда зона горения весьма ограничена. В работе [3] авторы экспериментально наблюдали существенное увеличение длины перехода горения в детонацию в потоке смешивающихся компонентов вследствие влияния сильного звукового поля. Также представлен численный расчёт воздействия звука на очаг воспламенения.

Эксперименты проводились с 4% пропан-бутан-воздушной смесью. Исследования проводились на установке, изображённой на рис. 1. Камера сгорания (КС) представляет собой трубу с внутренним диаметром 22 мм, слепо закрытую с одного конца. У открытого конца трубы находится шаровый кран К1, который закрывался во время откачки камеры сгорания и наполнения её смесью и был открыт в момент поджига. На расстоянии  $L_1$  от открытого конца находился искровой промежуток, длина которого составляла 10 мм.

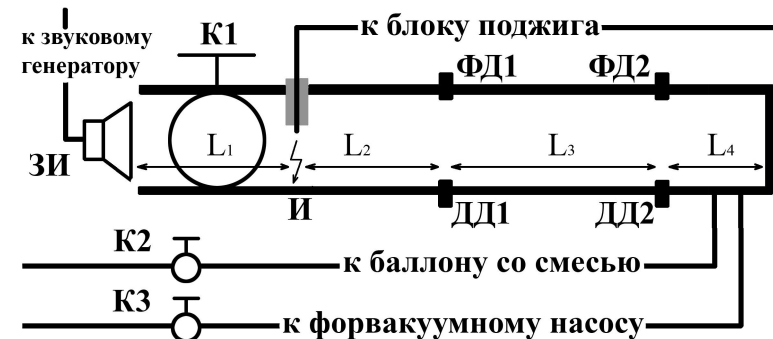


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. ЗИ — ультразвуковой излучатель; И — свеча; К1, К2, К3 — краны; ДД1, ДД2 — датчики давления; ФД1, ФД2 — фотодатчики;  $L_1 = 173$  мм,  $L_2 = 170$  мм,  $L_3 = 198$  мм,  $L_4 = 110$  мм — расстояния между основными элементами установки



Акустическое возмущение генерировалось ультразвуковым излучателем МА40S8S, закреплённым на подвижном штативе, находящемся у открытого конца трубы (рис. 1: ЗИ). Во всех экспериментах измеренная амплитуда звука составляла 0,2% от атмосферного.

**Результаты.** На рисунках 2а и 2б изображены характерные осциллограммы распространения пламени в случае наличия звука и его отсутствия, когда напряжение на конденсаторе блока поджига ( $U$ ) составляло 272 В.

Из осциллограмм, приведённых на рис. 2, видно, что при напряжении на конденсаторе блока поджига, равном  $U = 272$  В, акустическое поле практически не влияет на скорость пламени и величину пика светимости. При уменьшении напряжения на конденсаторе блока поджига до  $U = 100$  В, влияние звука на скорость пламени становится заметным. При этом величина пиков светимости практически не меняется.

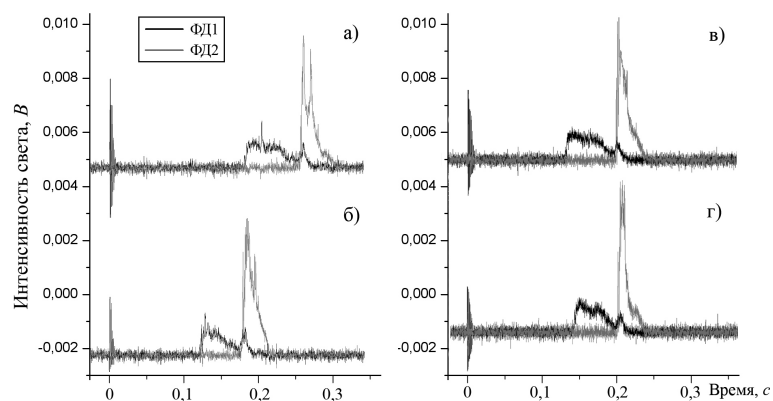


Рис. 2. Осциллограммы распространения пламени с акустическим полем (сверху) и без акустического поля (снизу) для  $U = 272$  В (а и б) и  $U = 100$  В (в и г)

**Выводы.** Эксперименты показали, что при напряжении на конденсаторе поджига, равном 272 В, акустическое поле практически не влияет на величину пика светимости. Однако при напряжении на конденсаторе блока поджига, равном 100 В, влияние звука на скорость пламени становится существенным. Измеренные средние скорости пламени составили 70 см/с и 48 см/с (без звука и со звуком соответственно) от свечи до первого измерительного сечения и

183 см/с и 132 см/с между первым и вторым сечением. При этом величина пиков светимости практически не меняется.

Можно предположить, что при уменьшении энергии, вложенной в искру, то есть начальной температуры области воспламенения, увеличивается время индукции и, следовательно, доля энергии, отводящейся из области разогретого искрой газа за счёт теплопроводности по сравнению со всей энергией, вложенной в искру при той же мощности ультразвука. Таким образом, эффект влияния акустики на область начального воспламенения газа проявляется сильнее.

### Литература

1. Афанасьев В.В., Кидин Н.И. Диагностика и управление устойчивостью горения в камерах сгорания энергетических установок. — М.: Физматлит, 2008.
2. Кумагаи С. Горение / пер. с яп. — М.: Наука, 1979.
3. Голуб В.В., Иванов М.Ф., Володин В.В. [и др.]. Влияние акустических волн на зону воспламенения и переход горения в детонацию: эксперимент и расчёт. — Теплофизика высоких температур, 2009. — Т. 7, № 2. — С. 1–3.

Е.А. Лисин<sup>1,2</sup>, О.С. Ваулина<sup>2</sup>, А.В. Гавриков<sup>2</sup>,  
О.Ф. Петров<sup>2</sup>, В.Е. Фортков<sup>2</sup>

eaLisin@yandex.ru, olga.vaulina@bk.ru, gavrikov@ihed.ras.ru,  
ofpetrov@ihed.ras.ru, fortov@ihed.ras.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Объединённый институт высоких температур РАН

## Анализ взаимодействия пылевых частиц в лабораторной плазме ёмкостного высокочастотного разряда

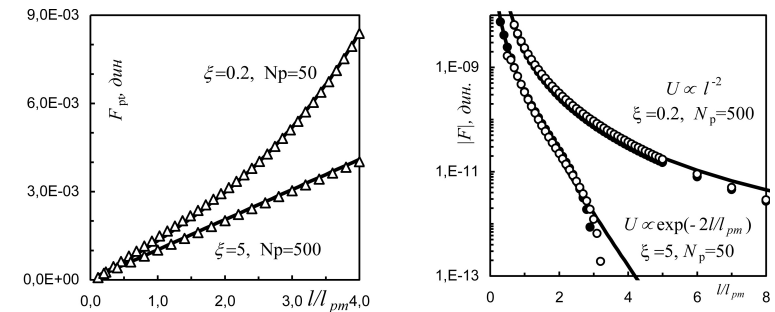
Лабораторная пылевая плазма является хорошей экспериментальной моделью для исследования свойств неидеальных диссипативных систем.

Предположение экранированного потенциала (типа Юкавы) хорошо согласуется с результатами измерений радиальных сил взаимодействия между двумя частицами в плазме и с результатами расчётов структуры экранирующего облака для уединенной пылевой частицы только на небольших расстояниях от частицы ( $l < 4\lambda_D$ ; здесь  $\lambda_D$  — радиус Дебая). На настоящий момент окончательно не ясно, как влияют на форму потенциала межчастичного взаимодействия наличие других частиц в пылевом облаке, процессы ионизации газа, столкновения электронов (ионов) с нейтралами окружающего газа и множество других факторов.

Целью данной работы являлась экспериментальная апробация нового метода восстановления параметров плазменно-пылевых систем в лабораторной плазме [1]. Основная идея метода заключается в решении обратной задачи, описывающей движение взаимодействующих частиц системой уравнений Ланжевена, что позволяет также восстанавливать параметры внешнего удерживающего потенциала и коэффициент трения частиц (рис. 1.). Метод основан на анализе информации о координатах и смещениях частиц, которая легко фиксируется как в численных, так и в реальных экспериментах и может применяться как для слабо коррелированных, так и

для сильно неидеальных систем, которые состоят из двух или более взаимодействующих частиц.

Для определения критериев применимости используемого метода диагностики плазменно-пылевых систем в условиях экспериментов с лабораторной плазмой ёмкостного ВЧ-разряда было проведено численное моделирование. Исследованы особенности применения заявленной методики, обусловленные техническими параметрами используемых в эксперименте систем видеонаблюдения, такими как длительность эксперимента, визуализация части пылевого облака, временное и пространственное разрешение движения частиц.



**(а)** **(б)**  
Рис. 1. Результаты восстановления (а) электростатической силы ловушки  $F_{pt}$  (символы  $\Delta$ ) и (б) межчастичных парных сил  $F(l/l_{pm})$  в численных экспериментах с пылевыми структурами из  $N_p$  частиц, взаимодействующих с различными потенциалами  $U$  при различных параметрах масштабирования  $\xi$  и эффективных параметрах неидеальности  $\Gamma^*$ : ( $\bullet$ ) —  $\Gamma^* = 7,5$ ; ( $\circ$ ) —  $\Gamma^* = 180$ . Линиями обозначены силы, соответствующие заданным потенциалам

Экспериментальная апробация метода проводилась для кластеров из  $N_p = 11$  и  $N_p = 29$  частиц и протяженных пылевых облаков ( $\sim 550$  регистрируемых частиц) в приэлектродном слое ВЧ-разряда. Видеозапись положения частиц обрабатывалась при помощи специальной программы, которая позволяла идентифицировать положения отдельных пылевых частиц в поле зрения видеосистемы. Иллюстрация результатов восстановления парных сил межчастичного взаимодействия  $F(l)$  для различных экспериментов приведена на рис. 2. Было получено, что для малых кластерных систем восстановленный потенциал хорошо соответствует кулоновскому взаимодействию частиц ( $F(l) \propto l^{-2}$ ). Аналогичная асимптотика бы-

ла найдена и для анализируемых протяженных пылевых структур на расстояниях  $l > 2l_p$ , где  $l_p$  — среднее расстояние между двумя частицами. Полученная степенная асимптотика ( $F(l) \propto l^{-2}$ ) сил межчастичного взаимодействия может объясняться как слабым экранированием, так и являться подтверждением теории ячеек (Wigner-Seitz-cell model), предполагающей кулоновское взаимодействие между некоторыми «эффективными» зарядами пылевых частиц в плазме на расстояниях  $l$ , больших  $\sim l_p$ , для неидеальных плазменно-пылевых систем, где величина  $\Gamma = (eZ)^2 / (l_p T) \gg 1$  [2, 3].

Данная работа была частично поддержана РФФИ (проект № 07-08-00290), грантом CRDF (RUP2-2891-MO-07), проектом NWO (047.017.039), Государственной корпорацией «Росатом», Федеральным агентством по науке и инновациям (контракт № 02.740.11.0236), программой Президиума РАН.

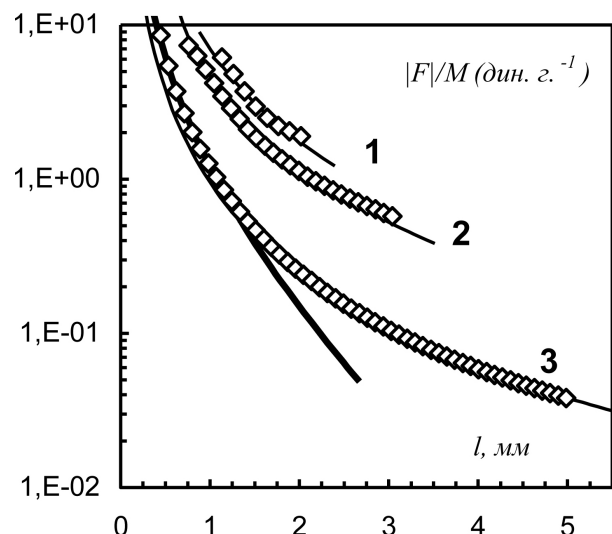


Рис. 2. Восстановленная парная сила  $F/M$  (символы) для различных лабораторных экспериментов: 1 — кластер из  $N_p = 11$  частиц, 2 — кластер из  $N_p = 29$ , 3 — часть протяженной структуры  $N_p \sim 550$ . Тонкая линия — аппроксимация  $f \propto l^{-2}$ ; жирная линия —  $f \propto \exp(-l/l_{pm}) (1 + l/l_{pm}) l^{-2}$

### Литература

1. Ваулина О.С., Лисин Е.А. Определение потенциала парного взаимодействия для частиц в неидеальных диссипативных системах // Физика плазмы. — 2009. — Т. 35. — С. 636.
2. Yakubov I.T., Khrapak A.G. // Sov. Tech. Rev. B. — 1989. — V. 2. — P. 269.
3. Konopka U., Ratke L., Thomas H.M. // Phys. Rev. Lett. — 1997. — V. 79. — P. 1269.

УДК 538.915

Д.В. Минаков<sup>1,2</sup>, П.Р. Левашов<sup>3</sup>, К.В. Хищенко<sup>3</sup>  
 minakovd@inbox.ru, pasha@ihed.ras.ru, konst@ihed.ras.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
 (государственный университет)

<sup>2</sup> Институт теплофизики экстремальных состояний  
 Объединённого института высоких температур РАН

<sup>3</sup> Объединённый институт высоких температур РАН

### Расчёты термодинамических свойств металлов методом квантовой молекулярной динамики

Термодинамика электронной подсистемы металлов в значительной степени определяет их свойства в большом диапазоне фазовой диаграммы. Чаще всего эти свойства сами по себе не требуются, но с появлением современного фемтосекундного лазерного оборудования важность данных знаний сильно возросла. Для двухтемпературного гидродинамического моделирования требуется знание уравнения состояния и для электронов, и для ионов. Обычно уравнение состояния для электронной подсистемы вычисляется с использованием теории функционала плотности. В последнее время благодаря хорошей точности и высокой скорости расчётов очень популярны псевдопотенциальные подходы, в которых при расчётах

учитываются только валентные электроны. Но использование псевдопотенциалов может существенно повлиять на результаты вычислений по сравнению с более точными полноэлектронными вычислениями.

В данной работе анализируются термодинамические свойства электронной подсистемы металлов при различных плотностях и температурах электронов с помощью двух подходов. Один из методов, FP-LMTO [1] (модифицированный, как описано в [2], комплекс программ LMTART [3]), описывает все электроны в рамках метода функционала плотности. В другом методе, VASP [4], используются наиболее точные в настоящее время ультрамягкие псевдопотенциалы [5] также в контексте теории функционала плотности. Проведены расчёты давления и энтропии алюминия и вольфрама и определены границы применимости псевдопотенциального подхода.

Результаты сравниваются с полуэмпирическими уравнениями состояния [6, 7]. Показано, что в этих уравнениях состояния нужно учитывать свойства электронных подсистем исходя из вычислений *ab-initio*, а не простых грубых моделей. Также проведены квантовые молекулярно-динамические (МД) расчёты в псевдопотенциальном приближении для алюминия и вольфрама для вычисления их термодинамических свойств в твёрдой и жидкой фазах; результаты сравниваются с вычислениями по УРС [6, 7]. Квантовые МД-расчёты показали хорошее совпадение с результатами расчёта по многофазному уравнению состояния, тем самым показана возможность использования псевдопотенциального приближения в вычислениях при значениях параметров, недоступных для экспериментального изучения. Результаты работы будут использованы для уточнения полуэмпирических уравнений состояния.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты 08-01-00955 и 09-08-01129.

### Литература

1. Savrasov S.Y. // Phys. Rev. B. — 1996. — V. 54. — P. 16470.
2. Sin'ko G.V., Smirnov N.A. // Phys. Rev. B. — 2006. — V. 74. — P. 134113.
3. [http:// physics.njit.edu / ~ savrasov](http://physics.njit.edu/~savrasov).
4. Kresse G., Hafner J. // Phys. Rev. B. — 1993. — V. 47. — P. 558.
5. Vanderbilt D. // Phys. Rev. B. — 1996. — V. 41. — P. 7892.

6. Fortov V.E., Khishchenko K.V., Levashov P.R. [et al.]. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. — 1998. — V. 415. — P. 604.

7. Агранат М.Б., Андреев Н.Е., Ашитков С.И., [и др.]. // Письма в ЖЭТФ. — 2007. — Т. 85, № 6. — С. 328–333.

УДК 533.9

*В.С. Сидоров<sup>1</sup>, А.В. Гавриков<sup>2</sup>, О.Ф. Петров<sup>2</sup>,  
М.Н. Васильев<sup>1</sup>, Н.А. Ворона<sup>2</sup>*

arion-2006@mail.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Объединённый институт высоких температур РАН

## Исследование спектра излучения плазменно-пылевых образований при электронно-пучковом воздействии

В работах, посвященных исследованию экстремальной зарядки пылевых частиц [1] при воздействии электронного пучка, было отмечено, что макрочастицы, попадая в зону воздействия электронного пучка, начинают излучать в оптическом диапазоне, кроме того, было отмечено, что это свечение продолжается и после выхода макрочастиц из области взаимодействия с электронным пучком, причём, по-видимому, интенсивность и длительность свечения зависят не только от материала частиц и параметров электронного пучка, но и от параметров плазмообразующего газа. В данной работе было проведено исследование природы такого свечения.

Экспериментальная часть работы была выполнена на стенде, который состоит из генератора электронно-пучковой плазмы и системы спектральной диагностики.

Электронно-лучевая пушка генерировала электронный пучок в высоковакуумной камере, который через выводное устройство проникал в рабочую камеру. С помощью специального диспенсера, расположенного в верхней части рабочей камеры, в область действия электронного пучка осуществлялся непрерывный сброс пыле-

вых макрочастиц. Вследствие их взаимодействия с пучком наблюдалось свечение плазменно-пылевых образований, регистрируемое спектрометром с оптическим разрешением 1,5 нм (FWHM) (рис. 1).

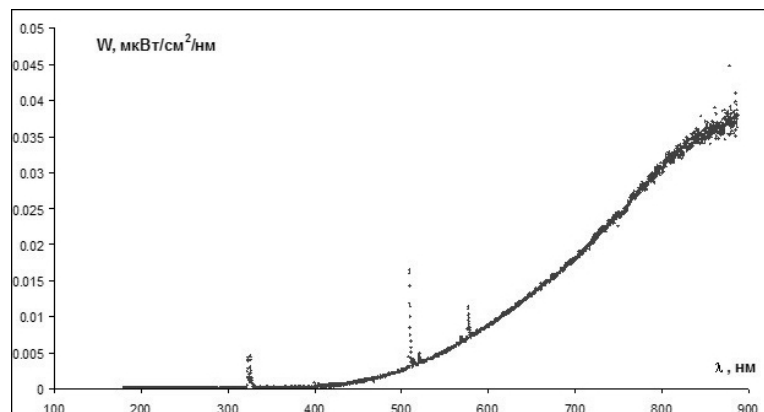


Рис. 1. Спектральная плотность мощности излучения медных частиц при непосредственном электронно-пучковом воздействии (параметры пучка 10 мА, 25 кВ)

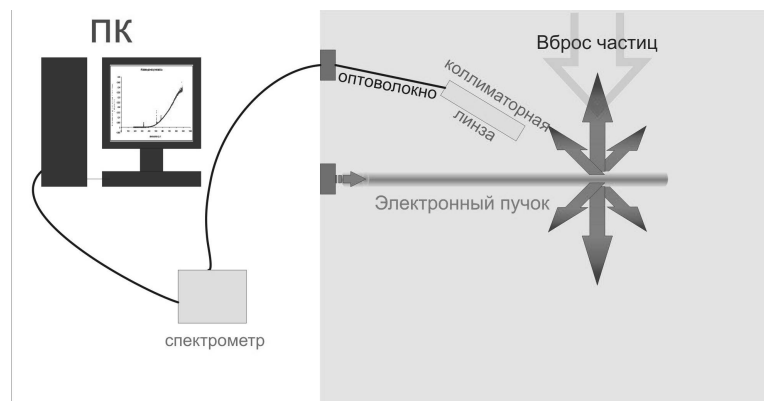


Рис. 2. Схема эксперимента

Эксперименты проводились в атмосфере воздуха при давлении 0,2 Торр. При этом были использованы частицы различных материалов и формы: металлические частицы (медь, средний диаметр частиц фракции около 50 мкм), частицы с малой работой выхода термоэлектронов (гексаборид лантана, средний диаметр частиц

фракции около 20 мкм), крупные диэлектрические частицы правильной формы (стеклянные микросферы, средний диаметр частиц фракции около 60 мкм), керамические частицы (оксид алюминия, средний диаметр частиц фракции около 150 мкм) и др. Ток электронного пучка составлял 10 мА, ускоряющее напряжение составляло 25 кВ, радиус пучка в области воздействия на макрочастицы составлял около 3 мм (рис. 2).

В качестве причин, приводящих к появлению свечения, были рассмотрены следующие: люминесценция, обратный фотоэффект, термоизлучение. Была проведена оценка нагрева частиц, которая показала, что их максимальный нагрев не превышает 100 К. Однако аппроксимация экспериментально полученного спектра медных частиц спектром АЧТ соответствовала температуре частицы 3200 К, что значительно выше температуры плавления меди 1357 К. Поскольку частицы светятся и после выхода из пучка, то обратный фотоэффект также не является преобладающим механизмом свечения.

Тем самым можно сделать вывод, что излучение частиц не совпадает с излучением абсолютно чёрного тела (нагрев частиц не может превышать 100 К). Вклад обратного фотоэффекта мал. Таким образом, требуется дальнейший и более детальный анализ люминесценции для объяснения спектра свечения.

### Литература

1. Vorona N.A., Gavrikov A.V., Petrov O.F. [et al.]. Ultrahigh charging of particles and coulomb explosion in dusty plasma induced by electron beam // XXIV International Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter, Physics of Extreme States of Matter. — 2009. — P. 218.

УДК 537.322.2

*Р.А. Тимирханов<sup>1</sup>, Н.Н. Антонов<sup>2</sup>, А.В. Гавриков<sup>1</sup>,  
О.Ф. Петров<sup>1</sup>*

timirkhanov@ihed.ras.ru, timirkhanov@ihed.ras.ru,  
gavrikov@ihed.ras.ru, ofpetrov@ihed.ras.ru

<sup>1</sup> Объединённый институт высоких температур РАН

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## **Экспериментальное исследование динамики макрочастиц при создании лазерным излучением вакансий в плазменно-пылевой структуре**

При исследовании вязкопластических свойств кристаллических плазменно-пылевых образований и их структурных характеристик в зависимости от приложенного касательного напряжения, создаваемого лазерным излучением [1], было обнаружено образование гидродинамического течения кристаллической плазменно-пылевой структуры, при этом механизм течения заключался в генерации и последующей аннигиляции краевых дислокаций несоответствия. На основе данных было высказано предположение о возможности восстановления потенциала взаимодействия между пылевыми частицами и динамики дефектов плазменно-пылевого кристалла по кинетическим и структурным характеристикам вакансий в плазменно-пылевом кристалле.

В данной работе проведено экспериментальное исследование динамики макрочастиц при создании лазерным излучением вакансий в плазменно-пылевой структуре. Для этого был разработан экспериментальный стенд, представляющий собой вакуумную камеру, в которую помещены плоские электроды в виде дисков (диаметром 20 см) с отверстиями (диаметром 5 см) в центре. Отверстие нижнего диска было закрыто стальным сетчатым электродом (ячейка со стороной 2 мм), над которым в плазме высокочастотного разряда зависала плазменно-пылевая структура. Лазерный луч (аргоновый лазер,  $\lambda = 532$  нм, интегральная мощность  $\sim 2$  Вт), осуществляю-

щий выбивание пылевой частицы (удаление частицы из плазменно-пылевой структуры посредством фокусирования на ней лазерного луча), заводился в вакуумную камеру двумя способами: сверху, когда луч проходил через отверстие в верхнем электроде, далее проходил плазменно-пылевую структуру и сетчатый электрод (ячейка со стороной 2 мм), попадал на зеркало, расположенное под нижнем электродом, и выводился из камеры, и снизу, когда луч проходил тот же путь наоборот. В обоих случаях производилась фокусировка луча в плоскости плазменно-пылевой структуры (диаметр светового пятна не превышал 1 мм) и позиционирование луча в центре ячейки сетчатого электрода. Такая юстировка позволила удалять макрочастицы из плазменно-пылевой структуры, не возмущая соседние макрочастицы силами термофореза и светового давления.

В качестве материала для макрочастиц был выбран графит, так как при плотности меньшей, чем у металлов, он обладает схожей отражательной способностью. Размер графитовых частиц (28–56 мкм) подбирался из соображений, что более крупные частицы не будут зависеть в приэлектродном слое, а более мелкие будут зависеть слишком близко друг к другу, и не получится выбить макрочастицу, не возмущая соседних.

Было проведено две серии экспериментов при давлении плазменно-образующего газа (аргона) 0,10 Торр и мощности высокочастотного разряда 5 Вт. В первой серии выбивание происходило сверху. На **рис. 1** представлен видеоряд из 3 последовательных видеокadres. Съёмка производилась сбоку через иллюминатор, для этого плазменно-пылевая структура подсвечивалась через другой боковой иллюминатор твердотельным лазером ( $\lambda = 671$  нм, мощность 0,5 Вт, диаметр луча 2 см). На представленных кадрах видно, что выбитая частица, образовав вакансию в плазменно-пылевой структуре, через время порядка 0,01 с вновь пересекает плазменно-пылевую структуру, возмущая при этом соседние макрочастицы. Средняя скорость частицы оцененная, по траекториям,  $\sim 10$  см/с.

Во второй серии экспериментов макрочастицу выбивали снизу. На **рис. 2** представлен видеоряд из 3 последовательных видеокadres. На представленных кадрах видно, что выбитая частица, образовав вакансию в плазменно-пылевой структуре, через время порядка 0,06 с пересекает плазменно-пылевую структуру в области, отстоящей от вакансии на расстояние 1 мм. Скорость частицы, оцененная по траекториям,  $\sim 5$  см/с. Кроме случая, изображённого на **рис. 2**,

когда частица возвращалась в область плазменно-пылевой структуры, в некоторых экспериментах удавалось добиться такой траектории частицы, при которой вылетала за область плазменно-пылевой структуры, чего не удалось добиться при выбивании сверху.

В заключение отметим, что динамика макрочастиц при выбивании снизу позволяет сгенерировать вакансию плазменно-пылевой структуры, не возмущая всей структуры, что в дальнейшем позволит провести исследование динамики вакансий в плазменно-пылевой структуре.

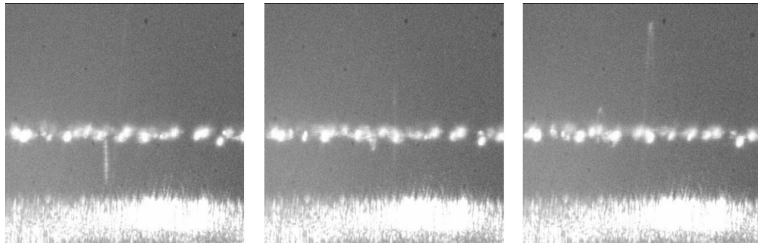


Рис. 1. Видеосъёмка выбивания макрочастицы сверху, вид сбоку: экспозиция 0,04 с, размер видимой области  $5 \times 5$  мм. Ряд светящихся точек в центре кадра — плазменно-пылевая структура, светлые линии — траектория выбитой макрочастицы, засвеченная область внизу кадра — электрод



Рис. 2. Видеосъёмка выбивания макрочастицы снизу, вид сбоку: экспозиция 0,04 с, размер видимой области  $5 \times 5$  мм. Ряд светящихся точек в центре кадра — плазменно-пылевая структура, светлые линии — траектория выбитой макрочастицы

### Литература

1. Fortov V., Gavrikov A., Goranskaya D. [et al.]. Viscoplastic deformation of crystal-like dusty plasma structures // AIP conference proceedings Fifth International Conference on Physics of Dusty Plasmas. — 2008. — V. 1041. — P. 331–332.

## Секция космической физики

УДК 523.4-355.

М.Д. Алов<sup>1,2</sup>, А.В. Родин<sup>2,1</sup>, А.А. Федорова<sup>1</sup>  
 nocofoolmen@mail.ru, alexander.rodin@phystech.edu,  
 fedorova@iki.rssi.ru

<sup>1</sup> Институт космических исследований РАН

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
 (государственный университет)

### Спектр излучения Венеры в инфракрасных окнах прозрачности

Тепловая эмиссия ночной стороны Венеры в инфракрасных окнах прозрачности, открытая в прошлом десятилетии, является наиболее эффективным и доступным методом зондирования нижней подоблачной атмосферы планеты. Мониторинг этой эмиссии ведётся, в частности, с помощью спектрометра VIRTIS KA VENERAEXPRESS с 2006 г.

Прибор VIRTIS представляет собой спектрометр видимого и ближнего инфракрасного диапазона, установленный на борту КА «Венера-Экспресс», работающего на орбите Венеры с апреля 2006 года [1, 2]. Эксперимент включает два спектрометра: VIRTIS-M низкого спектрального разрешения (видимого диапазона 0, 27–1,1 мкм с разрешающей способностью 100–380 (1,9 нм), инфракрасного 1,05–5,19 мкм с разрешающей способностью 70–360 (9,8 нм)) и VIRTIS-N высокого спектрального разрешения (инфракрасного диапазона 1,88–5,03 мкм с разрешающей способностью 1300–3000 (0,6 нм)).

В нижних плотных слоях атмосферы Венеры физические условия существенно отличаются от привычных условий в газах, и форм-фактор спектральных линий также существенно отличается

от фойгтовского [3]. При расчёте спектров Венеры в окнах прозрачности необходимо учитывать такие явления, как интерференция квантовых состояний и влияние потенциала межмолекулярного взаимодействия на форм-фактор (Модель ИКС). Тем не менее непосредственное применение известных нам теоретических подходов не позволяет воспроизвести наблюдаемую форму спектра, и для его интерпретации приходится добавлять спектральный континуум, физическая природа которого пока не установлена.

В работе представлены примеры расчёта синтетического спектра тепловой эмиссии Венеры в окне прозрачности 2,3 мкм (рис. 1), произведено сравнение с данными спектрометра VIRTIS (рис. 2) и обсуждаются различные пути дальнейшего улучшения теоретической модели переноса излучения в плотных слоях атмосферы планеты [4, 5, 6].

### Литература

1. Drossart P. [et al.]. Scientific goals for the observation of Venus by VIRTIS on ESA/Venus express mission // Planetary and Space Science. — 2007. — N. 55. — P. 1653–1672.
2. Svedhem H. [et al.]. Venus Express mission // JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH. — 2009. — V. 114. — E00B33, doi: 10.1029/2008JE003290.
3. Тимофеев Ю.М., Васильев А.В. Физические основы атмосферной оптики. — СПб.: Наука, 2003. — 474 с.
4. Marcq E. [et al.]. Latitudinal variations of CO and OCS in the lower atmosphere of Venus from near-infrared nightside spectroimaging // Icarus. — 2005. — N. 179. — P. 375–386.
5. Marcq E. [et al.]. Remote sensing of Venus' lower atmosphere from ground-based IR spectroscopy: Latitudinal and vertical distribution of minor species // Planetary and Space Science. — 2006. — N. 54. — P. 1360–1370.
6. Marcq E. [et al.]. A latitudinal survey of CO, OCS, H<sub>2</sub>O, and SO<sub>2</sub> in the lower atmosphere of Venus: Spectroscopic studies using VIRTIS-H // JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH. — 2008. — V. 113. — E00B07, doi: 10.1029/2008JE003074.

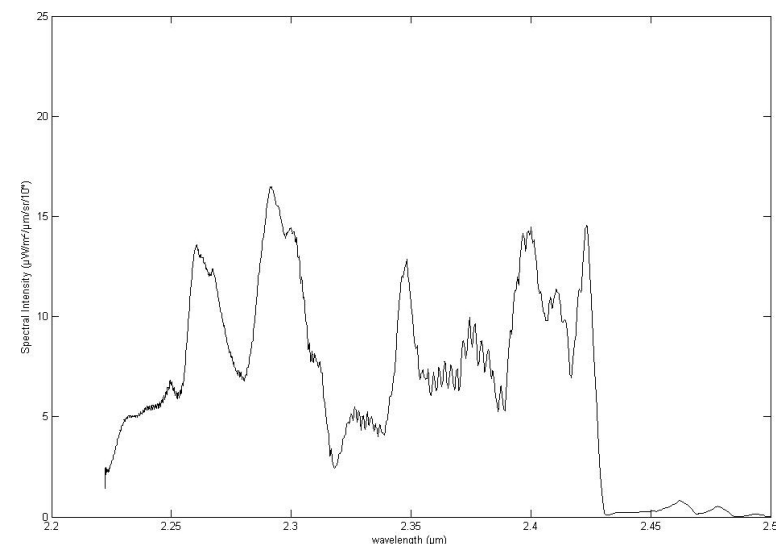


Рис. 1. Синтетический спектр (ИКС)

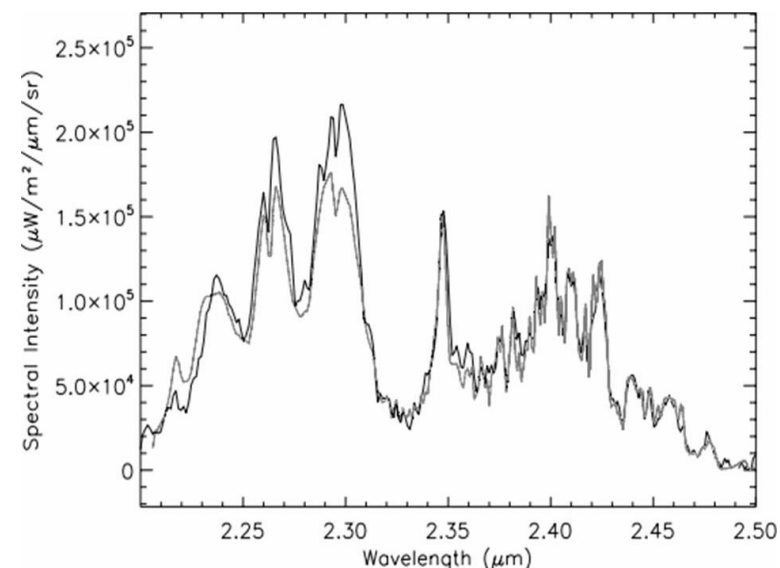


Рис. 2. Спектр VIRTIS (ч.) и модель с континуумом (с.)



А.В. Бурлаков, А.В. Родин

Институт космических исследований РАН

## Одномерная микрофизическая модель конденсационных облаков воды в атмосфере Марса

Наиболее полной подробной теоретической моделью климата Марса является трёхмерная модель общей циркуляции атмосферы. Такие модели самосогласованно описывают многие процессы: гидродинамику, перенос, энергетический баланс и др. Также в моделях есть микрофизические блоки, которые учитывают аэрозольные компоненты: пыль, облака. Но в силу естественных вычислительных ограничений для описания блоков используются моментные схемы: вместо распределения функции распределения по размерам в счёт идут только моменты этого распределения. Данный подход существенным образом уменьшает вычислительные затраты. Но наша задача состоит в том, чтобы, несмотря на все трудности, получить в явном виде характер функции распределения по размерам.

Целью данной работы является создание микрофизического блока для трёхмерной модели общей циркуляции. На анализируемом этапе аэрозольный блок протестирован в рамках одномерной модели.

Модель включает в следующие процессы: гетерогенная нуклеация (образование зародышей новой фазы), конденсация/сублимация, седиментация (оседание частиц под действием силы тяжести) и турбулентная диффузия; используется неоднородная сетка по размерам, каждой ячейке которой приписывается два независимых момента распределения. Интегрирование по времени осуществляется при помощи полунявной схемы Якобсона. На основе температурных профилей, рассчитанных при помощи модели общей циркуляции атмосферы Марса, получен суточный цикл конденсационных процессов в атмосфере. Характерный размер ледяных частиц составляет 1–2 мкм в нижней части облачного слоя и 0,2–0,3 мкм — на высотах 40–60 км, что хорошо согласуется с данными эксперимента по солнечному просвечиванию в ближнем

ИК-диапазоне СПИКАМ на КА «Марс-Экспресс» (рис. 1а, б). Также исследована зависимость конденсационных процессов и параметров облачного слоя от угла смачивания ядер конденсации с учётом новых экспериментальных данных.

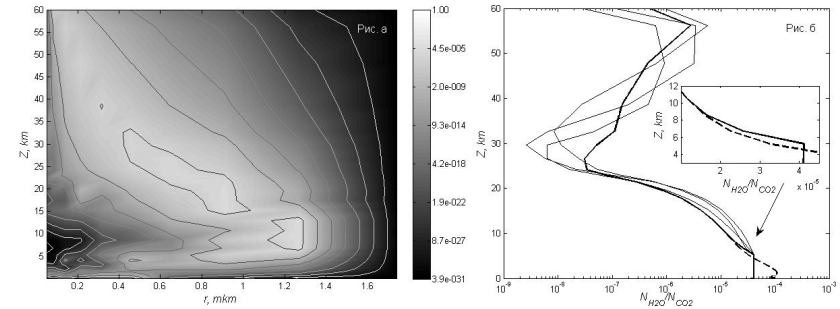


Рис. 1. (а) Распределение по размерам частиц облака на различных высотах (ось абсцисс — размер (мкм), ось ординат — высота (км), цветовая шкала — значение функции распределения (1 /см)). (б) Суточная эволюция профиля водяного пара в течение суток (по оси абсцисс показана концентрация пара относительно атмосферы, по оси ординат — высота (км)). Сплошными линиями обозначены профили водяного пара, пунктирной линией — профиль насыщенного водяного пара

### Литература

1. *Jacobson M.Z.* Fundamentals of Atmospheric Modeling 2ed. — New York: Cambridge University Press, 2005. — 813 p.
2. *Pruppacher H.R., Klett J.D.* Microphysics of Clouds and Precipitation. — Dorarecht: Reidel, 2000.

УДК 524.3

*М.В. Глушихина*

mg.fpfe@gmail.com

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Распределение температуры по поверхности нейтронной звезды

Магнитное поле влияет на свойства переноса всех компонент плазмы, особенно электронов. Как известно, теплопроводность поперёк линий магнитного поля уменьшается. Таким образом, именно анизотропный перенос тепла в оболочке нейтронной звезды, вызванный магнитным полем, является причиной неоднородного распределения температуры. Рассматривается нейтронная звезда радиуса  $R_1$  с однородным ядром с радиусом  $R_0$  и температурой  $T_0$ . Однородное магнитное поле  $B$  направлено по оси  $OZ$ . Магнитное поле создаёт анизотропию в распределении потока тепла, поэтому коэффициенты теплопроводности определяются тензором. Скорость теплопроводности, параллельная магнитному полю, не испытывает с его стороны никакого влияния, но если градиент температуры  $\frac{\partial T}{\partial r}$  перпендикулярен магнитному полю, то скорость теплопроводности в направлении температурного градиента уменьшается и дополнительно возникает перенос тепла в направлении  $\vec{H} \times \frac{\partial T}{\partial r}$  [1].

Для нахождения распределения температуры в слое от  $R_0$  до  $R_1$  решаем уравнение теплопроводности в приближениях сферически-симметричного и аксиально-симметричного случаев. Сферически-симметричный случай соответствует  $B = 0$ . Аксиально-симметричный случай учитывает взаимодействие с магнитным полем как малую поправку. Решение уравнения теплопроводности находим методом приближений:  $T = T_{00}(r) + T_1(r, \theta)$ , где  $T_1(r, \theta)$  — малая поправка. Полное решение уравнения:

$$T = A_1 \cdot \frac{1}{r} - A_2 - \frac{\cos^2 \theta}{18 \cdot r^3} (A_1 \cdot \varepsilon (r^2 - 6r^2 \cdot \ln \frac{r}{R_0} - R_0^2) - 9R_0^5 + 9r^5) - \frac{\sin^2 \theta}{36 \cdot r^3} (A_1 \cdot \varepsilon (-8r^2 - 12r^2 \cdot \ln \frac{r}{R_0} + 8R_0^2) + 9r^5 - 9R_0^5)$$

Где  $A_1, A_2$  — константы, зависящие от начальных условий,  $\varepsilon$  — малый параметр. На основании решения уравнения можно построить график изотерм, из которого видно распределение температуры

по поверхности звезды. Самые горячие области на поверхности — полюса, самые холодные — экваториальные. Несферичность линий изотерм в районе экватора является следствием уменьшения электронной теплопроводности поперёк линий магнитного поля.

## Литература

1. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. — М.: ИЛ, 1960. — 511 с.
2. Бисноватый-Коган Г.С. Перенос тепла и диффузия в частично ионизованной двухтемпературной плазме // ПМТФ. — 1964. — № 3. — С. 43–51.
3. Bisnovatyy-Kogan G.S., Kulikov Yu.N., Chechetkin V.M. Nuclear-energy release in neutron star envelopes, and sources of x-ray emission // Astron. Zh. — 1976. — V. 53. — P. 975–982.
4. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. — М.: Физматлит, 2002. — 535 с.
5. Бисноватый-Коган Г.С., Романова М.М. Диффузия и теплопроводность нейтронов в коре нейтронных звезд // ЖЭТФ. — 1982. — Т. 83. — С. 451–459.
6. Калихман Л.Е. Элементы магнитной газодинамики. — М.: Атомиздат, 1964. — 424 с.
7. Aguilera D.N., Pons J.A., Miralles A.M. 2D Cooling of magnetized neutron stars // A&A. — 2008. — V. 2. — P. 255–271.
8. Aguilera D.N., Pons J.A., Miralles A.M. The impact of magnetic field on the thermal evolution of neutron stars // The Astrophysical Journal. — 2008. — V. 673. — L. 167–170.

*И.В. Зимовец*

ivanzim@iki.rssi.ru

Институт космических исследований РАН

## Наблюдения затухающих периодических пульсаций жёсткого рентгеновского излучения солнечной вспышки

Анализируются наблюдательные данные солнечной вспышки 6 ноября 2004 г., в фазе спада которой обнаружены затухающие гармонические осцилляции с периодом 78 с потока теплового жёсткого рентгеновского излучения, детектируемого космическим аппаратом RHESSI с высоким пространственным, временным и энергетическим разрешением. Наблюдаемые осцилляции интерпретируются модуляцией потока излучения тепловой плазмы вспыхивающей петли посредством возбуждённой в ней глобальной перетяжечной моды быстрых магнитозвуковых волн. Другие физические механизмы, способные вызвать подобные осцилляции, обсуждаются.

*П.А. Колбудаев*

finnan@bk.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Проблема континуума атмосферы Венеры в экспериментальных данных прибора VIRTIS-H

Интересной особенностью атмосферы Венеры является высокая чувствительность излучения в окне прозрачности ( $4000\text{--}4500\text{ см}^{-1}$ ) к градиенту температуры на низких высотах (до 50 км), которые находятся под плотным облачным слоем, из-за него сильно затруднено наблюдение подоблачной атмосферы планеты. Для решения обратной задачи восстановления температурного профиля Венеры необходимо вычислить синтетические спектры и с помощью модели интерференции квантовых состояний в приближении сильных столкновений определить параметры атмосферы, такие, как плотности малых составляющих и профиль её температуры. Главной целью работы являлся подбор континуума в выше упомянутой модели для достижения наилучшего совпадения синтетического и экспериментального спектров. Экспериментальные спектры были получены усреднением данных, измеренных с аппарата Venus Express на ночной стороне Венеры вблизи экватора (отклонения не более 30 градусов широты). Синтетический спектр (рис. 1) вычислялся, следуя обычному алгоритму с добавлением спектрального континуума, то есть постоянной величины, к объёмному коэффициенту поглощения. В процессе подгонки синтетических спектров к наблюдаемым варьировалась как величина континуума, так и параметры атмосферы — температура, концентрация водяного пара и других газов. Изменялась высота и ширина облачного слоя. Из результатов, полученных на данный момент, можно заключить, что спектр в большей степени зависит от некоторых параметров (плотность водяного пара, параметры облачного слоя, спектральный континуум) и в меньшей степени от других (плотность CO и других малых составляющих, небольшие изменения высоты облачного слоя).

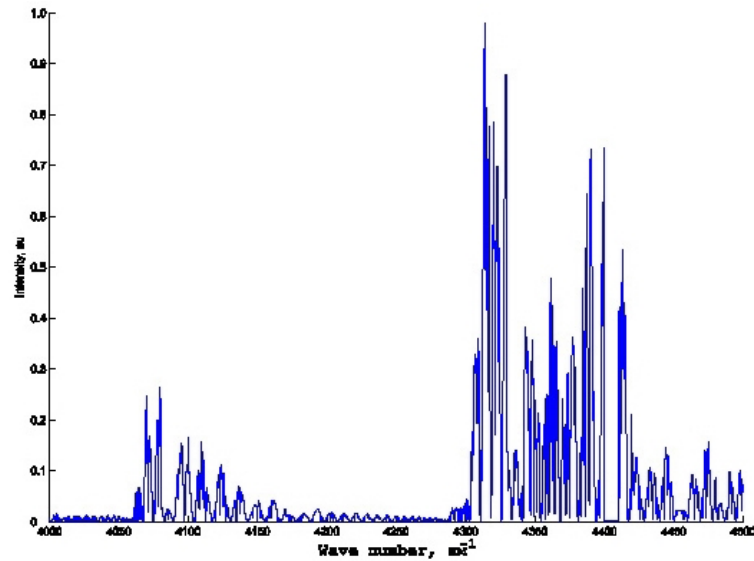


Рис. 1. Пример синтетического спектра

УДК : 537.86.029, 537.877, 537.876.23

*И.В. Кузичев<sup>1,2</sup>, Д.Р. Шкляр<sup>1</sup>*

Mar-cuss@yandex.ru

<sup>1</sup> Институт космических исследований РАН<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Прохождение монохроматического ОНЧ сигнала через ионосферу: волновое описание

Одним из источников ОНЧ излучений в ионосфере и магнитосфере Земли являются сигналы наземных ОНЧ передатчиков. Согласно существующим представлениям при распространении этих сигналов в волноводе земля–ионосфера часть волновой энергии проникает через «верхнюю стенку» волновода в ионосферу и магнитосферу. В верхней ионосфере и магнитосфере ОНЧ диапазон соответствует свистовым волнам. Распространение и взаимодействие волн с энергичными частицами являются предметом многочисленных исследований. Важнейшим моментом в описанной картине, исследование которого оказывается актуальным, несмотря на значительное количество работ на данную тему, становится прохождение излучения через ионосферу. Сложность задачи связана с тем, что она требует волнового описания с учётом кардинального изменения параметров среды в рассматриваемой области и поглощения волн, обусловленного столкновениями. В большинстве работ, посвященных указанной проблеме, используются разбиение всей области интегрирования на большое количество однородных слоёв и решение универсальной системы уравнений (являющейся следствием уравнений Максвелла для анизотропной среды) в каждом слое. Серьезной проблемой при этом является наличие экспоненциально нарастающих решений, присущих системе основных уравнений в рассматриваемом диапазоне частот и параметров среды. Данные решения последовательно исключаются из общего решения уравнений в каждом слое. Ясно, что при очень большом количестве слоёв корректная оценка точности такого подхода достаточно сложна.

В настоящей работе используется принципиально другой подход к решению указанной задачи, основанный на следующем соображении. В условиях, когда безразмерные параметры задачи, такие, как  $\omega_p/\omega$ ,  $\nu_e/\omega$ ,  $\lambda/L$  ( $\omega$  — частота волны,  $\omega_p$  — электронная плазменная частота,  $\nu_e$  — частота столкновений электронов,  $\lambda$  — длина волны и  $L$  — масштаб неоднородности), меняются на много порядков, использование универсальной системы уравнений во всей области является физически некорректным. Наш подход заключается в разбиении области интегрирования уравнений на (всего лишь!) три интервала, в которых основная система уравнений имеет различные свойства, и упрощении основных уравнений применительно к параметрам среды, присущим данному интервалу. Такой подход позволяет изначально исключить из решения экспоненциально нарастающие моды, которые в данной задаче не имеют физического смысла. Следует отметить, что численное интегрирование универсальной системы уравнений связано с указанными выше трудностями даже в однородной среде. Для этого случая в настоящей работе предложен и реализован метод факторизации основной системы уравнений и получено её общее решение. В области медленного изменения параметров среды, где прямое решение общей системы уравнений численными методами также невозможно, мы используем метод последовательных приближений и решаем её смешанным — численно-аналитическим методом. Наконец, в узкой области резкого изменения параметров среды основная система уравнений преобразована к виду, допускающему непосредственное численное интегрирование. В результате получено полное решение задачи о прохождении монохроматического ОНЧ сигнала через ионосферу. Это решение определяет амплитуду прошедшей волны в верхней ионосфере по величине поля в атмосфере.

УДК 524.7

*С.Г. Полтораки, А.М. Фридриман*

politorak@alsenet.com

Институт астрономии РАН

## О происхождении псевдокольцевых структур в галактиках с баром. Теория и наблюдения

В данной работе представлена теория образования псевдокольцевых структур, нередко наблюдаемых в окрестности конца бара в дисках спиральных галактик (рис. 1). Псевдокольца исследовались и ранее [1], однако объяснить их происхождение не удавалось. Одной из возможных причин может быть тот факт, что псевдокольцевые структуры всегда рассматривались как плоские, а значит, двумерные структуры. В работах [2, 3] было показано, что двумерный подход не может быть применён к явлениям в окрестности коротации — в этой области необходимо использовать трёхмерный подход. Поскольку в большинстве галактик мы наблюдаем так называемый «быстрый бар», для которого коротация находится на его концах, теория формирования псевдокольцевых структур должна быть трёхмерной.

Согласно нашим исследованиям, псевдокольцевые структуры можно объяснить как резонансный отклик газового диска на неосесимметричный потенциал бара. Отталкиваясь от уравнений Эйлера, мы показали, что благодаря вертикальным движениям (поперёк диска) возникающий отклик газового диска имеет вид двухруканных туго закрученных полуоборотных спиралей (рис. 2). Отметим, что в двумерном подходе форма отклика должна представлять собой четвертьоборотные спирали, которые не наблюдаются в реальных галактиках.

Кроме того, рассчитанная нами форма линии максимума вертикальной скорости должна иметь форму четвертьоборотных спиралей, закрученных в ту же сторону, что и спирали в плотности газа, но сдвинутые на 45 градусов (рис. 3).

Результаты обработки наблюдений галактики NGC 5350, проведённые нами на 6-метровом телескопе БТА САО РАН, качественно согласуются с предсказаниями нашей теории (рис. 4).

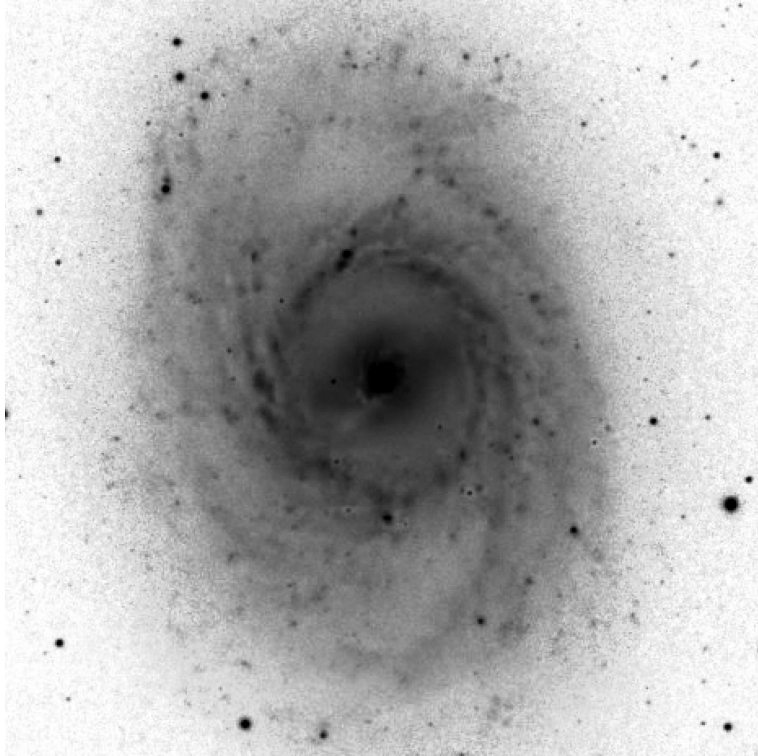


Рис. 1. Галактика NGC 3351, имеющая псевдокольцевую структуру

### Литература

1. *Buta R.* The structure and dynamics of ringed galaxies. I. — The morphology of galaxy rings, and statistics of their apparent shapes, relative sizes, and apparent orientations with respect to bars. — *ApJS* 61, 609, 1986.

2. *Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Libin A.* Appendix I in Fridman A.M., Gorkavii N.N., *Physics of Planetary Rings. Celestial Mechanics of Continuous Media.* — Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 436, 1999.

3. *Fridman A.M., Khoruzhii O.V.* Progress in the Study of Galaxies: Structures, Collective Phenomena and Methods. — Kluwer Academic Publishers, 2003.

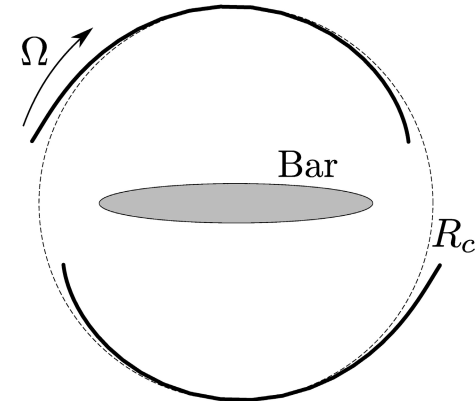


Рис. 2. Форма предсказанной линии максимума плотности газа: два туго закрученных спиральных рукава вокруг бара

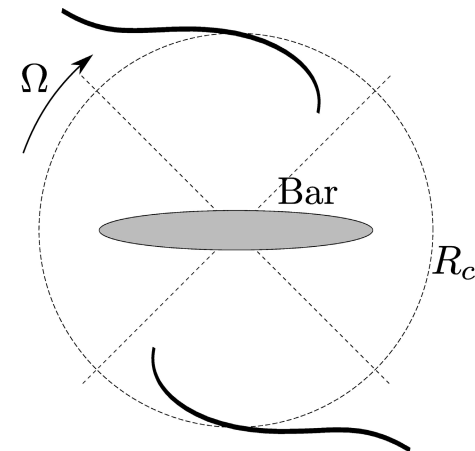


Рис. 3. Форма предсказанной линии максимума вертикальной скорости газа: два туго закрученных четвертьоборотных спиральных рукава вокруг бара

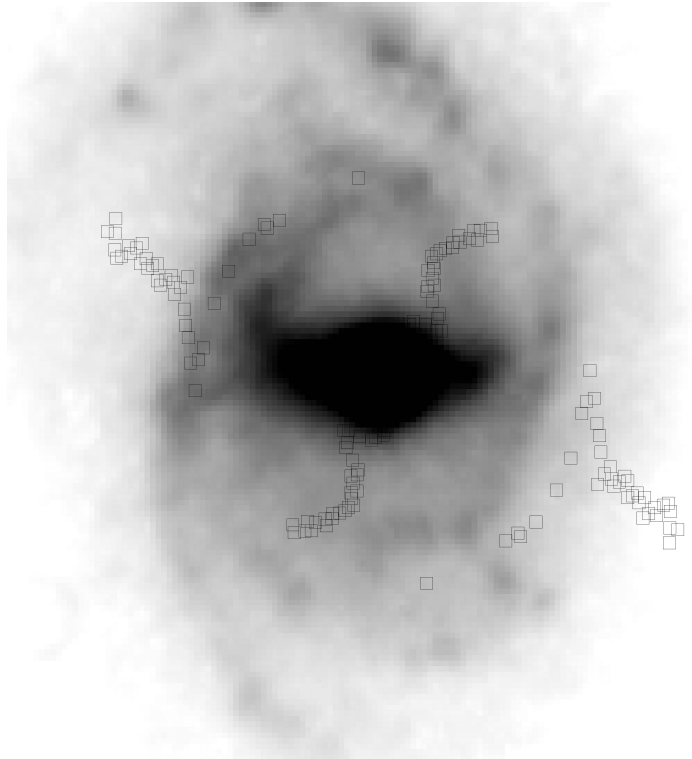


Рис. 4. Галактика NGC 5350, имеющая псевдокольцевую структуру, и наложенная сверху линия максимума вертикальной скорости в окрестности псевдокольца

УДК 52-14

*А.В. Просветов<sup>1,2</sup>, С.А. Гребенев<sup>2</sup>*

prosvetov@gmail.com, sergei@hea.iki.rssi.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт космических исследований РАН

## Рентгеновские вспышки источника GX 339-4 2004 и 2007 гг. по данным наблюдений обсерватории ИНТЕГРАЛ

С момента открытия 36 лет назад источник GX 339-4 является объектом детального исследования в оптическом, инфракрасном, рентгеновском и гамма-диапазонах. Считается, что он представляет собой черную дыру в маломассивной двойной системе. Источник демонстрирует частые рентгеновские вспышки, во время которых его излучение характеризуется сильной переменностью как интенсивности излучения, так и формы спектра. Вспышки предоставляют уникальную возможность исследовать режимы и геометрию аккреционного течения, реализуемые в этом объекте при разных темпах аккреции вещества.

В спектре излучения обычно присутствуют две компоненты излучения: мягкая, связанная с чернотельным излучением оптически тонкого аккреционного диска, и жесткая степенная, объясняемая комптонизацией чернотельных фотонов в высокотемпературной плазме центральных областей диска или короны над поверхностью диска.

В рамках такой простой модели по данным наблюдений источника GX 339-4 обсерваторией ИНТЕГРАЛ был проведен детальный анализ двух ярких вспышек, имевших место в 2004 и 2007 гг., который позволяет сделать следующие выводы:

- 1) температура внутреннего края аккреционного диска зависит от полной рентгеновской светимости (в диапазоне 4–200 кэВ) приблизительно степенным образом;
- 2) радиус внутреннего края аккреционного диска меняется достаточно умеренно (в пределах 20–40 км) и довольно сложным об-

разом (неоднозначно в зависимости от температуры центральных областей диска или рентгеновской светимости);

3) в рамках модели комптонизации фотонов диска в высокотемпературной плазме центральной области найдено, что томсоновская оптическая толщина центральной области и её температура во время вспышки менялись незначительно ( $\tau \sim 2, 5$  и  $kT \sim 35$  кэВ соответственно);

4) по видимому, изменение потока жёсткого излучения было связано не столько с изменением внутреннего радиуса холодного диска или параметров ( $kT$ ,  $\tau$ ) центральной высокотемпературной его области, сколько с изменением температуры диска и, как следствие, с изменением количества мягких фотонов, попадающих в это высокотемпературное облако и набирающих в нём энергию за счёт комптонизации;

5) мягкая компонента излучения, зарегистрированная во время жёсткого состояния источника во время (или непосредственно перед) пика вспышки в 2007 году, характеризовалась достаточно высокой температурой  $kT \sim 2,39 \pm 0,11$  и низкой амплитудой (малым радиусом);

6) эта компонента, скорее всего, не связана с внешним холодным аккреционным диском и может свидетельствовать о появлении внутреннего холодного диска, конденсирующегося из высокотемпературного облака плазмы в непосредственной близости от радиуса последней устойчивой орбиты черной дыры (3 Rg) согласно предсказаниям некоторых теоретических моделей.

УДК 535-15

*К.А. Лучников, А.В. Родин*

engo@gmail.com

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Проект гетеродинного спектрометра ближнего инфракрасного диапазона для исследования планетных атмосфер

В Центре космического приборостроения, который планирует создать в МФТИ в рамках программы развития национальных исследовательских университетов, разрабатывается гетеродинный инфракрасный спектрометр сверхвысокого разрешения. Применение принципа гетеродинирования в спектроскопии, позволяющего добиться разрешающей силы  $\lambda/\delta\lambda \sim 10^8$  и выше, открывает принципиально новые возможности в исследовании атмосфер Земли и других планет как методами спутникового дистанционного зондирования, так и с помощью наземных и орбитальных телескопов. Пока в мире созданы единичные экземпляры приборов, реализующих принцип гетеродинирования в ближнем ИК-диапазоне. Разрабатываемый нами спектрометр будет способен разрешать доплеровские смещения линий поглощения различных молекул ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{CH}_4$  и др.) в атмосфере Земли и других планет. Это позволит исследовать содержание малых составляющих атмосфер и вести мониторинг скорости и направления ветров на различных высотах.

Особенностями данного прибора является смешение анализируемого излучения с излучением локального осциллятора в оптоволокне и использование передового сверхпроводящего инфракрасного детектора. Прототип спектрометра, рассчитанный на коммуникационный диапазон 1,5 мкм, будет обладать спектральным разрешением порядка  $10^7$  и высокой светосилой и позволит исследовать отдельные вращательные линии в полосах углекислого газа 1,58 мкм и метана 1,65 мкм. Наблюдения будут вестись с поверхности Земли в диапазоне 1,58–1,68 нм. На основе этого прототипа в будущем возможно создание подобного прибора для ведения наблюдений с борта космического аппарата.



УДК 550.3

*А.Г. Славин<sup>1</sup>, К.В. Карельский<sup>1</sup>, А.С. Петросян<sup>1,2</sup>*

slavin@iki.rssi.ru, ruarelsk@iki.rssi.ru, apetrosy@iki.rssi.ru

<sup>1</sup> Институт космических исследований РАН<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Исследование мезомасштабных течений над сложным профилем дна

В работе предложен численный метод для изучения мезомасштабных течений над сложным профилем дна в присутствии внешней силы. Произвольный профиль дна аппроксимируется кусочно-постоянной функцией, разбивающей его на конечное число областей со ступенчатой границей. Для реализации указанного метода и для учёта влияния внешней силы использована квазидвухслойная модель течений жидкости над ступенчатой границей с учётом особенностей течения вблизи ступеньки. Предложено конечно-разностное представление, описывающее силу Кориолиса в численных методах Годуновского типа для течений вращающейся мелкой воды. Влияние силы Кориолиса моделируется введением фиктивной нестационарной границы. Разработанные численные алгоритмы основаны на представлении произвольной подстилающей поверхности и силы Кориолиса комплексной нестационарной ступенчатой границей.

Наличие внешней силы, неоднородностей и особенностей топографии приводит к вертикальной неоднородности горизонтальных течений, что в свою очередь изменяет значения усреднённых по глубине гидродинамических величин. Для адекватного описания указанных эффектов необходимо учитывать вертикальную структуру вблизи особенностей. В работе для расчёта течений мелкой воды над произвольной поверхностью в присутствии внешней силы предлагается модернизированный метод Годунова, адаптирующийся к параметрам потока. Предлагаемый метод принадлежит к семейству методов, основанных на решении задачи распада произвольного разрыва, и базируется на последовательном решении классических уравнений мелкой воды на ровной плоскости методом

Годунова с учётом влияния вертикальной неоднородности течения при расчёте потоков через границы ячеек, примыкающих к ступенчатым границам. Учёт вертикальной неоднородности обеспечивается использованием решения задачи Римана на ступеньке на основе квазидвухслойной модели мелкой воды, разработанный в [1–2]. Отличительной особенностью нашей модели является разделение исследуемого течения на два слоя при расчёте потоковых величин вблизи каждой ступеньки с улучшением аппроксимации исходных трёхмерных уравнений Эйлера. Однозначность такого разделения на два слоя обеспечивается единственностью решения обратной задачи Дирихле для нахождения этой границы. Адаптируясь к параметрам потока, метод позволяет учитывать особенности течения жидкости в каждой точке пространства и в каждый момент времени.

Для проверки работоспособности предложенного метода был решен ряд модельных задач, соответствующих различным видам неоднородностей подстилающей поверхности и нескольким типам внешних сил. В частности, в качестве подстилающих поверхностей использовались горизонтальные и наклонные плоскости и поверхность параболического типа. Для моделирования внешних сил использовались сила Кориолиса и сила гидравлического трения. Результаты численного моделирования сравниваются с имеющимися данными лабораторных экспериментов.

При моделировании падения прямоугольного столба жидкости над наклонной плоскостью выявлена практически полная аналогия между результатами, полученными с помощью квазидвухслойного метода, и расчётом, использующим аналитическое решение с заменой переменных. Проведённый численный эксперимент по моделированию классической задачи геострофической адаптации, известной как задача Россби, выявил хорошее совпадение характерных пиков разбегающихся акустико-гравитационных волн и центральной уравновешенной части с известными геофизическими данными. Осуществленный расчёт вращающейся мелкой воды над подстилающей поверхностью параболического профиля выявил качественное согласие с представлениями геофизической гидродинамики. Проведены расчёты и выполнено сравнение с лабораторным экспериментом задачи о разрушении двумерной дамбы над наклонной подстилающей поверхностью. Результаты хорошо согласуются с экс-

периментальными данными и увеличивают точность расчётов по сравнению с результатами, полученными в ранних работах.

### Литература

1. Карельский К.В., Петросян А.С., Славин А.Г. Quazi-two-layer model for numerical analysis shallow water flows on step // Russian journal of Numerical Analysis and Mathematical modeling. — 2006. — V. 21, № 6. — Pp. 539–559.

2. Карельский К.В., Петросян А.С., Славин А.Г. Numerical simulation of flows of a heavy nonviscous fluid with a free surface in the gravity field over a bed surface with an arbitrary profile // Russian journal of Numerical Analysis and Mathematical modeling. — 2007. — V. 22, № 6. — Pp. 543–565.

УДК 523.45-87

*А.В. Тыщенко*

tyshenko\_anna@mail.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
Институт космических исследований РАН

## Пространственное распределение водяного пара в полярной атмосфере Марса по данным гиперспектрометра ОМЕГА КА Марс-Экспресс

Спектрометр ОМЕГА — картирующий спектрометр видимого и ближнего ИК-диапазонов, установленный на борту КА Марс-Экспресс, находится на орбите вокруг Марса с 2004 г. Спектрометр включает три детектора: два — ближнего ИК-диапазона (С: 0,9–2,7 мкм, L: 2,7–5 мкм) и один — видимого (0,3–0,9 мкм). В настоящей работе использовались данные детектора С.

Целью настоящей работы является изучение распространения водяного пара над околополярными и полярными областями Марса по данным гиперспектрометра ОМЕГА. В рассматриваемом спек-

тральном диапазоне присутствует несколько полос поглощения водяного пара: 1,45, 1,85 и 2,6 мкм. В данной работе для отождествления водяного пара использовалась его колебательно-вращательная полоса поглощения около 2,6 мкм.

Для оптимизации такого отождествления среди миллионов спектров была введена синтетическая величина — относительная глубина данной полосы поглощения для каждого наблюдаемого спектра, и таким образом была получена карта распределения водяного пара в сезон афелия,  $L_s \sim 113$  е. Распределение водяного пара находится в согласии с результатами численного моделирования общей циркуляции Марса.

### Литература

1. Bibring J.-P., Soufflot A., Berthe M. [et al.]. OMEGA: Observatoire pour la Mineralogie, l'Eau, les Glaces et l'Activite // ESA SP. — 2004. — N. 1240. — P. 3–16.

2. Евдокимова Н.А., Кузьмин Р.О. [и др.]. Исследование связанной воды, водяного льда и инея на поверхности Марса: обработка и коррекция данных наблюдений спектрометра ОМЕГА с борта КА Mars Express // *Астрономический вестник*. — 2009. — Т. 43, № 5. — С. 387–405.

УДК 533.9: 534.35

*А.А. Чернышов<sup>1</sup>, К.В. Карельский<sup>1</sup>, А.С. Петросян<sup>1,2</sup>*

achernyshov@iki.rssi.ru, ruarelsk@iki.rssi.ru, apetrosy@iki.rssi.ru

<sup>1</sup> Институт космических исследований РАН<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Исследования масштабнo-инвариантных спектров сжимаемой магнитогидродинамической турбулентности космической плазмы.

Для описания спектров изотропной магнитогидродинамической (МГД) турбулентности несжимаемой жидкости разработаны феноменологические теории Колмогорова [1] и Ирошникова–Крайчнана [2, 3]. Колмогоровские энергетические каскады вызваны взаимодействием вихрей друг с другом, а в гипотезе Ирошникова–Крайчнана энергия передается главным образом распространяющимися альфвеновскими волнами вдоль локального магнитного поля. Однако все результаты как теоретические, так и численные получены в приближении несжимаемой среды и выявлены условия возникновения спектров Колмогорова и спектров Ирошникова–Крайчнана в несжимаемой турбулентности. В работе исследуется сжимаемая МГД турбулентность при различных значениях магнитного поля и скорости, определяется тип получающихся спектров сжимаемой МГД турбулентности в инерционном интервале.

Концепция изотропной однородной турбулентности была предложена для исследования универсальных статистических свойств. Если энергия не поступает в турбулентное течение, то через некоторое время это течение становится ламинарным из-за наличия вязкости и диффузии. Для того чтобы получить результаты с высокой статистической точностью, необходимо усреднить достаточно много реализаций турбулентного течения, в то время как для вычислительных расчётов намного более эффективно провести одно длинное вычисление, чем подготовить много вычислений с различными начальными условиями, тем более, что часто усреднение по про-

странству заменяется усреднением по ансамблю. Во многих задачах космической физики необходимо изучать статистическую стационарную (квазистационарную) турбулентность. Чтобы поддерживать трёхмерную турбулентность, применяются внешние силы для инжектирования энергии в систему и поддержания турбулентности, энергия восполняет потери, связанные с диссипацией на малых масштабах. Квазистационарность подразумевает, что значение энергии и скорости диссипации энергии приблизительно равны во времени, и проявляться могут лишь небольшие флуктуации вокруг их средних значений. Для этих целей разработан метод крупных вихрей [4, 5] для сжимаемой МГД турбулентности, вынуждаемой внешней силой, в физическом пространстве. В данной работе мы развили теорию «линейного форсинга» на случай сжимаемой МГД турбулентности. Основная идея заключается в добавлении силы, которая пропорциональна флуктуирующей скорости. Поскольку указанное соответствует турбулентности с вынуждающей силой, вызванной средним градиентом скорости, то есть сдвигом, эта сила появляется как одно из слагаемых в уравнении для флуктуирующей скорости, которое соответствует члену генерации турбулентности в уравнении для турбулентной кинетической энергии. Мы обобщили данный подход на случай сжимаемого МГД течения проводящей жидкости. Получены формулы для внешней силы в уравнении сохранения количества движения и в уравнении магнитной индукции для моделирования МГД турбулентности в физическом пространстве.

В работе численно исследуются масштабнo-инвариантные спектры сжимаемой МГД турбулентности космической плазмы. Представлены результаты расчётов сжимаемых турбулентных МГД течений методом крупных вихрей при различных начальных условиях. Изучаются два случая: в начальный момент времени кинетическая энергия намного больше магнитной энергии и случай равенства магнитной и кинетической энергии. Для первого случая получен спектр колмогоровского типа для полной энергии, в то время как во втором случае наблюдается спектр Ирошникова–Крайчнана при моделировании сжимаемой МГД турбулентности.

### Литература

1. Колмогоров А. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. Академ. наук СССР. — 1941. — Т. 30. — С. 4.
2. Kraichnan R. Inertial-range spectrum of hydromagnetic turbulence // Phys. Fluids. — 1965. — V. 8. — P. 1385–1387.
3. Iroshnikov P. Turbulence of a conducting fluid in a strong magnetic field // Soviet Astron. — 1964. — V. 7. — P. 566–571.
4. Chernyshov A., Karelsky K., Petrosyan A. Large-eddy simulation of magnetohydrodynamic turbulence in compressible fluid // Physics of Plasmas. — 2006. — V. 13, N.3. — P. 032304–032304-9.
5. Chernyshov A., Karelsky K., Petrosyan A. Modeling of compressible magnetohydrodynamic turbulence in electrically and heat conducting fluid using large eddy simulation // Physics of Fluids. — 2008. — V. 20, N. 8. — P. 085106–085106-13.

---

УДК 533.951.8

*М.М. Шевелёв, Т.М. Буринская*

Институт космических исследований РАН

## Неустойчивость Кельвина–Гельмгольца в трёхслойной системе

В работе исследуется устойчивость системы, состоящей из трёх однородных областей, разделённых бесконечно тонкими границами. В плоскости  $XU$  система предполагается бесконечной и однородной. По координате  $Z$  система разделена на три области. При этом в различных областях плазма может иметь различные параметры. Магнитные поля и скорости потоков лежат в плоскости  $XU$  и могут иметь произвольные направления в данной плоскости. В рассматриваемой модели не учитывается переходный слой между областями, в которых плазма движется с различной скоростью. Предполагается, что характерный размер системы  $a$  много больше

ширины переходного слоя  $d$ . Исследование устойчивости проводится для волн, длина которых много больше ширины переходного слоя,  $kd \ll 1$ .

Дисперсионное уравнение выведено для произвольных значений альвеновских скоростей и скоростей звука, как и направлений скоростей потоков и магнитных полей. Для частных случаев исследована зависимость инкремента от направления распространения волны. Проведено сравнение случаев сжимаемой и несжимаемой плазмы.

## Секция квантовой оптики

УДК 535.14

М.А. Анисимов<sup>1</sup>, А.А. Колесников<sup>1</sup>, В.И. Манько<sup>2</sup>  
 anisimov.m.a@gmail.com, kolesnikov@inbox.ru, mihanikus@gmail.com

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
 (государственный университет)

<sup>2</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

### Неравенство Белла для двумодовых запутанных состояний

Квантовые состояния делятся на два класса — запутанные и сепарабельные. Запутанные состояния от сепарабельных отличаются, в частности, тем, что могут нарушать неравенство Белла [1]. Существует критерий сепарабельности [2] квантовых состояний, являющийся необходимым, но не являющийся достаточным условием сепарабельности. Проблема запутанности квантовых состояний (нахождение критерия и меры запутанности) в окончательном виде не решена до сих пор. Поэтому критерий и свойства запутанных состояний, в частности, связь запутанности с нарушением или выполнением неравенства Белла для различных экспериментально реализуемых квантовых состояний, заслуживают подробного изучения. В рамках томографического подхода в работе исследуется зависимость возможного нарушения неравенства Белла для состояния двумодового сжатого вакуума, парного когерентного состояния и чётного и нечётного когерентного состояния (так называемый шредингеровский кот).

Помимо стандартных методов описания состояния посредством матрицы плотности и волновой функции в квантовой механике вводятся функция Вигнера [3]:

$$W(q,p) = \int \psi\left(q + \frac{u}{2}\right) \psi^*\left(q - \frac{u}{2}\right) e^{-ipu} du,$$

где  $q$  и  $p$  — операторы координаты и импульса; и симплектическая томограмма  $\omega(X,\mu,\nu)$ , имеющая для двумодового случая вид

$$\omega(X,\mu,\nu) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int W(q,p) \delta(X - \mu q - \nu p) dq dp,$$

где  $\delta(z)$  — дельта функция, а векторы  $\mu = (\mu_1, \mu_2)$  и  $\nu = (\nu_1, \nu_2)$  — параметры симплектического преобразования.

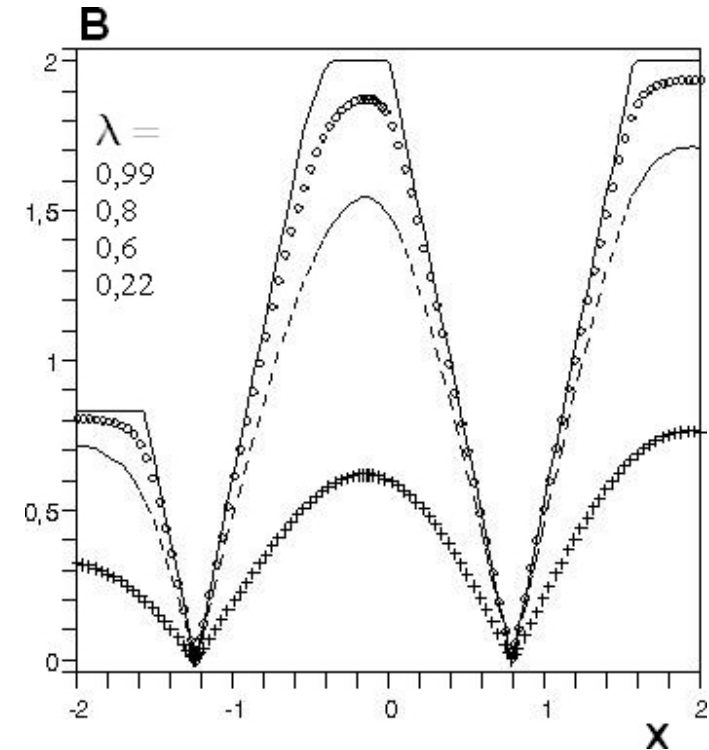


Рис. 1. Параметр Белла  $B(x)$  для состояния  $|\Psi\rangle_{sq}$  с коэффициентами:  $\mu_1 = \mu_2 = \cos(x)$ ,  $\nu_1 = \nu_2 = \sin(x)$ ,  $\mu'_1 = \cos(\pi/6)$ ,  $\nu'_1 = \sin(\pi/6)$ ,  $\mu'_2 = \cos(\pi/8)$ ,  $\nu'_2 = \sin(\pi/8)$

Определим вероятность того, что при измерении компоненты вектора  $X = (X_1, X_2)$  принимают только положительные или отрицательные значения, используя редуцированные томограммы (для

двумодового непрерывного случая):

$$\omega_{++}(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) = \int_0^{+\infty} dX_1 \int_0^{+\infty} \omega(X_1, \mu_1, \nu_1, X_2, \mu_2, \nu_2) dX_2, \quad (1)$$

$$\omega_{--}(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) = \int_{-\infty}^0 dX_1 \int_{-\infty}^0 \omega(X_1, \mu_1, \nu_1, X_2, \mu_2, \nu_2) dX_2. \quad (2)$$

Индекс + или – в (1), (2) соответствует знаку положительной или отрицательной бесконечности в пределе интегрирования. Аналогично следующие уравнения являются вероятностями того, что значения  $X_1$  и  $X_2$  разного знака:

$$\omega_{+-}(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) = \int_0^{+\infty} dX_1 \int_{-\infty}^0 \omega(X_1, \mu_1, \nu_1, X_2, \mu_2, \nu_2) dX_2,$$

$$\omega_{-+}(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) = \int_{-\infty}^0 dX_1 \int_0^{+\infty} \omega(X_1, \mu_1, \nu_1, X_2, \mu_2, \nu_2) dX_2. \quad (3)$$

Представленные вероятности (1)–(3) необходимы для вычисления коррелятора

$$E(\mu, \nu) = \omega_{++}(\mu, \nu) - \omega_{+-}(\mu, \nu) - \omega_{-+}(\mu, \nu) + \omega_{--}(\mu, \nu), \quad (4)$$

описывающего для системы из двух частиц со спинами 1/2 корреляцию проекций спинов этих частиц на различные направления. Функция (4) используется при выводе параметра Белла. Для четырёх возможных направлений:  $(\mu_1, \nu_1)$ ,  $(\mu_2, \nu_2)$ ,  $(\mu'_1, \nu'_1)$ ,  $(\mu'_2, \nu'_2)$  неравенство Белла в CHSH-форме имеет вид

$$B \equiv |E(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) + E(\mu_1, \nu_1, \mu'_2, \nu'_2) + E(\mu'_1, \nu'_1, \mu_2, \nu_2) - E(\mu'_1, \nu'_1, \mu'_2, \nu'_2)| \leq 2. \quad (5)$$

Исследуемое в работе состояние двумодового сжатого вакуума, задаваемое волновой функцией  $|\Psi\rangle_{sq} = \sqrt{1-\lambda^2} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n |n, n\rangle$  с параметром сжатия  $\lambda \in [-1, 1]$ , не нарушает неравенство (5), рис. 1. Обнаружено, что максимальная величина параметра Белла

$B_{\max} \sim 1,99$  достигается в пределе  $|\lambda| \rightarrow 1$ . Исследование чётного и нечётного когерентного состояния  $|\Psi\rangle_{\pm}$  в рамках указанного подхода (1)–(5) также не выявило нарушения неравенства Белла ( $B_{\max} \sim 1,97$ ) [4]. Напротив, для парного когерентного состояния

$$|\Psi\rangle_{pc} = e^{r_0^2} / \left(2\pi \sqrt{I_0(2r_0^2)}\right) \cdot \int_0^{2\pi} |r_0 e^{i\varphi}\rangle_a |r_0 e^{-i\varphi}\rangle_b d\varphi,$$

где  $I_n(x)$  – модифицированная функция Бесселя, зафиксировано нарушение неравенства (5), рис. 2. Однако найденное максимальное значение ( $B_{\max} \sim 2,06$ ) не превышает квантовый предел Цирельсона  $2\sqrt{2}$ .

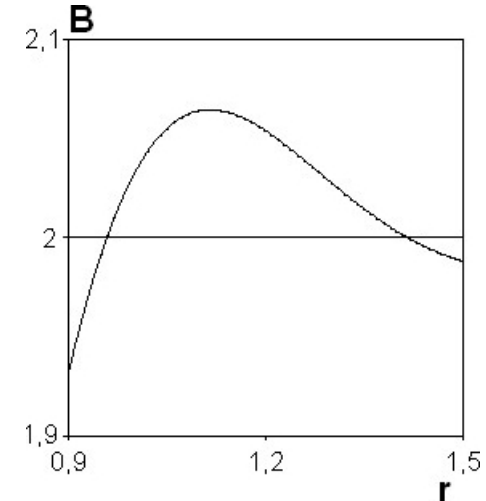


Рис. 2. Параметр Белла  $B(r)$  для состояния  $|\Psi\rangle_{pc}$  с коэффициентами:  $\theta_1 = \pi/2$ ,  $\theta_2 = -\pi/4$ ,  $\theta'_1 = 0$ ,  $\theta'_2 = 3\pi/4$

### Литература

1. Bell J.S. // Physics. — 1965. — V. 1. — P. 195.
2. Peres A. // Phys. Rev. Lett. — 1996. — V. 77. — P. 1413.
3. Wigner E. // Phys. Rev. — 1932. — V. 40. — P. 749–759.
4. Anisimov M.A., Man'ko V.I. // J. Rus. Las. Res. — 2008. — V. 29. — P. 237–244.

УДК 535.016

*А.Е. Афанасьев<sup>1,2</sup>, П.Н. Мелентьев<sup>1</sup>, Д.А. Лапшин<sup>1</sup>,  
В.И. Балькин<sup>1</sup>, А.А. Кузин<sup>2</sup>, А.В. Заблоцкий<sup>2</sup>,  
А.С. Батурин<sup>2</sup>*

afanasiev@isan.troitsk.ru

<sup>1</sup> Институт спектроскопии РАН

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Оптические наноантенны и их реализация методами атомной камеры-обскуры

Изучение свойств металлических наноструктур интенсивно развивается в течение последнего десятилетия. Одним из свойств, вызывающим интерес к таким структурам, является возможность локального усиления падающего электромагнитного поля за счёт плазмонного резонанса [1]. В этом случае усиленное электрическое поле сосредоточено в малой области пространства по сравнению с длиной волны падающего излучения, что позволяет создавать нанополя высокой плотности энергии.

При реализации металлических структур в виде антенн с характерными размерами в несколько сантиметров экспериментально наблюдалось усиление электромагнитного поля в микроволновом диапазоне длин волн [2]. При масштабировании размеров структур в нанометровый диапазон происходит сдвиг плазмонного резонанса в область больших частот. Это позволяет говорить о возможности создания наноантенн, усиливающих электромагнитное излучение в оптическом диапазоне спектра. Однако для проведения систематических экспериментальных исследований данного эффекта существует ряд ограничений, главное из которых — отсутствие доступных способов создания наноструктур произвольно заданной геометрии с характерными размерами менее 100 нм.

Развитие современных методов атомной оптики позволило в последние годы реализовать новый способ литографии наноструктур методом атомной камеры-обскуры [3, 4]. В этом подходе геометрия создаваемых наноструктур может варьироваться в широких

пределах с минимальным характерным размером создаваемых наноструктур до 30 нм.

Целью данной работы является поиск параметров (геометрия, материал), а также экспериментальная реализация наноструктур, позволяющих достигать высоких коэффициентов усиления плотности электромагнитного поля. В ходе решения настоящей задачи производилось решение уравнений Максвелла в трёхмерном пространстве методом FDTD. Расчёты проводились для наноструктур из атомов Au и Ag в широком диапазоне спектра возбуждающего излучения.

В результате расчётов были определены значения параметров, определяющих оптические свойства наноантенн: 1) геометрические размеры наноструктур, 2) форма наноструктур, 3) параметры возбуждающего излучения (частота, поляризация), 4) коэффициент усиления плотности электромагнитного поля, 5) пространственные размеры локализованного поля. На основе полученных данных компьютерного моделирования предложена геометрия наноструктур для создания оптических наноантенн в области длин волн 800 нм. Такие наноструктуры могут быть созданы методом нанолитографии с помощью атомной камеры-обскуры и позволят усиливать плотность поля электромагнитного излучения до 5 тыс. раз.

Экспериментальная реализация оптических наноантенн основана на процессе литографии структур атомной камерой-обкурой [3, 4]. В настоящее время данный способ литографии позволяет уверенно создавать структуры с характерными размерами 30 нм, а теоретические оценки показывают, что предел метода находится в области 5 нм.

Одной из основных проблем, ограничивающих процесс создания структур на поверхности твёрдого тела с характерными размерами порядка 100 нм, является динамика атомов на поверхности твёрдого тела, а именно диффузия и кластеризация. Данные явления приводят к формированию неоднородных структур, геометрические размеры которых имеют малую корреляцию с изначальной маской объекта. На **рис. 1** представлено изображение реализованных наноструктур на поверхности стекла, полученное с использованием атомно-силового микроскопа. Кластеризация атомов золота привела к тому, что изображение маски в виде оптической антенны «bow tie» реализовалось в виде овальных полос. Стоит отметить,

что существующие физические и химические методы способствуют значительно уменьшить описанные выше эффекты.

Полученные результаты позволяют говорить о потенциальной эффективности метода литографии атомной камерой-обскурой для создания оптических антенн. При этом эффективность усиления таких антенн может анализироваться по рассеянию электромагнитного излучения кантилвером атомно-силового микроскопа. Макет экспериментальной установки был разработан в рамках данной работы.

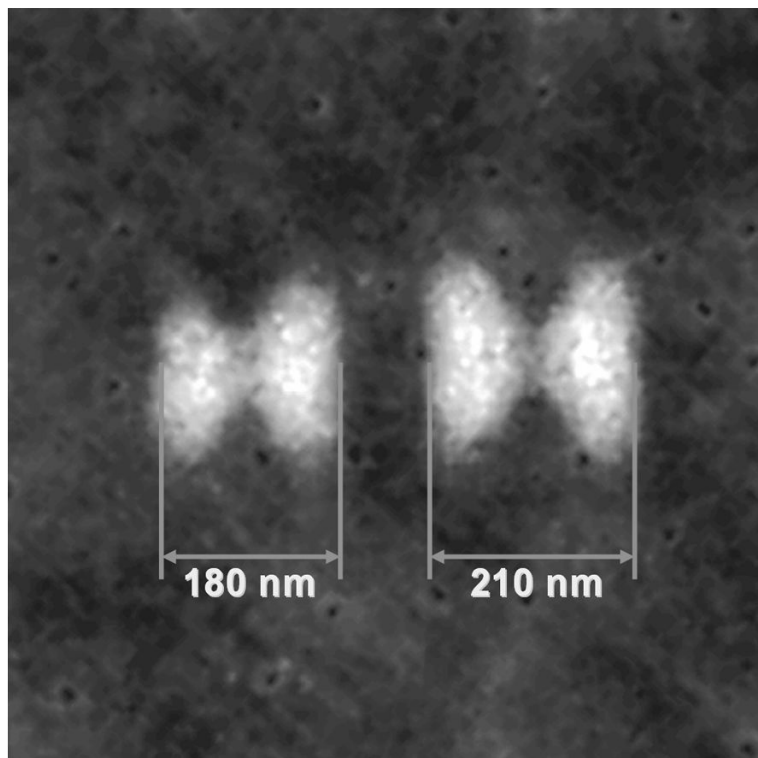


Рис. 1. Изображение структур из атомов Au на поверхности стекла в виде оптической антенны «bow tie»

### Литература

1. Klar T. [et al.]. Surface-Plasmon Resonances in Single Metallic Nanoparticles // Phys. Rev. Lett. — 1998. — V. 80. — P. 42–49.

2. Grober G.D., Schoelkopf R.J., Prober D.E. Optical antenna: Towards a unity efficiency near-field optical probe // Appl. Phys. Lett. — 1997. — V. 70. — P. 1354.

3. Балыкин В.И., [и др.]. Атомная «камера-обскура» с нанометровым разрешением // Письма в ЖЭТФ. — 2006. — Т. 84. — С. 544.

4. Melentiev P.N. [et al.]. Nanolithography based on an atom pinhole camera // Nanotechnology. — 2009. — V. 20. — P. 235–301.

УДК 535.35

К.Н. Болдырев, М.Н. Попова

k.boldyrev@mtu-net.ru, popova@isan.troitsk.ru

Институт спектроскопии РАН

## Спектроскопическое исследование неэквивалентных центров иттербия в алюмоборатах $\text{RAl}_3(\text{BO}_3)_4 : \text{Yb}$

В настоящее время большое внимание уделяется нелинейным лазерным кристаллам — алюминиевым ортоборатам, активированным редкоземельными ионами. Данные кристаллы характеризуются высокой химической стойкостью, термической стабильностью, механической прочностью, оптической прозрачностью от ультрафиолетовой до средней ИК-области спектра, а также другими свойствами, благоприятными для лазерных кристаллов. Однако рост данных монокристаллов возможен только методом кристаллизации из расплава в расплавах, притом компоненты флюса входят в кристалл в процессе кристаллизации. Эти дефекты могут влиять на лазерные свойства соединений, тем не менее до сих пор не проведено серьезных исследований на данный счет. Мы предприняли такое исследование для алюминиевых кристаллов иттербием. Ион  $\text{Yb}^{3+}$  особенно интересен из-за уникальной структуры энергетических уровней, позволяющей избежать потерь, связанных с поглощением из возбуждённого состояния, кросс-релаксацией, нагревом, излучением накачки.



В работе [1] были обнаружены слабые спутники линии 0–0-перехода  ${}^2F_{7/2} \rightarrow {}^2F_{5/2}$  в спектре поглощения кристалла  $\text{YbAl}_3(\text{BO}_3)_4$  и высказано предположение, что они обусловлены переходами в ионах  $\text{Yb}^{3+}$ , ближайшее окружение которых возмущено дефектами, возникающими из-за вхождения компонентов флюса в кристалл.

В данной работе мы исследовали серию алюмоборатов, активированных редкоземельным ионом иттербием и выращенных различными методами в разных лабораториях:  $\text{YbAl}_3(\text{BO}_3)_4$ ,  $\text{LuAl}_3(\text{BO}_3)_4$ : Yb (5%),  $\text{TmAl}_3(\text{BO}_3)_4$ : Yb (10%),  $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4$ : Yb (8%),  $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4$ : Yb (0,3%),  $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4$ : Yb (2,5%),  $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4$ : Yb (5%), Tm (10%),  $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4$ : Yb (7%). Для указанных соединений были проведены измерения спектров поглощения в поляризованном свете при температуре 3,5 К с использованием фурье-спектрометра высокого разрешения Bruker IFS 125HR. Кроме того, был проведён атомный эмиссионный анализ соединений на предмет обнаружения малых примесей в кристаллах. На рис. 1 показан участок спектра поглощения ионов  $\text{Yb}^{3+}$  в кристаллах, выращенных с применением флюсов на основе  $\text{K}_2\text{Mo}_3\text{O}_{10}$ ,  $\text{Bi}_2\text{Mo}_3\text{O}_{12}$  и  $\text{Bi}_2\text{Mo}_3\text{O}_{12}$  с избытком  $\text{Bi}_2\text{O}_3$ . Рядом с основной линией 0–0 видны многочисленные спутники, и их интенсивность существенно зависит от технологии роста кристалла.

Так, в кристаллах, выращенных с применением флюса, содержащего  $\text{Bi}^{3+}$  и  $\text{Mo}^{3+}$ , интенсивность спутников на порядок ниже, чем в кристаллах, выращенных с применением флюсов, содержащих ионы  $\text{K}^+$  и  $\text{Mo}^{3+}$ . Это связано с тем, что в соединении  $\text{Bi}_2\text{Mo}_3\text{O}_{12}$  висмут сильно связан с молибденом, и, по нашему предположению, данные вещества мало входят в кристаллическую решётку. Другая ситуация с кристаллами, выращенными с использованием флюса  $\text{K}_2\text{Mo}_3\text{O}_{10}$ : из соображений валентности и ионных радиусов молибден должен хорошо входить в кристаллическую решётку алюминиевого бората. Эти предположения подтверждаются спектрами эмиссионного анализа. Также для определения принадлежности того или иного спутника к определённому дефекту выращен кристалл с использованием флюса  $\text{Bi}_2\text{Mo}_3\text{O}_{12}$ , но с избытком  $\text{Bi}_2\text{O}_3$ . На основании сравнения спектров кристаллов с одинаковой стехиометрической формулой (рис. 1) была определена принадлежность части спутников к определённому дефекту в исследуемых монокристаллах.

Также выдвинуто предположение о природе центра Yb2, обсуждавшегося в работе [2]. Нами установлено, что появление указанного спутника с частотой около  $10\ 200\ \text{cm}^{-1}$  не зависит от технологии роста кристалла. Мы считаем, что спутник Yb2 является включением моноклинной фазы в ромбоэдрической кристаллической решётке алюминиевых боратов.

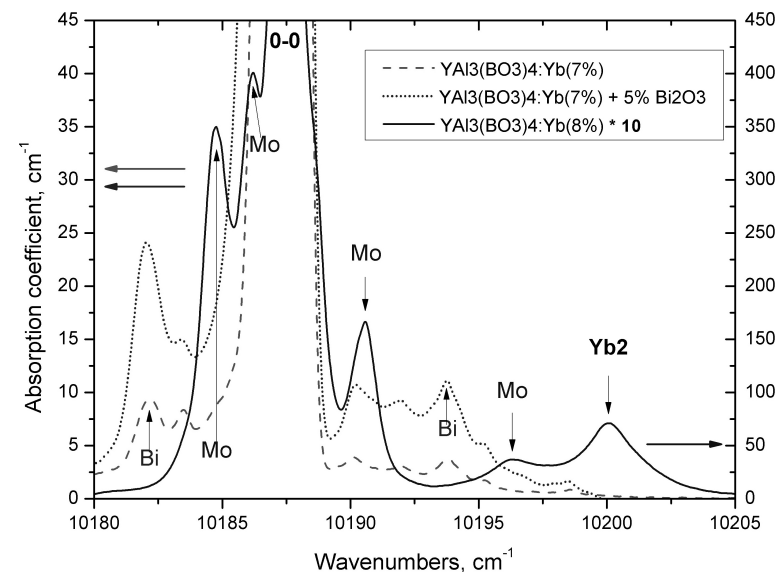


Рис. 1. Электронная линия 0–0-перехода  ${}^2F_{7/2} \rightarrow {}^2F_{5/2}$  в ионе  $\text{Yb}^{3+}$  в монокристаллах  $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4$ : Yb (7%), выращенных с применением различных флюсов

## Литература

1. Popova M.N., Boldyrev K.N., Petit P.O. [et al.]. // J. Phys.: Condens. Matter. — 2008. — V. 20, 455210.
2. Ram' i rez M., Baus'a L., Jaque D., [et al.]. // J. Phys.: Condens. Matter. — 2003. — V. 15, 7789.

УДК 535.015

*Р.И. Истомин*

r-ist@mail.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Формирование изображений нелинейной дифракционной линзой

Взаимодействие в нелинейной среде мощной плоской волны с волной, дифрагированной на небольших препятствиях (пылинки, свили и т. д.), приводит к образованию нелинейных изображений «Hot Images» этих препятствий. В плоскости изображения предсказывалось следующее отношение максимальной интенсивности к средней  $I_{\max}/I_{\text{mean}}$  для поглощающего препятствия:

$$I_{\max}/I_{\text{mean}} = 1 + B^2 = 1.04 \text{ при } B = 0,2.$$

Здесь  $B$  —  $B$ -интеграл нелинейной среды.

В нашей работе рассмотрена область по оси  $Z$  (порядка релевской длины  $Z_R$  для размера препятствия) около плоскости нелинейного изображения. Это дало существенное увеличение для отношения максимальной интенсивности к средней в случае круглого, непрозрачного препятствия:

$$I_{\max}/I_{\text{mean}} \cong 1 + 2B + 2B^2 = 1.48 \text{ при } B = 0,2.$$

Столь сильное увеличение интенсивности аналогично появлению пятна Пуассона при дифракции Френеля [2] от нелинейного изображения.

Показано, что создание изображения пылинки дифракционной линзой аналогично созданию голограммы. Изображение находится в плоскости воспроизведения на расстоянии от нелинейной среды, равном расстоянию от пылинки до нелинейной среды. При этом векторная амплитуда отстаёт от плоской волны на  $\pi/2$ .

Рассматривая картину дифракции от круглого источника и складывая её с плоской волной, получаем, что максимальная интенсивность в этом случае даётся формулой

$$A_0^2 \left( \sqrt{1 + B^2} + B \right)^2.$$

Для проверки корректности выражения (2) проводились трёхмерные  $(x, y, z)$  расчёты с использованием программы «Френель». Проведённый численный эксперимент позволил учесть влияние на нелинейный выброс интенсивности: формы и размера препятствия, толщины нелинейной среды, формы и размера мощного лазерного пучка, а также положение в пространстве наиболее опасных выбросов интенсивности. Полученные результаты представляют практический интерес при создании мощных лазерных установок (рис. 1, 2).

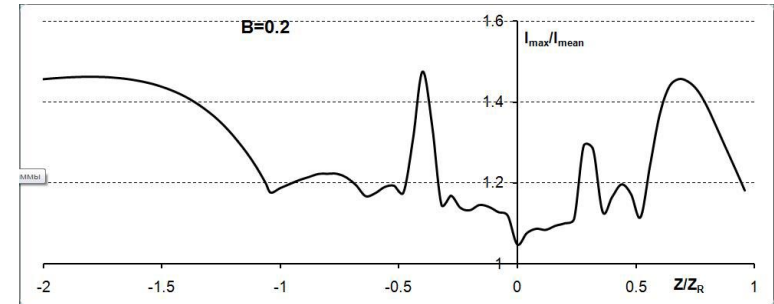


Рис. 1. Максимальная интенсивность как функция расстояния от плоскости нелинейного изображения при  $B = 0,2$

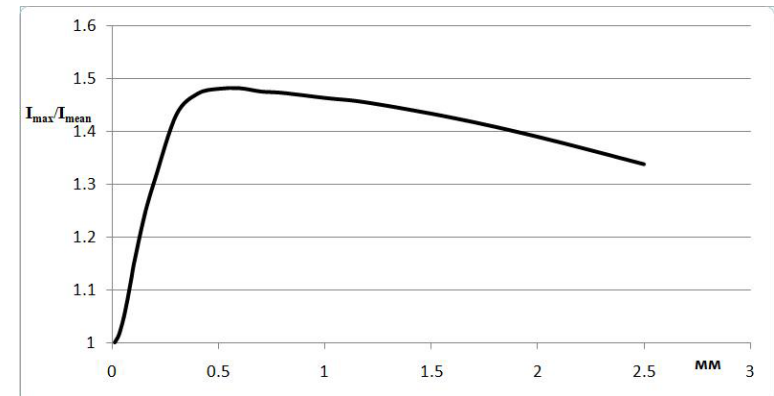


Рис. 2. Зависимость максимальной интенсивности волны во всем пространстве от размера препятствия

### Литература

1. *Hunt J.T., Manes K.R., Renard P.A.* Hot Images From Obscurations // Applied Optics. — 1993. — V. 32, N. 30. — P. 5973–5982.
2. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 719 с.

УДК 535.326

*А.А. Колесников<sup>1</sup>, Ю.Е. Лозовик<sup>2</sup>*  
kolesnikov@inbox.ru lozovik@isan.troitsk.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт спектроскопии РАН

## Высокочувствительная лазерная микроскопия ближнего поля

Микроскопия ближнего поля в настоящее время является одной из наиболее быстро развивающихся областей современной оптики. Ближнее поле экспоненциально ослабляется при удалении от источника. В стандартном микроскопе ближнего поля [1] используются диэлектрические сужающиеся волноводы. Однако в таких волноводах при сужении их диаметров до размеров, существенно меньших длины волны, происходит полное внутреннее отражение от критической точки, находящейся в области сужения, и при этом интенсивность ближнего поля вблизи апертуры волокна, определяющая энергию, которая может быть поглощена приёмником в ближней оптической зоне, очень мала ( $\sim 10^{-4}$ – $10^{-6}$ ).

В настоящей работе предлагается для увеличения чувствительности микроскопии ближнего поля вместо пассивного оптического волокна использовать волноводный лазер на оптическом волокне вблизи порога генерации. При сканировании торца волокна, представляющего собой активную среду лазера, регистрация структуры поверхности может осуществляться как по резонансному возбуждению флуоресценции атомов на поверхности, так и по срыву

генерации лазера на частотах поглощения анализируемых атомов на исследуемой поверхности. При работе лазера вблизи порога генерации чувствительность обнаружения изменения потерь может быть очень велика, теоретически она определяется только уровнем спонтанного излучения лазера. Ещё более интересный эффект проявится, если ширина линии в спектре поглощения детектируемого атома (на подложке) меньше однородного уширения активной среды лазера. В данном случае проявляется эффект, аналогичный обычной внутривибраторной лазерной спектроскопии. Спектр генерации волоконного лазера с высокой чувствительностью зависит от потерь в ближнем поле. Эта высокая чувствительность аналогична стандартному методу внутривибраторной спектроскопии, в котором поглощающий атом находится внутри резонатора (а не вне его, как в нашем случае; в таком смысле предлагаемый метод можно было бы назвать «внутривибраторной лазерной спектроскопией в ближнем поле»).

В результате в предлагаемом методе соединяются высокая чувствительность аналогично внутривибраторной лазерной спектроскопии и высокое пространственное разрешение микроскопии ближнего поля. Конечно, предлагаемый метод не есть в классическом виде внутривибраторная спектроскопия, так как поглощающий атом находится вне резонатора, но тем не менее он осуществляет спектральную селекцию потерь, которая проявится в спектре за счёт срыва генерации. Для проявления таких эффектов, как уже отмечалось, необходимо, чтобы ширина линии поглощения была меньше величины однородного уширения лазера.

В настоящей работе проведено компьютерное моделирование методом FDTD (finite difference time domain; численное решение уравнений Максвелла во временной форме) [3] электромагнитных полей вблизи апертуры конца волокна (рис. 1). В качестве диэлектрических проницаемостей для сердцевинки и оболочки оптического волокна взяты характерные значения используемых материалов. Диаметр сердцевинки оптического волокна составляет  $D_{core} = 1500$  нм, а его диэлектрическая проницаемость равна  $\varepsilon_1 = 2,2112$ . В свою очередь диэлектрическая проницаемость покрытия волоконного световода  $\varepsilon_2 = 2,1025$ . Пусть диаметр апертуры  $D_{aperture} = 20$  нм, а высота конуса апертуры  $H = 500$  нм. Предполагается, что покрытие конца волокна выполнено из слабопоглощающего металла —

серебра. На расстоянии  $h = 20$  нм от апертуры расположена подложка из GaAs с  $\varepsilon = 12,25$ .

По волокну «пускался» узкий гауссов пучок с центром на длине волны 800 и 600 нм соответственно (для получения широкого фурье-спектра частот, при которых изучаются оптические свойства системы). Детекторы, в которых определялось значение поля, «размещались» вдоль оси симметрии волокна. На рис. 2а, б изображены зависимости амплитуды поля  $E/E_0$  ( $E_0$  — напряжённость падающего поля) от расстояния вдоль оси волокна  $l$ .

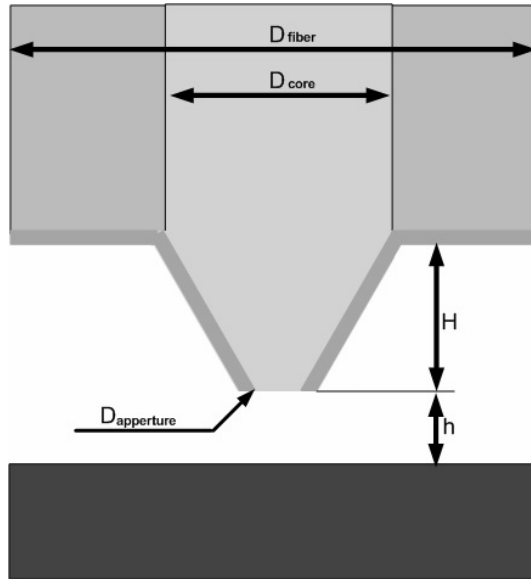


Рис. 1. Схема моделируемой системы

На конце волокна значение поля равно 0.06 для  $\lambda = 800$  нм, на расстоянии 20 нм от торца волокна (на поверхности исследуемого образца) значение поля  $E/E_0$  равно 0.008495 (рис. 2а), на расстоянии 30 нм амплитуда поля равна 0.0047. Таким образом, на расстоянии 20 нм от апертуры ослабление интенсивности составляет приблизительно  $7 \cdot 10^{-5}$ . Для длины волны падающего излучения  $\lambda = 600$  нм на конце волокна значение поля равно 0.044, на расстоянии 20 нм (на поверхности образца) значение поля равно 0.0064 (рис. 2б), на расстоянии 30 нм амплитуда поля равна 0.004. Таким

образом, на расстоянии 20 нм от апертуры ослабление составляет приблизительно  $4 \cdot 10^{-5}$ .

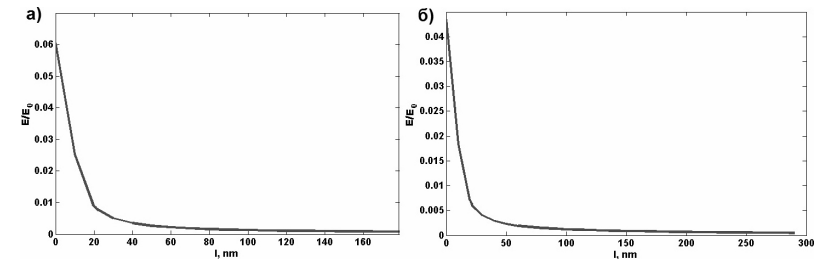


Рис. 2. Зависимость амплитуды поля  $E$  от расстояния вдоль оси волокна  $l$  вблизи торца волокна. Длина волны падающего излучения а)  $\lambda = 800$  нм и б)  $\lambda = 600$  нм. Отрицательная область оси  $l$  соответствует области внутри волокна, а  $l = 0$  соответствует торцу волокна

### Литература

1. Лозовик Ю.Е., Меркулова С.П. Перспективы нанолокальной фемтосекундной спектроскопии и нанолитографии // УФН. — 1999. — Т. 169, № 3. — С. 348–350.
2. Taflov A., Hagness S. Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time-Domain Method // Artech, Norwood, MA. — 2000.

О.В. Котов<sup>1</sup>, Ю.Е. Лозовик<sup>2</sup>

kotov-o-v@mail.ru, lozovik@isan.troitsk.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт спектроскопии РАН

## Поперечные плазмон-поляритоны в допированном однослойном графене в оптической полости

В данной работе исследуется спектр плазмонных поляритонов в оптической полости для допированного однослойного графена. Однослойный графен представляет собой один атомный слой графита. Благодаря свойствам симметрии кристаллической решётки в графене двумерный электронный газ обладает рядом уникальных свойств. Вблизи уровня Ферми гамильтониан электронной системы в графене имеет вид гамильтониана для уравнения Дирака, где вместо скорости света стоит скорость Ферми. Для исследования спектра плазмонных поляритонов мы использовали полученный в [1, 2] в приближении хаотических фаз спектр плазмонов в допированном однослойном графене.

Плазмонными поляритонами мы будем называть составные квазичастицы, возникающие при квазирезонансном взаимодействии фотонов и плазмонов и отвечающие их запутанному состоянию. Мы будем считать, что такое взаимодействие происходит при тех энергиях и импульсах, где происходит пересечение дисперсионных кривых фотонов и плазмонов. При таком подходе, так как в графене плазмонный спектр двумерен по волновому вектору, корректно говорить о взаимодействии плазмонов только с квазидвумерными фотонами. Для этого мы поместили графен в оптическую полость с высокой добротностью, где фотонный спектр проквантован в направлении, перпендикулярном зеркалам полости и листу графена. Меняя поперечный размер полости, можно управлять положением квазидвумерного спектра фотонов. При таком взаимодействии в точке пересечения дисперсионных кривых происходит расщепле-

ние (расщепление Раби) двух этих кривых и появление нижней и верхней ветвей образовавшегося поляритона.

Для получения спектра плазмонных поляритонов и величины расщепления Раби требуется рассчитать матричный элемент плазмон-фотонного взаимодействия для однослойного графена в оптической полости. При расчёте этого матричного элемента мы воспользовались тем, что пересечение плазмонной и фотонной кривых лежит в области малых импульсов  $q \ll k_F$ . В приближении малых импульсов мы вычислили коэффициент, связывающий этот матричный элемент с одночастичным матричным элементом поглощения света, который рассчитан в [3]. При максимально допустимом для приближения линейного спектра уровне допирования графена ( $\mu_{\max} \simeq 1\text{эВ}$ ) максимальная частота Раби поляритонного расщепления оказалась равной 39 ГГц. При этом из условия пересечения фотонной и плазмонной ветвей минимальный поперечный размер полости составил  $L_{\min} \simeq 172$  мкм. Частота поляритона в районе точки расщепления равна 2,4 ТГц. Угол падения плоской ЭМ волны на лист графена внутри оптической полости, при котором достигается условие резонансного взаимодействия (равенство импульса плазмона и продольной компоненты волнового вектора), составляет  $45^\circ$ . Параметрами поляритона можно управлять, меняя уровень допирования графена  $\mu$ , диэлектрическую проницаемость среды  $\epsilon_0$  и поперечный размер оптической полости  $L$ . Нами также было показано, что плазмонные поляритоны в графене возникают только под действием поперечно поляризованного света, то есть когда вектор электрического поля плоской ЭМ волны перпендикулярен плоскости падения на лист графена. Рассмотренный эффект возникновения плазмонных поляритонов в однослойном допированном графене, помещённом в оптическую полость, может быть использован для высокоскоростной передачи информации в различных наноструктурах, содержащих графен.

### Литература

1. Wunsch B., Stauber T., Sols F. Guinea F. Dynamical polarization of graphene at finite doping // New Journal of Physics. — 2006. — V. 8. — P. 318.
2. Hwang E.H., Das Sarma S. Dielectric function, screening, and plasmons in two-dimensional graphene // Phys.Rev. B. — 2007. — V. 75. — P. 205418.

3. Nair R., Blake P., Grigorenko A.N., Novoselov K.S., Booth T.J., Stauber T., Peres N.M.R., Geim A.K. Universal Dynamic Conductivity and Quantized Visible Opacity of Suspended Graphene // Science. — 2008. — V. 320. — P. 1308.

УДК 536.42

А.М. Лившиц<sup>1</sup>, Ю.Е. Лозовик<sup>1,2</sup>

livshits@isan.troitsk.ru, lozovik@isan.troitsk.ru

<sup>1</sup> Институт спектроскопии РАН

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Магические числа при плавлении точечных зарядов на поверхности сферы

С использованием метода Монте-Карло исследована мезоскопическая система точечных кулоновских зарядов на поверхности сферического кластера при числе зарядов  $N = 20-90$ . Структура зарядов на поверхности представляет собой «квазидвумерную замкнутую треугольную решётку с топологическими дефектами», причём суммарная мощность  $M$  топологических дефектов в решётке ограничена:  $M = 12$ . Исследованы термодинамические свойства системы в зависимости от  $N$  и от безразмерного параметра  $T' = k_B T R$ , где  $k_B$  — константа Больцмана,  $T$  — температура и  $R$  — радиус кластера. Температура плавления «решётки»  $T_m$  определяется по резкому возрастанию среднеквадратичных смещений  $\langle u^2 \rangle$ . Зависимость энергии системы от температуры не имеет особенностей в области плавления.

Рассматривается эволюция механизмов плавления при росте числа частиц в кластере. Как известно, переход Березинского–Костерлица–Таулеса [1, 2] в макроскопической двумерной решётке, связанный с разрушением квазидальнего трансляционного порядка и образованием жидкой фазы, сопровождается либо (в модели Гальперина–Нельсона–Янга [3]) последовательной диссоциацией пар дислокаций с образованием свободных дислокаций (гексатическая фаза), и затем при увеличении температуры — диссоциацией отдельных дислокаций с образованием дисклинаций, либо (в

модели фазового перехода 1-го рода, см., напр., [4, 5]) ростом числа дислокаций в жидкой фазе. Обнаружено, что в рассматриваемой системе при  $N \leq 32$  плавление «решётки» происходит бездислокационно, и при дальнейшем увеличении параметра  $T'$  формируется свободная от дислокаций жидкая фаза. Рассмотрены возможные механизмы плавления замкнутой решётки, согласующиеся с условием  $\langle N_D \rangle \equiv 0$ , где  $N_D$  — число дислокаций в системе. Заметное число дислокаций  $\langle N_D \rangle$  в области температуры плавления появляется при числе частиц в системе  $N > 50$  (рис. 1), при повышении безразмерной температуры  $T'$  выше  $T_m$  число дислокаций в этих системах монотонно растёт. Таким образом, механизм плавления рассмотренной мезоскопической системы при «малых» значениях  $N$  существенно отличается от всех известных механизмов плавления макроскопической решётки. В области  $N \sim 50$  система приобретает некоторые макроскопические свойства (переход к дислокационной модели плавления).

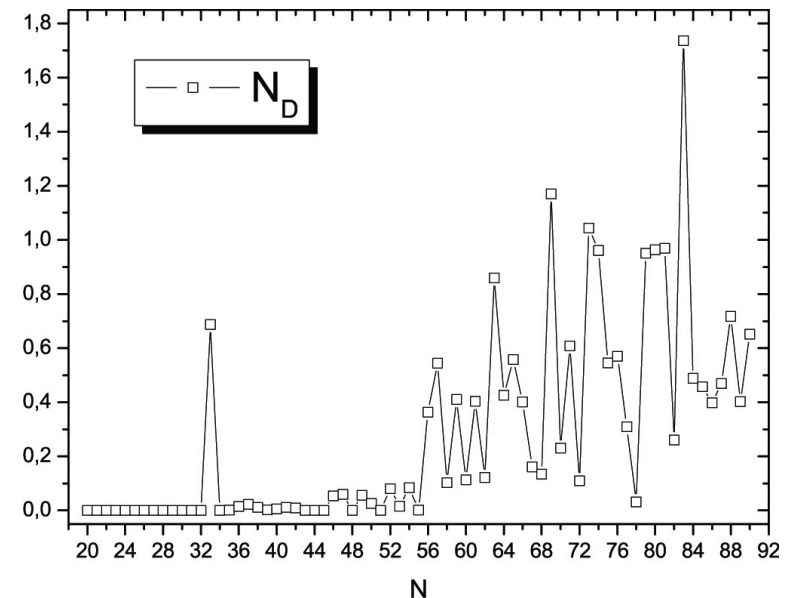


Рис. 1. Число дислокаций  $N_D$  в точке плавления  $T_m$  замкнутой треугольной решётки в зависимости от числа зарядов в кластере  $N$  ( $20 \leq N \leq 90$ )

Эффекты мезоскопии играют существенную роль во всем диапазоне значений  $20 \leq N \leq 90$ . В частности, обнаружены так называемые «магические числа» — значения  $N$ , при которых температура плавления «решётки» значительно (в некоторых случаях — на порядок) выше, чем при ближайших значениях  $N+1$  и  $N-1$  (рис. 2). Рассматривается связь между свойством аномальной «тугоплавкости» системы при определённых значениях  $N$  и точечной группой симметрии основного состояния системы при данных  $N$ .

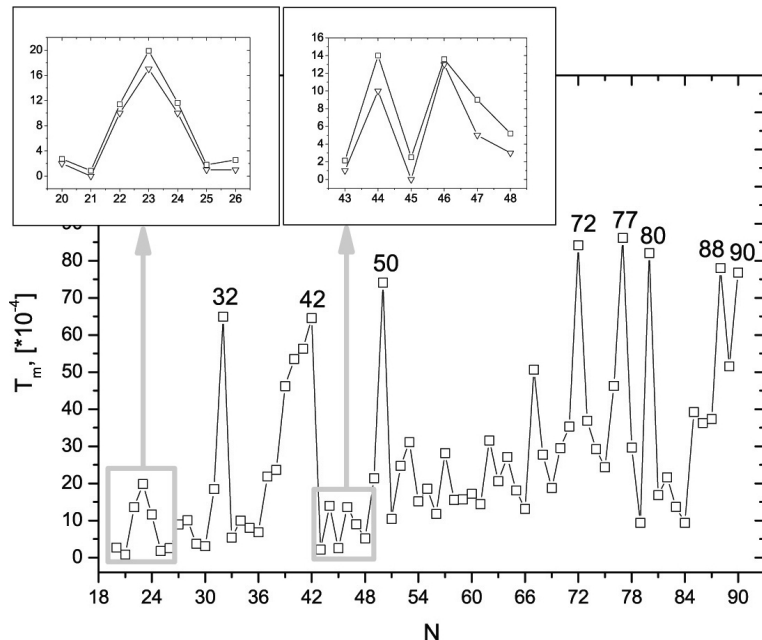


Рис. 2. Зависимость температуры плавления  $T_m$  замкнутой решётки от числа зарядов в кластере  $N$  ( $20 \leq N \leq 90$ )

### Литература

1. Березинский В.Л. Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах // ЖЭТФ. — 1970. — Т. 59. — С. 907–920.
2. Kosterlitz J.M., Thouless D.J. Ordering metastability and phase transitions in two-dimensional systems // J.Phys.C: Solid State Phys.— 1973. — V. 86.— P. 1181-1203.

3. Halperin B.I., Nelson D.R. Dislocation mediated melting in two dimensions // Phys.Rev.B. — 1979. — V. 19. — P. 2457–2484.

4. Koch S.W. and Abraham F.M. Freezing transition of xenon on graphite: A computer simulation study // Phys.Rev.B. — 1983. — V. 27. — P. 2964–2979.

5. Chui S.T. Grain-boundary theory of melting in two dimensions // Phys.Rev.B. — 1983. — V. 28. — P. 178–194.

УДК 538.945

Ю.Е. Лозовик<sup>1,2</sup>, Д.К. Ефимкин<sup>2</sup>

lozovik@isan.troitsk.ru, mitruga@yandex.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Институт спектроскопии РАН

## Вывод уравнений Гинзбурга–Ландау для электрон-дырочного спаривания в бислое графена

Рассмотрим систему, состоящую из двух плоскостей графена, расстояние между которыми много больше межатомного расстояния [1]. Прикладывая потенциал между плоскостями и внешними электродами, можно создать избыток электронов ( $e$ -лист) на одной и избыток дырок ( $h$ -лист) на другой плоскости, причём наиболее благоприятной для спаривания будет ситуация, при которой концентрации электронов и дырок, а также их поверхности Ферми в силу симметричного закона дисперсии совпадают. В этом случае под действием кулоновского взаимодействия может произойти электрон-дырочное спаривание (ЭДС), причём существует два возможных режима перестройки системы:

1) Режим слабой связи. В этом случае перестраиваются электроны только из зоны проводимости  $e$ -листа и валентной зоны  $h$ -листа. Этот случай, за исключением некоторых интересных особенностей [1], аналогичен спариванию типа БКШ в сверхпроводниках.

2) Режим сильной связи. В этом случае перестраиваются ещё и электроны из валентной зоны  $e$ -листа и зоны проводимости  $h$ -листа. В этом более интересном случае возникают два параметра порядка  $\Delta_+$  и  $\Delta_-$ , соответствующие основному и дополнительному спариванию.

В данной работе рассматривалась макроскопическая гидродинамика системы со спариванием в режиме сильной связи, которая описывается функционалом типа Гинзбурга–Ландау для свободной энергии. В наиболее общем виде плотность свободной энергии для системы с двумя комплексными параметрами порядка может быть записана в виде

$$F = \sum_{i=+,-} F_{\pm} + F_{pf} + F_g, \quad F_{\pm} = C_i |\nabla \Delta_i|^2 + A_i |\Delta_i|^2 + \frac{B_i}{2} |\Delta_i|^4,$$

$$F_{pf} = -J(\Delta_+ \Delta_-^* + \Delta_- \Delta_+^*), \quad F_g = g(\nabla \Delta_+ \nabla \Delta_-^* + \nabla \Delta_- \nabla \Delta_+^*).$$

Первые слагаемые  $F_{\pm}$  соответствуют двум независимым сверхтекучим жидкостям. Второе слагаемое  $F_{pf}$  приводит к фиксации относительной фазы между конденсатами  $\Delta_+$  и  $\Delta_-$ . Последнее слагаемое  $F_g$  приводит к зависимости сверхтекучего тока от относительной фазы. Последнее слагаемое не возникает для многозонного спаривания в сверхпроводниках, так как различные листы ферми-поверхности являются разделенными в импульсном пространстве и перескоки электронов с одного листа на другой не дают вклад в оператор тока. В графене зона проводимости и валентная зона находятся в одной и той же области импульсного пространства, поэтому наличие слагаемого  $F_g$  — исключительная особенность ЭДС в графене. Коэффициенты в функционале для свободной энергии удобно восстанавливать различными способами:

1) Для восстановления коэффициентов однородной части функционала Гинзбурга–Ландау удобно раскладывать уравнения самоогласования по величине щелей  $\Delta_+$  и  $\Delta_-$ :

$$\Delta_+ = -T \sum_{q, w_n} V(\vec{p} - \vec{q}) \left\{ \cos^2 \frac{\varphi_{pq}}{2} \frac{\Delta_+}{w_n^2 + \xi_+^2 + |\Delta_+|^2} + \sin^2 \frac{\varphi_{pq}}{2} \frac{\Delta_-}{w_n^2 + \xi_-^2 + |\Delta_-|^2} \right\},$$

$$\Delta_- = -T \sum_{q, w_n} V(\vec{p} - \vec{q}) \left\{ \cos^2 \frac{\varphi_{pq}}{2} \frac{\Delta_-}{w_n^2 + \xi_-^2 + |\Delta_-|^2} + \sin^2 \frac{\varphi_{pq}}{2} \frac{\Delta_+}{w_n^2 + \xi_+^2 + |\Delta_+|^2} \right\},$$

$$+ \sin^2 \frac{\varphi_{pq}}{2} \frac{\Delta_+}{w_n^2 + \xi_+^2 + |\Delta_+|^2} \left. \right\},$$

где  $\xi_{\pm} = v_F(p \mp p_F)$  — законы дисперсии в зоне проводимости и валентной зоне,  $w_n = \pi T(2n+1)$  — фермиевские мадубаровские частоты,  $V(\vec{p} - \vec{q})$  — фурье-образ потенциала взаимодействия между электронами и дырками в бислое графена.

2) Для восстановления градиентных слагаемых функционала Гинзбурга–Ландау удобно не рассматривать неоднородное состояние системы, а вычислять функцию реакции тока на магнитное поле от однородного равновесного состояния:

$$j_{e(h)} = \mp 2 \frac{e^2}{c} (\vec{A}^e - \vec{A}^h) \{ C_+ |\Delta_+|^2 + C_- |\Delta_-|^2 + g(\Delta_+ \Delta_-^* + \Delta_- \Delta_+^*) \},$$

$$j_{e(h)} = \frac{1}{2c} \int_{-\beta}^{\beta} d\tau \langle T_M J_x^{e(h)}(\tau) J_x^e(0) \rangle (\vec{A}^e - \vec{A}^h),$$

где  $J_x^{e(h)}$  — операторы тока в  $e$ -листе и  $h$ -листе,  $T_M$  — оператор упорядочения по мнимому времени. Таким образом, были получены все коэффициенты в функционале для свободной энергии.

### Литература

1. *Lozovik Yu.E., Sokolik A.A.* Electron-hole condensation in graphene bilayer // JETP Lett. — 2007. — V. 87, N. 1. — P. 61–65.
2. *Лозовик Ю.Е., Юдсон В.И.* О возможности сверхтекучести разделенных в пространстве электронов и дырок при их спаривании: новый механизм сверхпроводимости // Письма в ЖЭТФ. — 1975. — Т. 22, № 11. — С. 556–559.
3. *Lozovik Yu.E., Poushnov A.V.* Magnetism and Josephson effect in coupled quantum well electron system // Physics Letters A. — 1997. — V. 228, N. — P. 399–407.



УДК 538.941

*Ю.Е. Лозовик<sup>1</sup>, И.Л. Курбаков<sup>1</sup>, Г.Е. Астрахарчик<sup>2</sup>*lozovik@isan.troitsk.ru, kurbakov\_igor@mail.ru,  
astrakharchik@mail.ru<sup>1</sup> Институт спектроскопии РАН<sup>2</sup> Каталонский политехнический университет

## Макроскопический бозе-эйнштейновский суперсолид в несоизмеримом дипольном кристалле

Мы провели моделирование методом диффузионного Монте-Карло двумерных диполей при  $T = 0$  в чистом кристалле.

Для соизмеримого кристалла (без дефектов: вакансий, внедрений) мы не находим ни макроскопической сверхтекучей компоненты, ни макроскопического бозе-конденсата, ни макроскопического недиагонального дальнего порядка. Так что в идеальном (соизмеримом) кристалле диполей макроскопического суперсолида нет. Это согласуется с предыдущими теориями и численными моделированиями [1].

Для несоизмеримого кристалла мы находим, что доля сверхтекучей компоненты и доля бозе-конденсата пропорциональны доле дефектов (вакансий, внедрений) в согласии с результатом [2]. При этом в макроскопическом пределе при заданной доле дефектов имеются отличная от нуля сверхтекучая компонента, отличный от нуля бозе-конденсат и отличный от нуля диагональный дальний порядок  $\ddot{I}$  — узкий пик в структурном факторе на импульсе обратной решётки. Это  $\ddot{I}$  есть свидетельство макроскопического суперсолида в несоизмеримом кристалле.

С уменьшением плотности мы наблюдали плавление суперсолида: при одной и той же плотности доли бозе-конденсата и сверхтекучей компоненты сравниваются со своими значениями в газе, резкий пик в структурном факторе исчезает, а величина локализации частицы около узла решётки резко падает.

Мы показали, что вакансии в суперсолиде не слипаются в пузырь, как в гелии [3], и даже отталкиваются. Так что они стабильны. Но пара вакансия-внедрение не может родиться термически

активационно —  $\ddot{I}$ -энергия рождения пары, как и в гелии [3], велика. Кроме того, основным состоянием является идеальный (соизмеримый) кристалл, а не кристалл с дефектами. Так что большой несоизмеримый кристалл стремится перекристаллизоваться, чтобы сильно сократить долю своих дефектов. В результате температура Костерлица–Таулеса для перехода в суперсолид сильно снижается. Однако если доля дефектов не велика, барьер для перекристаллизации экспоненциально велик, и перекристаллизация фактически невозможна. Это открывает возможность экспериментального достижения суперсолида в системах (например, экситонных [4]), где (квазиравновесные) вакансии непрерывно во времени добавляются в систему за счёт непрерывного распада частиц.

### Литература

1. Clark B.K., Ceperley D.M. Off-diagonal long-range order in solid <sup>4</sup>He // Phys. Rev. Lett. — 2006. — V. 96, N. 10. — P. 105302–105302.
2. Андреев А.Ф., Лифшиц И.М. Квантовая теория дефектов в кристаллах // ЖЭТФ. — 1969. — V. 56, N. 6. — P. 2057–2068.
3. Boninsegni M. [et al.]. Fate of vacancy-induced supersolidity in <sup>4</sup>He // Phys. Rev. Lett. — 2006. — V. 97, N. 8. — P. 080401–080401.
4. Горбунов А.В., Тимофеев В.Б. Крупномасштабная когерентность бозе-конденсата пространственно-непрямых экситонов // Письма в ЖЭТФ. — 2006. — V. 84, N. 6. — P. 390–396.

УДК 538.945

Ю.Е. Лозовик<sup>1,2</sup>, А.А. Соколик<sup>2</sup>

lozovik@isan.troitsk.rusokolik@yandex.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)<sup>2</sup> Институт спектроскопии РАН

## Фононное спаривание ультрарелятивистских электронов в графене

Графен представляет собой двумерную структуру атомов углерода, расположенных в узлах кристаллической решётки типа «пчелиные соты». В окрестностях точек  $\vec{K}$  и  $\vec{K}' = -\vec{K}$  зоны Бриллюэна, где касаются валентная зона и зона проводимости, динамика электронов в графене описывается эффективным уравнением, имеющим вид двумерного уравнения Дирака для безмассовых частиц [1]:  $p_\mu \gamma^\mu \Psi = 0$ , где  $p_{0,1,2} = \{i\partial/\partial(v_F t), -p_x, -p_y\}$ ,  $v_F \approx 10^6$  м/с,  $\gamma^\mu$  — гамма-матрицы Дирака в представлении Вейля. Четырёхкомпонентная волновая функция  $\Psi = (\psi_A, \psi_B, \psi'_B, \psi'_A)^T$  состоит из огибающих блоховских волн, построенных на треугольных подрешётках  $A$  и  $B$  кристаллической решётки графена и обладающих импульсами  $\vec{K}$  и  $\vec{K}'$ .

Данный доклад посвящен теоретическим исследованиям структуры параметра порядка, возникающего при сверхпроводящем спаривании электронов в графене посредством оптических фононов. Наиболее сильное взаимодействие с электронами демонстрируют скалярные фононы с импульсом  $\pm\vec{K}$  и частотой  $\omega_{\vec{K}} = 0,170$  эВ и псевдовекторные фононы с импульсом  $\Gamma$  и частотой  $\omega_\Gamma = 0,196$  эВ [2]. Каждый вид фононов представлен двумя вырожденными модами. Спаривание описывается на языке матричных мацубаровских функций Грина [3]  $G_{\sigma_1\sigma_2}^{(ij)}(\vec{p}, \tau) = -\langle T \Psi_{\sigma_1}^{(i)}(\vec{p}, \tau) \bar{\Psi}_{\sigma_2}^{(j)}(\vec{p}, 0) \rangle$ , где  $T$  — оператор хронологического упорядочения в мнимом времени  $\tau$ ,  $\Psi_\sigma^{(1,2)}(\vec{p}, \tau) = \{\Psi_\sigma(\vec{p}, \tau), C \bar{\Psi}_\sigma^T(-\vec{p}, \tau)\}$  — четырёхкомпонентные опера-

торы поля (исходный и зарядово-сопряженный, где матрица зарядового сопряжения равна  $C = i\gamma^2\gamma^0$ ),  $\sigma_{1,2}$  — спиновые индексы.

Переходя от  $\tau$  к фермионным частотам  $\varepsilon_n = (2n+1)\pi T$  и вводя трёхмерный импульс  $p = \{p_0 = i\varepsilon_n, \vec{p}\}$ , запишем матричные уравнения Горькова, описывающие спаривание в куперовском канале:  $G_{\sigma_1\sigma_2}^{(ij)} = \delta_{ij} G_{\sigma_1\sigma_1}^{(ij)0} + G_{\sigma_1\sigma_1}^{(ii)0} \Delta_{\sigma_1\sigma}^{(i,2-i)} G_{\sigma\sigma_2}^{(2-i,j)}$ , где  $G_{\sigma\sigma}^{(ii)0}$  — функции Грина свободного движения частиц. Собственно-энергетические части  $\Delta_{\sigma_1\sigma_2}^{(ij)}$  связаны между собой соотношением эрмитовости  $\Delta_{\sigma_1\sigma_2}^{(21)}(p_0, \vec{p}) = \gamma^0 [\Delta_{\sigma_2\sigma_1}^{(12)}(-p_0, \vec{p})]^+ \gamma^0$  и подчиняются уравнениям самосогласования:

$$\Delta_{\sigma_1\sigma_2}^{(ij)}(p) = -\frac{T}{S} \sum_{p'\mu} V_\mu(p-p') \Gamma_\mu^{(i)} G_{\sigma_1\sigma_2}^{(ij)}(p') \Gamma_\mu^{(j)},$$

где  $\Gamma_\mu^{(1,2)} = \{\Gamma_\mu, C^{-1} \Gamma_\mu^T C\}$ ,  $S$  — площадь системы, а суммирование по модам переносчиков взаимодействия производится в пределах  $\mu = 0, \dots, 4$ . Дальнедействующему кулоновскому взаимодействию электронов ( $\mu = 0$ ) соответствуют фурье-образ экранированного потенциала  $V_0(q)$  и вершина  $\Gamma_0 = \gamma^0$ ; двум модам скалярных  $\vec{K}$ -фононов с  $\mu = 1, 2$  соответствуют произведение  $V_{1,2}(q) = g_{\vec{K}}^2 D_{\vec{K}}(q)$  квадрата константы электрон-фононного взаимодействия  $g_{\vec{K}}$  на функцию Грина фононов  $D_{\vec{K}}(q) = 2\omega_{\vec{K}} / (q_0^2 - \omega_{\vec{K}}^2)$  и вершины  $\Gamma_1 = I$ ,  $\Gamma_2 = i\gamma^5$ ; аналогично, двум модам псевдовекторных  $\Gamma$ -фононов ( $\mu = 3, 4$ ) ставим в соответствие  $V_{3,4}(q) = g_\Gamma^2 D_\Gamma(q)$ ,  $\Gamma_3 = -\gamma^5\gamma^1$ ,  $\Gamma_4 = -\gamma^5\gamma^2$  [2].

При анализе изложенной модели выбиралась структура параметра порядка

$$\Delta_0(p) = \Delta_+(p) \frac{|\vec{p}| + \gamma^0 \vec{\gamma} \cdot \vec{p}}{2|\vec{p}|} + \Delta_-(p) \frac{|\vec{p}| - \gamma^0 \vec{\gamma} \cdot \vec{p}}{2|\vec{p}|},$$

соответствующая наиболее простому диагональному по зонам спариванию [3] электронов зоны проводимости (щель  $\Delta_+$ ) и электронов валентной зоны (щель  $\Delta_-$ ). Условие антисимметрии конденсата по отношению к перестановкам частиц, имеющее вид  $\Delta_{\sigma_1\sigma_2}^{(ij)}(p_0, \vec{p}) = C^{-1} [\Delta_{\sigma_2\sigma_1}^{(ij)}(p_0, -\vec{p})]^T C$ , связывает между собой пространственную, зонную и долинную структуры параметра порядка. Поскольку взаимодействие посредством оптических фононов является почти контактным, то рассматривалось только  $s$ -волновое спаривание, но для структуры конденсата по долинам  $\vec{K}$  и  $\vec{K}'$  были

рассмотрены различные варианты. В каждом случае была получена система связанных интегральных уравнений для щелей  $\Delta_+(p)$  и  $\Delta_-(p)$ . Были рассмотрены следующие случаи (симметричную спиновую структуру обозначим как  $S_{\sigma_1\sigma_2}$ , антисимметричную — как  $A_{\sigma_1\sigma_2}$ ):

1) Диагональное и симметричное по долинам спаривание:  $\Delta_{\sigma_1\sigma_2}^{(21)}(p) = S_{\sigma_1\sigma_2}\Delta_0(p)$ . При этом  $\vec{K}$  — и  $\Gamma$ -фононы осуществляют эффективное отталкивание, следовательно, такой тип спаривания не осуществляется.

2) Диагональное и антисимметричное по долинам спаривание:  $\Delta_{\sigma_1\sigma_2}^{(21)}(p) = S_{\sigma_1\sigma_2}\gamma^5\Delta_0(p)$ , при котором  $\vec{K}$ -фононы осуществляют эффективное притяжение, а  $\Gamma$ -фононы — отталкивание.

3) Антидиагональное и симметричное по долинам спаривание:  $\Delta_{\sigma_1\sigma_2}^{(21)}(p) = S_{\sigma_1\sigma_2}\gamma^5\gamma^3\Delta_0(p)$ . В этом случае вклады от двух мод  $\vec{K}$ -фононов в уравнения самосогласования взаимно сокращаются, а  $\Gamma$ -фононы дают эффективное притяжение.

4) Антидиагональное и антисимметричное по долинам спаривание:  $\Delta_{\sigma_1\sigma_2}^{(21)}(p) = A_{\sigma_1\sigma_2}\gamma^3\Delta_0(p)$  — отличается от предыдущего случая только изменением спиновой структуры параметра порядка.

Отметим триплетное по спину s-волновое спаривание в случаях 2 и 3, которое объясняется скрытой антисимметрией параметра порядка по подрешёткам  $A$  и  $B$ . Также заметим, что треугольное искажение спектра графена при сильном допировании [1] будет давать преимущество антидиагональному по долинам спариванию, описываемому случаями 3 и 4.

### Литература

1. *Castro Neto A.H., Guinea F., Peres N.M.R., Novoselov K.S., Geim A.K.* The electronic properties of graphene // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — V. 81, N. 1. — P. 109–162.
2. *Basko D.M., Aleiner I.L.* Interplay of Coulomb and electron-phonon interactions in graphene // *Phys. Rev. B.* — 2008. — V. 77, N. 4. — P. 041409.
3. *Pisarski R.D., Rischke D.H.* Superfluidity in a model of massless fermions coupled to scalar bosons // *Phys. Rev. D.* — 1999. — V. 60, N. 9. — P. 094013.

УДК 535+539.194:535.33

*Я.И. Соболев<sup>1</sup>, А.В. Наумов<sup>1</sup>, Ю.Г. Вайнер<sup>1</sup>, К. Лотар<sup>2</sup>*

yaroslav.sobolev@gmail.com, naumov@isan.troitsk.ru,  
vainer@isan.troitsk.ru, lothar.kador@uni-bayreuth.de

<sup>1</sup> Институт спектроскопии РАН

<sup>2</sup> Университет г. Байройт, Германия

## Низкотемпературная динамика тонких полимерных плёнок: исследование методом спектроскопии одиночных молекул

Оптическая спектроскопия одиночных флуоресцирующих молекул, внедрённых в твёрдое тело в качестве спектральных зондов, позволяет исследовать динамические процессы на уровне ближайшей, порядка нанометров, окрестности внедрённого зонда. Основная идея данной техники состоит в том, что локальные динамические процессы, протекающие в твердотельной среде вблизи примесной молекулы, оказывают сильное влияние на её внешние электронные оболочки и, следовательно, на излучательные переходы соответствующих электронов. Таким образом, анализируя спектр излучения одиночной молекулы, можно получать информацию о динамических процессах, протекающих в её ближайшем окружении.

В настоящее время одним из наиболее информативных способов регистрации меняющихся во времени спектров одиночных молекул является методика многократной повторяющейся регистрации спектров возбуждения флуоресценции в выбранном спектральном диапазоне. Для представления таких спектров удобно использовать двухмерное изображение (2D-Plot), в котором интенсивность закрашки (градации серого) или цветовая гамма каждой точки спектра поставлена в соответствие с интенсивностью спектра возбуждения флуоресценции на данной частоте (см. примеры на [рис. 1](#)). Горизонтальная ось на 2D-plot соответствует частоте перестройки лазера, а вертикальная — порядковому номеру сканирования (или полному времени, прошедшему с начала эксперимента).

В настоящей работе исследовалось влияние поверхностных и размерных эффектов на микроскопическую динамику неупорядоченных сред. Для этой цели регистрировались спектры и спектральные истории (траектории) одиночных молекул тетра-tert-бутилтерилена в тонких плёнках аморфного полиизобутилена при 4,5 К. Анализировалось временное поведение индивидуальных оптических спектров одиночных хромофорных молекул в плёнках с толщинами от 10 до 500 нм. Было обнаружено, что с уменьшением толщины плёнки число и амплитуда спектральных прыжков и сдвигов индивидуальных оптических спектров одиночных хромофоров возрастали (рис. 1), отражая сложный и случайный характер динамики полимера, приготовленного в виде плёнки.

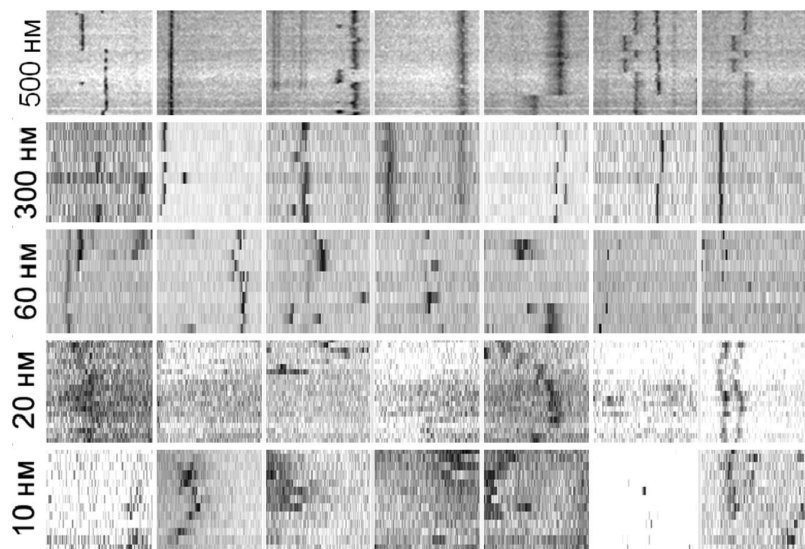


Рис. 1. Примеры спектральных траекторий одиночных молекул тетра-tert-бутилтерилена, внедрённых в плёнку полиизобутилена при толщинах плёнки 10, 20, 60, 300 и 500 нанометров.  $T = 4,5$  К, диапазон сканирования частоты возбуждающего лазера — 20 ГГц, число спектральных точек — 800, время на одну спектральную точку — 100 мс, количество спектров в спектральной траектории — от 10 до 20

С уменьшением толщины плёнки все чаще встречались «аномальные» спектральные траектории, то есть такие, которые не могут быть объяснены в рамках стандартной модели низкотемпера-

турной динамики аморфных сред (модель туннелирующих двух-уровневых систем [1]).

Были построены зависимости от толщины для трёх параметров спектральных траекторий (рис. 2). Можно видеть, что характерная толщина плёнки, при которой аномальная динамика начинает играть заметную роль, составляет  $\sim 100$  нанометров. Оказалось, что по порядку величины это совпадает с длинами полимерных цепей, при которых было обнаружено схожее изменение характера структурной динамики и переход к полимерным свойствам в самых разных исследованиях [2, 3, 4].

Работа поддержана грантами DFG (SFB 481, Ко 1359/14, 436 RUS 17/102/06), РФФИ (07-02-00206, 08-02-00147) и (А. Н.) грантом CRDF и Мин. обр. науки. РФ, грантом Президента РФ (МД-3191.2009.2).

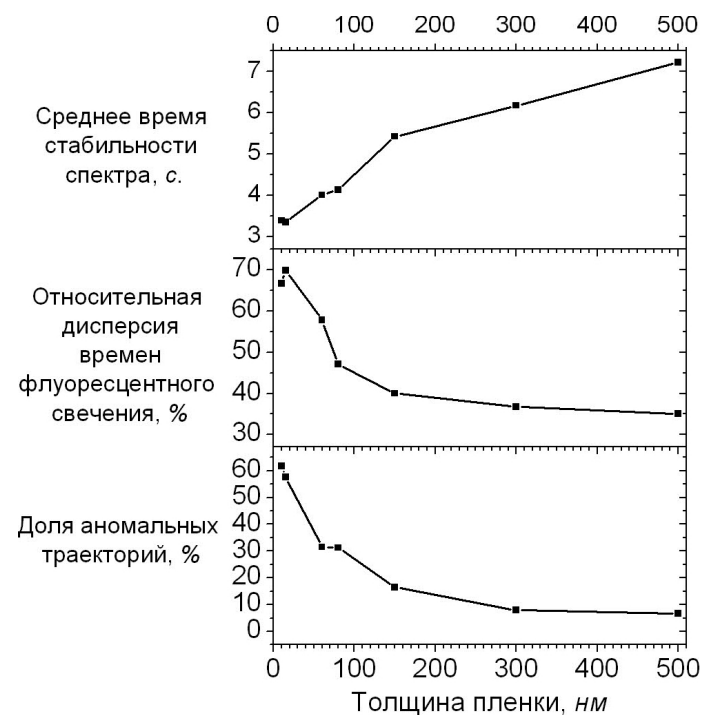


Рис. 2

## Литература

1. *Boiron A.M., Tamarat Ph., Lounis B., Brown R., Orrit M.* Are the spectral trails of single molecules consistent with the standard two-level system model of glasses at low temperatures? // *Chem. Phys.* — 1999. — V. 247, N. 1. — P. 119–132.
2. *Frick B., Dosseh G., Cailliaux A., Alba-Simionesco C.* Pressure dependence of the segmental relaxation of butadiene and polyisobutylene and influence of molecular weight // *Chem. Phys.* — 2003. — V. 292. — P. 311–323.
3. *Ding Y.F., Novikov V.N., Sokolov A.P., Cailliaux A., Dalle-Ferrier C., Alba Simionesco C., Frick B.* Influence of molecular weight on fast dynamics and fragility of polymers // *Macromolecules.* — 2004. — V. 37. — P. 9264–9272.
4. *Kariyo S., Gainaru C., Schick H., Brodin A., Novikov V.N., Roessler E.A.* From a simple liquid to a polymer melt: NMR relaxometry study of polybutadiene // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — V. 97. — P. 207803.

УДК 534.24

Ю.М. Соколов, Е.В. Басистый

zbhh@yandex.ru

Российский университет дружбы народов

## Метод измерения глубины рельефа периодических прямоугольных структур лазерным зондированием

При построении приборов на ПАВ применяются отражатели в виде системы канавок с прямоугольным профилем, которые образуют периодические решётки. В настоящей работе предложен и исследован простой и эффективный метод измерения глубины подобных периодических рельефных структур лазерным зондированием.

Схема и теоретические основы метода. Схема измерений изображена на [рис. 1](#). В этой схеме пучок излучения лазера с длиной

волны  $\lambda$  (1) направлен на подложку (2), на которой находится рельефная отражающая дифракционная решётка (3). Рельеф может быть покрыт отражающей свет металлической плёнкой (4). В отражённом лазерном пучке расположен пространственный фильтр (5), выделяющий один из дифракционных порядков. В выделенном порядке установлен фотодетектор (6) с резистором нагрузки (7).

В отражённом лазерном пучке имеется пространственная фазовая модуляция (ПФМ) с формой меандра и с амплитудой  $\Phi_M$ , равной половине разности фаз  $\Delta\varphi$  между двумя лучами, отражёнными от выступа и впадины:

$$\Phi_M = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{2\pi h}{\lambda} \cos \Theta. \quad (1)$$

Анализ пространственного спектра отражённой оптической волны на выходе системы даёт следующие формулы для расчёта мощностей нулевого  $P_0(\Theta)$  и первых  $P_1(\Theta)$  порядков дифракции [1]:

$$P_0 = P_{\text{пад}} R \cos^2 \Phi_M,$$

$$P_{\pm 1} = (4/\pi^2) P_{\text{пад}} R \sin^2 \Phi_M.$$

В этих формулах  $P_{\text{пад}}$  — мощность падающего лазерного излучения,  $R$  — коэффициент отражения светового пучка от поверхности.

Был проведён анализ формул 1–3 и предложены следующие методики измерения глубины прямоугольных рельефных структур.

1. При  $h \leq \lambda/4 \cos \Theta$  требуется измерение мощностей нулевого и первого порядков дифракции. Если угол падения зондирующего пучка  $\Theta = 60^\circ$ , то глубина рельефа не должна превышать  $\lambda/2$ . Глубину структуры в этом случае можно рассчитать по формуле

$$h = \frac{\lambda \cdot \arctg\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}}\right)}{2\pi \cos \Theta}.$$

1. При  $h > \lambda/4 \cos \Theta$  зависимости  $P_0(\Theta)$  и  $P_1(\Theta)$  мощностей дифракционных порядков имеют осцилляции ([рис. 2](#)). Глубину отражающей структуры в этом случае можно определить по результатам измерений углов падения лазерного пучка  $\Theta$ , при которых наблюдаются минимумы зависимостей мощности нулевого или мощности одного из первых порядков от угла падения.

а) Если в зависимости  $P(\Theta)$  наблюдается несколько минимумов, то разность величин ПФМ, соответствующих двум соседним минимумам при углах падения  $\Theta_{\min 1}$  и  $\Theta_{\min 2}$  (при этом  $\Theta_{\min 1} < \Theta_{\min 2}$ ), составляет  $\Delta\Phi_M = \Phi_{M \min 1} - \Phi_{M \min 2} = \pi$ . Подставив в это равенство выражение (1) для  $\Phi_M$ , получим формулу для расчёта глубины рельефа:

$$h = \frac{\lambda}{2(\cos \Theta_{\min 1} - \cos \Theta_{\min 2})}. \quad (2)$$

б) При некоторой глубине рельефа зависимость  $P(\Theta)$  имеет только 1 минимум и 1 максимум. В этом случае формулы для расчёта глубины будут иметь следующий вид:

$$h = \frac{\lambda}{4(\cos \Theta_{\max} - \cos \Theta_{\min})}.$$

в) Когда на зависимости присутствует только 1 минимум, формула приобретает наиболее простой вид:

$$h = \frac{\lambda}{4 \cos \Theta_{\min}}.$$

Экспериментальные результаты. По данным методикам были измерены глубины 10 решёток с различным периодом  $\Lambda$  и с различной глубиной рельефа  $h$ . Измерения производились на установке, собранной по схеме, показанной на рис. 1 с использованием гониометра ГУР-3. Расчёты глубины рельефа производились по формуле (2). Дополнительно были сделаны контрольные измерения глубин решёток с помощью контактного профилометра Dectac 150. Результаты измерений контактным методом, в пределах погрешности, совпадают с результатами лазерного зондирования.

Проведён анализ погрешностей, а также их оценка по статистическим результатам экспериментов.

### Литература

1. Комоцкий В.А. Применение методов пространственно-частотного анализа для решения некоторых задач когерентной оптики. — М.: РУДН, 1994.

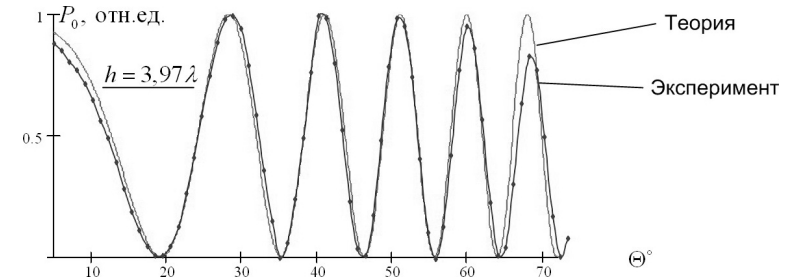


Рис. 1. Схема измерения глубины отражателей ПАВ лазерным зондированием

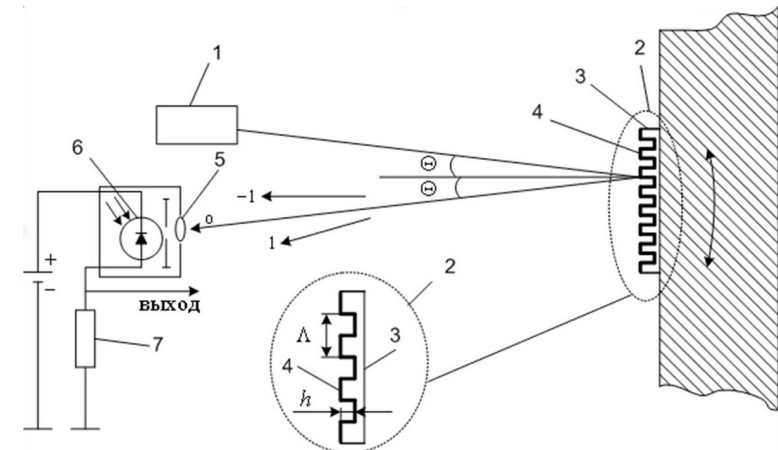


Рис. 2. Графики теоретической и экспериментальной зависимостей  $P_0(\Theta)$  для рельефной решётки с периодом  $\Lambda = 100$  мкм и глубиной  $h = 25080$  Е. Глубина решётки измерена с помощью контактного профилометра Dectac 150

УДК 517.958:535.14

А.М. Трунин, В.А. Михайлов

anton-tr@yandex.ru, va\_mikhailov@mail.ru

Самарский государственный аэрокосмический университет  
им. акад. С.П. Королёва**V-атом во внешнем стохастическом поле**

В настоящей работе на основе решения, полученного в представлении обобщённых когерентных состояний уравнения Фоккера–Планка, исследуется процесс релаксации модельного трёхуровневого атома, взаимодействующего с большой диссипативной подсистемой (фотонным термостатом) и внешним стохастическим полем, которое может рассматриваться как результат моделирования взаимодействия исследуемого атома с другими атомами, при случайности параметров этого взаимодействия.

Полный гамильтониан рассматриваемой системы есть сумма четырёх слагаемых, которые соответственно описывают свободный трёхуровневый атом; термостат; взаимодействие атома с термостатом и с внешним стохастическим полем:

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hat{H}_A + \hat{H}_T + \hat{H}_{AT} + \hat{H}_{st} = \\ &= \hbar(\omega_0 \hat{H}_1 + \Omega_0 \hat{H}_2) + \sum_{i=1}^{\infty} \hbar \omega_i \hat{b}_i \hat{b}_i^\dagger + \\ &+ \hbar \sum_{j=1}^{\infty} \left[ (f_{1j} \hat{J}_+ + f_{2j} \hat{K}_+ + f_{3j} \hat{L}_+) \hat{b}_j + h.c. \right] + \hbar \left( \Omega(t) \hat{H}_1 + \Xi(t) \hat{H}_2 \right) + \\ &+ \hbar \left( \xi(t) \hat{J}_+ + \sigma(t) \hat{K}_+ + \lambda(t) \hat{L}_+ + h.c. \right).\end{aligned}$$

$f_{1j}$  — константа взаимодействия  $j$ -го осциллятора с атомом на переходе  $1 \rightarrow 2$  и аналогично на других переходах;  $\hat{H}_1$ ,  $\hat{H}_2$ ,  $\hat{J}_\pm$ ,  $\hat{K}_\pm$ ,  $\hat{L}_\pm$  — генераторы группы  $SU(3)$ ; функции  $\Omega(t)$  и  $\Xi(t)$  определяют случайный сдвиг уровней атома;  $\xi(t)$ ,  $\sigma(t)$ ,  $\lambda(t)$  — пропорциональны интенсивности внешнего стохастического поля и отвечают за переходы между уровнями.

С использованием стандартных методов теории матрицы плотности [1] получено операторно-кинетическое уравнение для редуцированной матрицы плотности  $\hat{\rho}_a(t) \equiv \hat{\rho}(t) = Sp_T \hat{\rho}_{aT}(t)$ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} [\hat{V}_{st}(t), \hat{\rho}] + \sum_{j=1}^3 \frac{\gamma_j}{2} [(N_j + 1)(2\hat{E}_j^- \hat{\rho} \hat{E}_j^+ - \hat{E}_j^+ \hat{E}_j^- \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{E}_j^+ \hat{E}_j^-) + \\ &+ N_j(2\hat{E}_j^+ \hat{\rho} \hat{E}_j^- - \hat{E}_j^- \hat{E}_j^+ \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{E}_j^- \hat{E}_j^+)].\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь  $\hat{V}_{st}(t)$  — оператор  $\hat{H}_{st}$  в представлении взаимодействия по свободной атомной подсистеме; обозначено  $\{\hat{E}_j^\pm\} = \{\hat{J}_\pm, \hat{K}_\pm, \hat{L}_\pm\}$ ;  $\gamma_i$  и  $N_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , — константы, определяющие затухание в атомной подсистеме и среднее число фотонов в термостате соответственно на переходах  $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 3$ ,  $1 \rightarrow 3$ .

С помощью метода обобщённых когерентных состояний группы  $SU(3)$  [2] операторно-кинетическое уравнение (1) сведено к уравнению Фоккера–Планка для функции  $f(z_1, z_2, \bar{z}_1, \bar{z}_2; t) = \frac{P(z_1, z_2, \bar{z}_1, \bar{z}_2; t)}{(1+z_1 \bar{z}_1 + z_2 \bar{z}_2)^3}$ , где  $P(z_1, z_2, \bar{z}_1, \bar{z}_2; t)$  —  $P$ -символ матрицы плотности  $\hat{\rho}(t)$ . Для нахождения решения УФП применялся метод разложения по собственным функциям оператора Лапласа–Бельтрами [2]. Полученная система из девяти дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения решена точно по функциям  $\Omega(t)$ ,  $\Xi(t)$  и во втором порядке теории возмущений по  $\xi(t)$ ,  $\sigma(t)$ ,  $\lambda(t)$ .

Стохастические процессы рассматривались как дельта-коррелированные:

$$\langle \xi(t) \rangle = \langle \bar{\xi}(t) \rangle = 0, \langle \Omega(t) \rangle = 0, \langle \Omega(t_1) \Omega(t_2) \rangle = 2 \frac{\sigma_\Omega^2}{\nu_1} \delta(t_1 - t_2),$$

$$\langle \xi(t_1) \bar{\xi}(t_2) \rangle = 2 \sigma_\xi^2 \tau_\xi \delta(t_1 - t_2), \langle \xi(t_1) \xi(t_2) \rangle = 0.$$

Аналогично и для функций  $\Xi(t)$ ,  $\sigma(t)$ ,  $\lambda(t)$ . Здесь  $\sigma^2$  и  $\tau$  — дисперсии соответствующих случайных процессов (интенсивность шума) и времена корреляции;  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  — частоты внешних воздействий на исследуемую систему.

Взаимное влияние переходов, вызванное внешним стохастическим полем, также моделировалось белым шумом:

$$\langle \xi(t_1) \bar{\sigma}(t_2) \rangle = k_{\sigma\xi} \delta(t_1 - t_2), \quad \langle \xi(t_1) \sigma(t_2) \rangle = 0.$$

Аналогично и для других парных комбинаций  $\xi(t)$ ,  $\sigma(t)$ ,  $\lambda(t)$ .

Для  $V$ -атома найдены двухвременные корреляционные функции  $\langle \hat{J}_+(t)\hat{J}_-(0) \rangle$ ,  $\langle \hat{L}_+(t)\hat{L}_-(0) \rangle$  и явные выражения для формы контура линии излучения на переходах  $1 \rightarrow 2$  и  $1 \rightarrow 3$ . При этом релаксация предполагалась из начального когерентного состояния с параметрами  $z_1^0 = x_1^0 + iy_1^0$ ,  $z_2^0 = x_2^0 + iy_2^0$ .

Результаты расчёта, проиллюстрированные на рис. 1, соответствуют следующим параметрам:  $\omega_0 = 2\Omega_0$ ,  $\delta_1 = \delta_3 = 0$ ,  $\eta_1 = \eta_3 = 0,5\omega_0$ ,  $\sigma_\xi^2\tau_\xi = \sigma_\lambda^2\tau_\lambda = 0,05\omega_0^2$ ,  $\sigma_\Omega^2 = \sigma_\Xi^2 = 0$ ,  $x_1^0 = y_2^0 = 1$ ,  $x_2^0 = y_1^0 = 0$ ,  $k_{\xi\lambda} = 0,5\omega_0^2$  (сплошная линия),  $k_{\xi\lambda} = 0$  (пунктир).

Полученные результаты при  $k_{\xi\lambda} = 0$  полностью аналогичны приведённым в [3] для двухуровневого атома в стохастическом поле. Учёт взаимных корреляций между уровнями, невозможный в рамках двухуровневой модели, приводит к искажению формы контура: линия перестаёт быть симметричной. На ширину линии оказывают влияние средние от функций случайного сдвига, а также, как и в случае изолированного атома, и константа затухания смежного перехода.

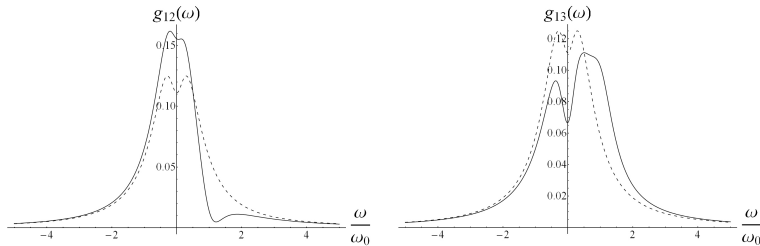


Рис. 1. Контур линии излучения на переходах  $1 \rightarrow 2$ ,  $1 \rightarrow 3$ . Показано влияние корреляций между переходами на форму линии

## Литература

1. *Agarwal G.S.* Quantum statistical theories of spontaneous emission and their relation to other approaches // Springer tracts in modern physics. — 1974. — V. 70. — 129 P.
2. *Горохов А.В.* Методы теории групп в задачах квантовой физики. Ч.3. — Куйбышев, 1983. — 96 с.
3. *Михайлов В.А.* Методы решения уравнений Фоккера–Планка для двухуровневого атома в стохастическом поле // Теоретическая физика. — 2006. — Т. 7. — С. 93–101.

УДК 530.145; 535.14

*С.Н. Филиппов<sup>1</sup>, В.И. Манько<sup>2,1</sup>*

filippovsn@gmail.com, manko@sci.lebedev.ru

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

<sup>2</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

## Кубитовый портрет томограммы счёта фотонов и критерий сепарабельности двухмодовых состояний света

В квантовой механике одномодовое состояние света обычно задаётся оператором плотности  $\hat{\rho}$  в бесконечномерном гильбертовом пространстве или функцией Вигнера  $W(q,p)$ , имеющей смысл квазивероятности. Однако это же самое состояние может быть описано с помощью положительной функции распределения вероятностей, называемой томограммой. Помимо симплектической (оптической) томографии существует также томограмма счёта фотонов [1, 2, 3]:

$$w(n, \alpha) = \langle n | \hat{D}(\alpha) \hat{\rho} \hat{D}^\dagger(\alpha) | n \rangle,$$

где  $|n\rangle$  — собственный вектор оператора числа фотонов  $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ ,  $\hat{a}^\dagger$  и  $\hat{a}$  — операторы рождения и уничтожения соответственно,  $\hat{D}(\alpha)$  — оператор смещения, определяемый выражением

$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}}.$$

Для двухмодового состояния света томограмма счёта фотонов принимает вид

$$w(n_1, n_2, \alpha_1, \alpha_2) = \langle n_1 n_2 | \hat{D}(\alpha_1, \alpha_2) \hat{\rho} \hat{D}^\dagger(\alpha_1, \alpha_2) | n_1 n_2 \rangle,$$

здесь  $|n_1 n_2\rangle = |n_1\rangle |n_2\rangle$ ,  $\hat{D}(\alpha_1, \alpha_2) = \hat{D}_1(\alpha_1) \hat{D}_2(\alpha_2)$ .

Томограмма одномодового состояния света может быть записана в виде вероятностного столбца, зависящего от комплексного параметра  $\alpha$ , причём номер элемента в столбце определяется числом фотонов  $n$ . Кубитовым портретом данной томограммы будем назы-



вать двухкомпонентный столбец

$$\vec{W}_2 = \left( \sum_{n \in A} w(n, \alpha) \quad \sum_{n \in (Z_+ \setminus A)} w(n, \alpha) \right)^T,$$

где  $A$  — произвольное подмножество множества неотрицательных целых чисел  $Z_+ \equiv \{0, 1, 2, \dots\}$ . В докладе показывается, что корректным описанием кубитового портрета томограммы счёта фотонов двухмодового света является столбец

$$\vec{W}_4(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{pmatrix} \sum_{(n_1, n_2) \in A_1 \times A_2} w(n_1, n_2, \alpha_1, \alpha_2) \\ \sum_{(n_1, n_2) \in A_1 \times (Z_+ \setminus A_2)} w(n_1, n_2, \alpha_1, \alpha_2) \\ \sum_{(n_1, n_2) \in (Z_+ \setminus A_1) \times A_2} w(n_1, n_2, \alpha_1, \alpha_2) \\ \sum_{(n_1, n_2) \in (Z_+ \setminus A_1) \times (Z_+ \setminus A_2)} w(n_1, n_2, \alpha_1, \alpha_2) \end{pmatrix}.$$

Нетрудно заметить, что если состояние системы является просто сепарабельным, то данный томографический вектор вероятностей есть не что иное, как тензорное произведение кубитовых портретов отдельных мод.

Используя понятие кубитового портрета, можно ввести аналог неравенства Белла [4, 5], нарушение которого будет прямым указанием на то, что состояние двухмодового света является запутанным. В нашем случае неравенство имеет вид [6]:

$$|Tr(M(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)I)| \leq 2,$$

где

$$M(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2) = \begin{pmatrix} \vec{W}_4(\alpha_1, \alpha_2) & \vec{W}_4(\alpha_1, \beta_2) & \vec{W}_4(\beta_1, \alpha_2) & \vec{W}_4(\beta_1, \beta_2) \end{pmatrix},$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Для того чтобы продемонстрировать данный метод детектирования запутанности, нами было рассмотрено состояние типа «кота» из когерентных состояний  $|\gamma_1\rangle$  и  $|\gamma_2\rangle$ :

$$|\psi\rangle = \frac{\exp\left[\frac{1}{2(|\gamma_1|^2 + |\gamma_2|^2)}\right]}{2\sqrt{\cosh(|\gamma_1|^2 + |\gamma_2|^2)}} (|\gamma_1, \gamma_2\rangle + |-\gamma_1, -\gamma_2\rangle).$$

Число Белла, естественно, зависит от конкретного разбиения (множеств  $A_1$  и  $A_2$ ). На рис. 1а представлено разбиение типа «нулевое–ненулевое число фотонов» и соответствующее максимальное значение числа Белла по возможным комплексным числам  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in C$ . На рис. 1б показан случай разбиения «чётное–нечётное число фотонов». Из графиков видно, что последнее разбиение более рационально. В докладе обсуждается также запутанность чистых и смешанных гауссовских состояний света и приводятся конкретные примеры.

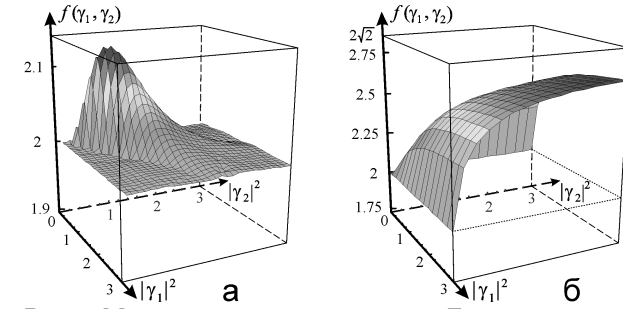


Рис. 1. Максимальное значение числа Белла для состояния типа «кота» при разных построениях кубитового портрета томограммы счёта фотонов

## Литература

1. Banaszek K., Wodkiewicz K. Direct probing of quantum phase space by photon counting // Phys. Rev. Lett. — 1996. — V. 76. — P. 4344–4347.
2. Wallentowitz S., Vogel W. Unbalanced homodyning for quantum state measurements // Phys. Rev. A. — 1996. — V. 53. — P. 4528–4533.
3. Mancini S., Tombesi P., Man'ko V.I. Density matrix from photon number tomography // Europhys. Lett. — 1997. — V. 37. — P. 79–84.
4. Bell J.S. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox // Physics. — 1964. — V. 1. — P. 195–200.
5. Clauser J.F., Horne M.A., Shimony A., [et al.]. Proposed experiment to test local hidden-variable theories // Phys. Rev. Lett. — 1969. — V. 23. — P. 880–884.
6. Filippov S.N., Man'ko V.I. Qubit portrait of the photon-number tomogram and separability of two-mode light states // J. Russ. Laser Res. — 2009. — V. 30, N. 1. — P. 55–72.

## Секция математического моделирования физических процессов

УДК 519.642.7

*Н.Ю. Андриенко<sup>1,2</sup>, Е.Е. Тьртышников<sup>2,1</sup>*

nazar@umail.ru, tee@bach.inm.ras.ru

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

<sup>2</sup> Институт вычислительной математики РАН

### Применение тензорных поездов для построения численного решения интегрального уравнения Прандтля

Рассмотрим задачу потенциального обтекания квадратного крыла  $\Pi = [0; 1] \times [0; 1]$  установившимся потоком  $V(x, y, z)$ . Для потенциала возмущённой скорости  $\Phi$  получаем внешнюю задачу Неймана для уравнения Лапласа:

$$\Delta\Phi = 0, x \in R \setminus \Pi, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial n} = -V_z, x \in \Pi, \quad \Phi, \nabla\Phi \rightarrow 0, x \rightarrow \infty.$$

Будем искать решение задачи в виде потенциала двойного слоя. В результате получим гиперсингулярное уравнение Прандтля относительно поверхностной плотности зарядов [1]:

$$-\int_0^1 \int_0^1 \frac{U(x, y)}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]^{3/2}} dx dy = F(x_0, y_0) \equiv 4\pi V_z(x_0, y_0, 0), \quad (1)$$

при этом интеграл понимается в смысле конечной части по Адамару. Аналитических решений этого уравнения не известно, даже для достаточно «простых» и «физичных» правых частей (например, для  $F(x_0, y_0) \equiv 1$ ).

Для построения численного решения уравнения (1) применим метод дискретных вихрей [2]. Введём произвольную сетку  $0 \leq x_0 \leq \dots \leq x_p \leq 1$ ,  $0 \leq y_0 \leq \dots \leq y_p \leq 1$  и будем искать приближённое решение  $u_p(x, y) \approx u(x, y)$  в виде кусочно-постоянной функции:

$$u_p(x, y) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p u_{ij} \varphi_{ij},$$

$$\varphi_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in (x_{i-1}, x_i) \times (y_{j-1}, y_j), \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}.$$

Теперь выберем точки коллокации  $(x_{0j}, y_{0j}) \in (x_{i-1}, x_i) \times (y_{i-1}, y_i)$  и получим систему линейных алгебраических уравнений относительно  $u_{ij}$ :

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p a_{ij}^{km} u_{ij} = F(x_0, y_0), \quad 1 \leq k, m \leq p, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} a_{ij}^{km} &= - \int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_{y_{j-1}}^{y_j} \frac{dx dy}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]^{3/2}} = \\ &= - \frac{\sqrt{(x_{0k} - x_{i-1})^2 + (y_{0m} - y_j)^2}}{(x_{0k} - x_{i-1})(y_{0m} - y_j)} + \frac{\sqrt{(x_{0k} - x_i)^2 + (y_{0m} - y_j)^2}}{(x_{0k} - x_i)(y_{0m} - y_j)} - \\ &- \frac{\sqrt{(x_{0k} - x_i)^2 + (y_{0m} - y_{j-1})^2}}{(x_{0k} - x_i)(y_{0m} - y_{j-1})} + \frac{\sqrt{(x_{0k} - x_{i-1})^2 + (y_{0m} - y_{j-1})^2}}{(x_{0k} - x_{i-1})(y_{0m} - y_{j-1})}. \end{aligned}$$

Размер полученной матрицы системы равен  $p^2 \times p^2$ , что с учётом её плотности очень много. Так, для сетки с  $p = 2^9$  имеем матрицу  $2^{18} \times 2^{18}$ , на хранение которой уйдет порядка 0,5 терабайт памяти (не говоря о вычислительной сложности операций с этой матрицей). Возможным решением этой проблемы является поиск аппроксимации исходной матрицы  $A$  матрицей  $A_\varepsilon$ , которая близка к исходной ( $\|A - A_\varepsilon\| < \varepsilon$ ) и при этом определяется меньшим числом параметров. Примером такой аппроксимации может служить аппроксимация матрицы  $A$  суммой тензорных произведений матриц меньшего порядка, описанная в работе [3]. В данной работе предлагается иной подход к решению задачи аппроксимации матрицы  $A$ : аппроксимация строится в виде тензорного поезда.

Под тензорным поездом понимается представление тензора (многомерного массива)  $B[i_1, i_2, \dots, i_d]$  в виде [4]:

$$B(i_1, i_2, \dots, i_d) = \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_{d-1}} G_1(i_1, \alpha_1) G_2(\alpha_1, i_2, \alpha_2) \times \dots \times \\ \times G_{d-1}(\alpha_{d-2}, i_{d-1}, \alpha_{d-1}) G_d(\alpha_{d-1}, i_d).$$

Пусть  $G_1$  имеет размер  $n_1 \times r_1$ ,  $G_{d-1} - r_{d-1} \times n_d$  и остальные  $G_k - r_{k-1} \times n_k \times r_k$ . Введём обозначения:  $n = \max_k n_k$ ,  $r = \max_k r_k$ .

Оказывается, что при аппроксимации тензора тензорным поездом  $r$  оказывается мало, а так как для хранения тензорного поезда требуется порядка  $O(dnr^2)$  памяти, то аппроксимации такого сорта являются очень эффективными.

Для построения аппроксимации тензорным поездом матрицы  $A$  необходимо сначала сделать из матрицы тензор. Для этого  $i$  и  $j$  объявляются мультииндексами  $i = (i_1, \dots, i_d)$ ,  $j = (j_1, \dots, j_d)$  и производится перестановка индексов:  $A[i_1, i_2, \dots, i_d, j_1, j_2, \dots, j_d] = A[i_1, j_1, \dots, i_d, j_d]$ . Далее для тензора  $A[i_1, j_1, \dots, i_d, j_d]$  строится аппроксимация тензорным поездом.

В работе [3] приведён алгоритм TT-cross построения тензорного поезда по функции  $g$ , определяющей элементы тензора. Этот алгоритм требует лишь  $O(dnr^2)$  вычислений функции  $g$ . Тензорный поезд, построенный по данному алгоритму для матрицы системы (2) при  $p = 2^9$  на равномерной сетке (относительная погрешность аппроксимации во фробениусовой норме порядка  $10^{-10}$ , время построения на обычном персональном компьютере менее 15 минут), занимает лишь 200 мегабайт памяти, что более чем в  $10^6$  раз меньше, чем исходная матрица.

Помимо упомянутого выше алгоритма, в [3] указаны алгоритмы сложения, умножения на число, свёртки и рекомпрессии (получения аппроксимации с  $\hat{r} < r$  по заданному тензорному поезду) тензорных поездов. Это позволяет при реализации итерационных методов на подпространствах Крылова (например, метода сопряженных градиентов или обобщённого метода минимальных невязок) заменять матрицу  $A$  в системе линейных алгебраических уравнений  $Au = f$  тензорным поездом  $A_\varepsilon$ . Заметим, что сложность умножения матрицы в формате тензорного поезда на вектор (с рекомпрессией) составляет порядка  $O(dnr^4 + dr^8)$  арифметических операций.

Рассмотрим вопрос о построении предобуславливателя для системы (2). Применение классических методов предобуславли-

вания (например, неполного LU-разложение) не очень удобно для матрицы в формате тензорного поезда, так как получение значения любого элемента требует дополнительных вычислений. Поэтому для построения предобуславливателя предлагается использовать метод Ньютона для обращения матриц [5]:  $X_n = X_{n-1}(2I - AX_{n-1}), X_n \rightarrow A^{-1}$ . Данный метод имеет квадратичную сходимость к окрестности  $A^{-1}$ . Для повышения вычислительной скорости метода можно применять рекомпрессию на каждом шаге (это не повредит квадратичной сходимости, см. [6]).

### Литература

1. *Лифанов И.К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. — М.: ТОО «Янус», 1995. — 192 с.
2. *Белоцерковский С.М., Лифанов И.К.* Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. — М.: Наука, 1985. — 172 с.
3. *Оселедец И.В., Тыртыхников Е.Е.* Приближенное обращение матриц при решении гиперсингулярного уравнения. — // ЖВМ и МФ, 2005. — Т. 45, № 2. — С. 315–326.
4. *Оселедец И.В., Тыртыхников Е.Е.* Рекурсивное разложение многомерных тензоров. — // Доклады РАН, 2009. — Т. 427, № 1. — С. 14–16.
5. *Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н.* Вычислительные методы линейной алгебры. — М.: Физматгиз, 1963. — 182 с.
6. *Hackbusch W., Khoromskij B.N., Tyrtshnikov E.E.* Approximate Iterations for Structured Matrices. — // Numerische Mathematik, 2008. — Т. 109. — С. 365–383.

Н.С. Бахтий

nbakhtiy@gmail.com

Тюменский государственный университет

## К определению граничных условий уравнения энергии при неизотермической фильтрации жидкости

Рассматривается задача постановки граничных условий для уравнения энергии при неизотермической фильтрации. Предложена численная реализация условий на границах, поток жидкости через которые не равен нулю.

**Граничные условия.** Рассмотрим три случая.

А) Поток жидкости через границу отсутствует. Такое условие часто реализуется на верхней и нижней границах (кровле и подошве) нефтяного пласта. В данном случае можно воспользоваться схемой Ловерье [1].

Б) Жидкость втекает в расчётную область. В этом случае представляется разумным задать условие Дирихле  $T_{\Gamma} = T_0$ , где  $T_0$  — начальная температура пласта,  $T_{\Gamma}$  — температура на границе.

В) Жидкость покидает расчётную область. Например, вблизи границы с высокой приёмистостью работает нагнетательная скважина. Тогда передача тепла посредством теплопроводности пренебрежимо мала по сравнению с конвективным переносом тепла. На такой границе неизвестна температура и тепловой поток. Однако в данном случае никакого граничного условия не требуется [2], так как информация о тепловом поле из точки Е переносится конвективно по направлению к граничной точке W (рис. 1, где скорость фильтрации вдоль оси X обозначена  $v_x$ ). Таким образом, каким бы ни было значение  $T$  в точке W, температура в точке Р не будет от него зависеть. Другими словами, температура в точке Р не зависит от температуры в точке, лежащей ниже по потоку жидкости (W), но существенно зависит от температуры в точке, лежащей выше по потоку (Е).

**Тестовая задача.** Задача одномерна. Через образец керна, боковая поверхность которого теплоизолирована, прокачивают жид-

кость с постоянной скоростью. В начальный момент времени температура во всех точках образца равна температуре нагнетаемой жидкости. Впоследствии температура образца меняется из-за эффекта Джоуля–Томсона. Все параметры задачи постоянны.

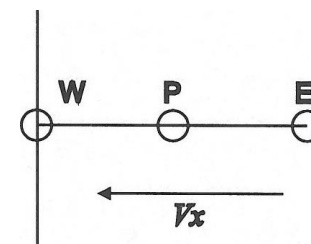


Рис. 1. Граничное условие вида В

При высокой скорости фильтрации теплопроводностью по сравнению с конвекцией можно пренебречь. Таким образом, уравнение энергии примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_0 \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \varepsilon_I \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0,$$

где  $u_0 = \rho c_p v_x / c_{\Pi}$  — скорость конвективного переноса тепла в пористой среде. Здесь обозначено:  $c_{\Pi}$  — теплоёмкость пористой среды,  $\rho$  — плотность жидкости,  $c_p$  — теплоёмкость жидкости. Начальное условие  $T(0, x) = T_{in}$ ; граничное условие:  $T(t, 0) = T_{in}$ . В такой постановке задача имеет аналитическое решение [3]:

$$T(t, x) = T_{in} + \varepsilon_I [p(x - u_0 t) - p(x)],$$

причём для отрицательных значений  $(x - u_0 t)$  принимается  $p(x - u_0 t) = p_0$ ; это означает, что  $T(t, x)$  становится независимым от времени. Давление есть функция  $p(x) = p_0 - (p_0 - p_l)x/l$ , где  $p_0$  — давление в начале образца,  $p_l$  — давление в конце образца,  $l$  — длина образца.

При получении численного решения данной задачи были использованы следующие значения параметров:  $l = 0,15$  м.,  $p_0 = 7$  МПа,  $p_l = 6,94$  МПа, проницаемость среды  $k = 0,1$  мкм<sup>2</sup>, вязкость жидкости  $\mu = 1$  мПа с,  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $v_x = 3,456$  м/сут,  $c_p = 4200$  Дж/(кг °С),  $c_{\Pi} = 6 \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup> °С),  $T_{in} = 30$  °С,  $\varepsilon_I = 2,24 \cdot 10^{-4}$  °С/Па. Скорость фильтрации найдена из закона Дарси  $v_x = -(k/\mu) dp/dx$ .

На рис. 2 представлено распределение безразмерной температуры  $\Omega = T/T_{in}$  от безразмерной координаты  $X = x/l$ . Безразмерное время  $\tau = tl/v_x$ . Результаты получены на сетке 100 контрольных объёмов. Видно хорошее согласование численного и аналитического решений — заметное отклонение наблюдается лишь в области излома аналитического решения (рис. 2а).

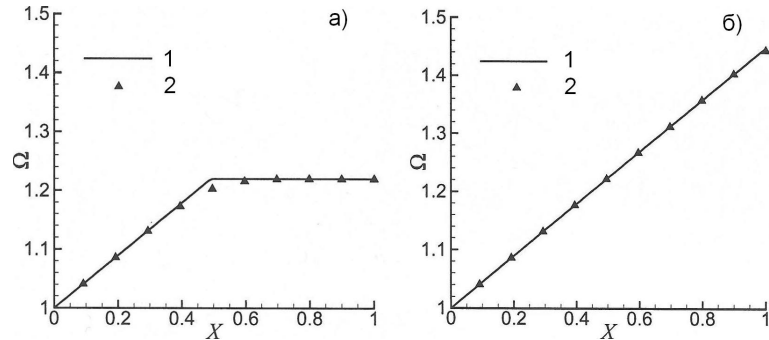


Рис. 2. Распределение  $\Omega(X)$  в моменты времени  $\tau = 5/7$  (а) и  $\tau = 15/7$  (б)

### Литература

1. Алишаев М.Т., Розенберг М.Д., Теслюк Е.В. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений. — М.: Недра, 1985.
2. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
3. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. — М.: Недра, 1965. — 240 с.

УДК 519.6

А.Ю. Гехсбарг

agehsbarg@gmail.com

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Оценка параметра модели канцерогенеза

Целью работы являлось изучение математических моделей канцерогенеза и технологии усвоения клиничко-экспериментальных данных.

Согласно современным представлениям, основным событием, приводящим к образованию опухолей, являются мутации ДНК. Существуют как одноударные, так и многоударные модели канцерогенеза, в рамках которых предполагается, что к раковой трансформации клетки приводят соответственно одна или несколько последовательных мутаций. Параметрами канцерогенеза являются скорости мутаций, скорости гибели и деления клеток. В результате воздействия различных факторов параметры канцерогенеза могут меняться. Оценка этих изменений является основной задачей клиники и экспериментальной онкологии. На рис. 1 в качестве примера, приведена схема двухударной модели.

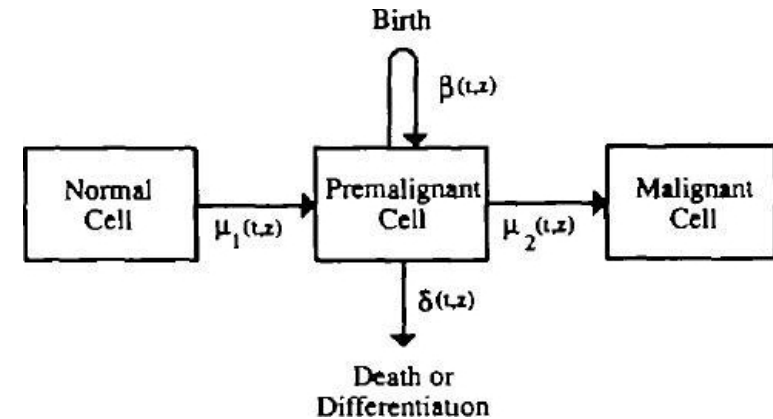


Рис. 1. Схема двухударной модели канцерогенеза

В эксперименте использовались трансгенные мыши HER-2 [5], для которых характерна повышенная скорость образования опухолей. Животные были разделены на две группы по 24 мыши в каждой: контрольная группа и исследуемая группа, которой вводилось вещество эпиталон, воздействие которого на параметры канцерогенеза исследовалось. Эпиталон — вещество, получаемое направленным химическим синтезом, которое изменяет синтез белка в клетках, через изменение синтеза РНК [7]. Для каждого животного фиксировались продолжительность жизни, время обнаружения первой опухоли и время обнаружения последующих опухолей.

Для описания данных была использована одноударная модель канцерогенеза и на её основании произведена оценка основного параметра канцерогенеза, который характеризует скорость превращения здоровых клеток в раковые. Выбор одноударной модели обусловлен тем, что в ДНК трансгенных мышей HER-2 уже существуют мутировавшие гены. Получено соотношение основного параметра канцерогенеза и скорости деления раковых клеток (рис. 2).

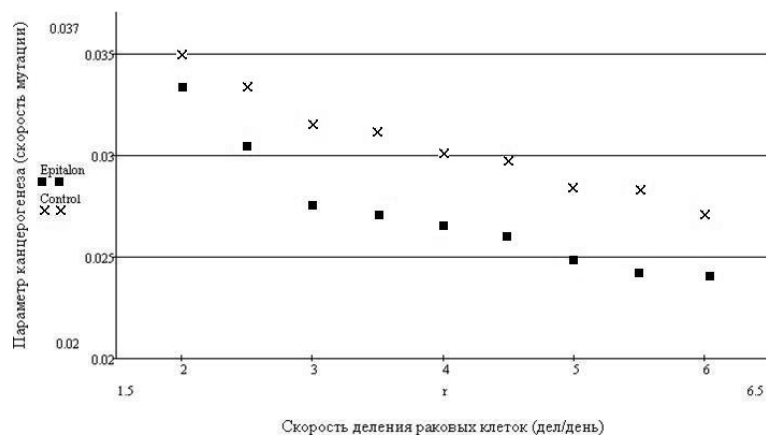


Рис. 2. Соотношение основного параметра канцерогенеза и скорости деления раковых клеток.

На основании построенной модели для проверки полученных результатов методом Монте-Карло были промоделированы трансформация здоровых клеток в раковые и рост опухоли. Данные компьютерного моделирования позволили сделать вывод об адекватности построенной модели.

Таким образом, модель была настроена на экспериментальные данные, проведена проверка адекватности модели, и показано, что меньшая вероятность мутации соответствует исследуемой группе мышей. Сделан вывод о снижении скорости мутаций под влиянием эпиталона.

### Литература

1. *Portier C.J. and Edler L.* Two-Stage Models of Carcinogenesis, classification of Agents, and Design of Experiments // *Fundamental and applied toxicology*. — 1990. — N. 14. — P. 444–460.
2. *Portier C.J. and Kopp-Schneider A.* A Multistage Model of Carcinogenesis Incorporating DNA Damage and Repair and Risk Analysis // *PNAS*. — 1991. — V. 11, N. 3.
3. *Anderson. M.* Is in Biochemical Applications to Risk Assessment: How Do We Evaluate Individual Components of Multistage Models? // *Environmental Health Perspectives*. — 1987. — N. 76. — P. 175–180.
4. *Tomlinson IPM and Bodmer WF.* Failure of Programmed Cell Death and Differentiation as Causes of Tumors: Some Simple Mathematical Models // *PNAS*. — 1995. — N. 92. — P. 11130–11134.
5. *Anisimov V.N.* The relationship between aging and carcinogenesis: a critical appraisal // *Critical Reviews in Oncology/Hematology*. — 2003. — P. 277–304.
6. *Luebeck, Moolgavkar.* Multistage carcinogenesis and the incidence of colorectal cancer // *Carcinogenesis*. — 2000. — V. 21, N. 5. — P. 857–864.
7. <http://www.psn.ru/conf/kmu2001/kbfb/sharov.shtml>.

УДК 621.1

*Н.В. Горячих, А.Г. Батухтин, С.А. Иванов*

luntik.87@mail.ru, batuhtina\_ir@mail.ru, luntik.87@mail.ru

Читинский государственный университет

## Моделирование процессов в теплофикационных системах при ограничении тепловой нагрузки турбины

Проблеме покрытия переменной части графиков электрической нагрузки в последнее время уделялось много внимания. Для повышения надежности энергоснабжения в период максимума известны различные способы временной перегрузки паротурбинных установок, совместная работа паросиловых блоков и газотурбинных установок, увеличение параметров свежего пара, но данные способы не получили широкого распространения. К специфическим особенностям теплофикационных систем можно отнести значительно более высокую, чем в электротехнических системах, инерционность процессов. Использование инерционности теплофикационных систем является одним из существенных факторов повышения маневренности ТЭЦ для периодического снижения отдачи тепла от ТЭЦ в часы провалов и пиков электрических нагрузок с последующей компенсацией отпуска тепла в ночные часы. Для определения допустимого снижения отпуска теплоты потребителям необходимо учитывать в получаемых моделях как аккумулирующую способность тепловых сетей, так и зданий.

Определение допустимого снижения температуры прямой сетевой воды определяется рядом факторов. Основным ограничением является температура воздуха внутри помещения. Для определения данного ограничения необходимо выявить аналитическую зависимость температуры воздуха внутри здания от величины температурного возмущения на источнике и времени.

Рассмотрим влияние аккумулирующих свойств тепловых сетей для построения моделей теплофикационных систем. Для получения аналитической зависимости температуры прямой сетевой воды

у потребителя  $t''_{\text{ПС}}$  от температурного возмущения на источнике  $t'_{\text{ПС}}$  запишем в дифференциальной форме тепловой баланс потока сетевой воды у потребителя после температурного возмущения на основе уравнения, предложенного В.Я. Гиршфельдом, с учётом потерь тепла в трубопроводах тепловых сетей:

$$V_{\text{ПС}} \cdot c_{\text{РВ}} \cdot \rho_{\text{В}} \cdot d(t''_{\text{ПС}}) = -v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}} \cdot \rho_{\text{В}} \cdot (t''_{\text{ПС}} - (A_1 - t''_{\text{ПС}} \cdot B_1)) \cdot d(\tau),$$

где:  $A_1 = t'_{\text{ПС}} \cdot \left(1 - \frac{l \cdot (1+\beta)}{2 \cdot R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}\right) + t_{\text{н}} \cdot \frac{l \cdot (1+\beta)}{R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}$ ;  $B_1 = \frac{l \cdot (1+\beta)}{2 \cdot R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}$ ;  $V_{\text{ПС}}$  — ёмкость труб подающей магистрали теплосети, м<sup>3</sup>;  $c_{\text{РВ}}$  — теплоёмкость прямой сетевой воды, кДж / кг<sup>о</sup> С;  $\rho_{\text{В}}$  — плотность сетевой воды, кг / м<sup>3</sup>;  $v_{\text{В}}$  — объёмный расход прямой сетевой воды, м<sup>3</sup>/с;  $\beta$  — коэффициент местных потерь теплоты трубопровода прямой сетевой воды;  $l$  — длина трубопровода прямой сетевой воды, м;  $R_{\text{ср}}$  — термическое сопротивление трубопровода прямой сетевой воды (среднее по всей длине), м<sup>о</sup>С/Вт.

Решая выше представленное уравнение, получим зависимость:

$$t''_{\text{ПС}} = \frac{\left[ t'_{\text{ПС}} \cdot \left(1 - \frac{l \cdot (1+\beta)}{2 \cdot R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}\right) + t_{\text{н}} \cdot \frac{l \cdot (1+\beta)}{R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}\right]}{1 + \frac{l \cdot (1+\beta)}{2 \cdot R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}} \times$$

$$\times \frac{\left(1 - e^{-\varphi_{\text{ПС}} \cdot \tau \cdot \left(1 + \frac{l \cdot (1+\beta)}{2 \cdot R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}\right)}\right)}{1 + \frac{l \cdot (1+\beta)}{2 \cdot R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}} + t''_{\text{ПС}}^{\text{H}} \cdot e^{-\varphi_{\text{ПС}} \cdot \tau \cdot \left(1 + \frac{l \cdot (1+\beta)}{2 \cdot R_{\text{ср}} \cdot v_{\text{В}} \cdot c_{\text{РВ}}}\right)}.$$

Использование теплоаккумулирующей способности зданий позволяет проводить регулирование отпуска теплоты на отопление по средней наружной температуре воздуха за некоторый период с соответствующим сдвигом времени.

Для определения изменения температуры внутри здания при периодических внешних и внутренних тепловых воздействиях предлагается использовать уравнение Е.Я. Соколова с учётом ряда факторов. К основным можно отнести учёт неравенства значений коэффициентов теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях стены, а также непостоянство количества теплоты, подводимой извне на отопление в единицу времени.

Учитывая вышепредставленные недостатки, уравнение будет иметь вид

$$\chi_0 \cdot V \cdot (t_{\text{В}} - t_{\text{н}}) d\tau = \theta_{\text{В}} \cdot c_{\text{Р}} \cdot (t''_{\text{ПС}} - t''_{\text{ОС}}) d\tau + \quad (1)$$

$$+F \cdot S \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{L - K}{K + N + L} \right) dt_b,$$

где  $\chi_0$  — удельная отопительная характеристика зданий, кДж /м<sup>3</sup> · ч · ° С;  $V$  — наружный объём зданий, м<sup>3</sup>;  $F$  — суммарная поверхность конструкций, м<sup>2</sup>;  $\rho$  — плотность материала стен, кг /м<sup>3</sup>;  $S$  — толщина стен, м;  $c$  — теплоёмкость материала стен, кДж /кг · ° С;  $t_{СТ}$  — средняя температура стенки, ° С;  $t_b$  — температура внутри зданий, ° С;  $t_n$  — температура наружного воздуха, ° С;  $K$  — термическое сопротивление теплоотдачи на внутренней поверхности, м<sup>2</sup> ° С /кВт;  $L$  — термическое сопротивление теплоотдачи на внешней поверхности, м<sup>2</sup> ° С /кВт;  $N$  — термическое сопротивление теплопроводности, м<sup>2</sup> ° С /кВт;  $t''_{OC}$  — температура обратной сетевой воды у потребителя, ° С;  $t''_{ПС}$  — температура прямой сетевой воды у потребителя, ° С.

В формуле (1) величина  $t''_{ПС}$  — установившаяся температура сетевой воды у потребителя, поэтому для более точного расчёта необходимо взять среднелогарифмическую температуру прямой сетевой воды от источника в начальный момент (до возмущения) и установившейся температуры после возмущения:  $t_{CP}^{ЛОГ} = \frac{t_{ПС} - t''_{ПС}}{2.3 \cdot \lg \frac{t_{ПС}}{t''_{ПС}}}$  — среднелогарифмическая температура прямой сетевой воды, ° С.

Решая представленное уравнение, получим зависимость для определения температуры внутреннего воздуха:

$$t_b = \frac{t_n^H \cdot \chi_0 \cdot V - \chi_0 \cdot V \cdot t_n - \theta_b \cdot c_p \cdot (t_{ПС}^H - t''_{OC})}{e^{\frac{\tau \cdot \chi_0 \cdot V}{\theta}} \cdot \chi_0 \cdot V} + t_n + \theta_b \cdot c_p \cdot (t_{CP}^{ЛОГ} - t''_{OC}).$$

Данное выражение наиболее полно характеризует процессы теплообмена в помещении. Используя полученные математические модели, можно определить допустимое снижение температуры прямой сетевой воды для ограничения тепловой нагрузки турбины с целью получения дополнительной мощности.

УДК 519.6

*А.В. Дейнега<sup>1</sup>, С.А. Белоусов<sup>2</sup>, И.А. Валуйев<sup>3</sup>*

poblizosti@kintech.ru, belousov@gmail.com,  
valuev@physik.hu-berlin.de

<sup>1</sup> ООО «Кинтех Лаб»

<sup>2</sup> Российский научный центр «Курчатовский институт»

<sup>3</sup> Объединённый институт высоких температур РАН

## Расчёт матрицы перехода в рамках метода решения уравнений Максвелла во временном представлении

Для расчёта оптических свойств фотонных кристаллов (ФК) широко используются численные методы, работающие в частотном представлении. Среди них одним из наиболее распространённых является метод разложения по плоским волнам [1]. Этот метод достаточно эффективен и прост в реализации, однако он сталкивается с рядом проблем при моделировании поглощающих рассеивателей, составляющих ФК. Этого недостатка лишены методы многократного рассеяния [2], однако их применение осложнено в случае рассеивателей произвольной формы. Более общим является подход, в котором периодический слой ФК разбивается на подслои достаточного малого размера, для каждого из которых рассчитывается своя матрица перехода, связывающая значения полей на его противоположных сторонах [3]. Матрица перехода всего слоя получается путём перемножения матриц перехода для составляющих её подслоев. С помощью этой матрицы можно рассчитывать коэффициенты прохождения и отражения конечной ФК пластинки, а также зонную структуру бесконечного ФК.

Мы предлагаем способ, с помощью которого матрица перехода может быть рассчитана с помощью метода решения уравнений Максвелла во временном представлении (Finite-Difference Time-Domain method, FDTD) [4]. Этот способ наследует все преимущества FDTD: он удобен при задании сложных геометрических объектов, с его помощью можно исследовать дисперсные и анизотропные среды. По сравнению с обычным расчётом FDTD наш способ обладает преимуществом в тех случаях, когда возникает необходи-



мость варьировать взаимное расположение слоёв и их количество, поскольку матрица перехода может быть рассчитана только один раз, а дальше многократно использоваться при вариации количества и расположения слоев.

В рамках нашего метода для рассматриваемого слоя проводится серия численных экспериментов с различными значениями поляризации и угла падения падающей волны. Для этого используется техника, заимствованная нами из метода спектрального FDTD [5]. Матрица перехода слоя рассчитывается с помощью преобразования Фурье записанных значений полей по времени и по пространству. Для расчёта матричных элементов, соответствующих затухающим волнам, требуется специально развитая для этого процедура.

Предлагаемый метод может быть использован для расчёта зонной структуры ФК, который рассматривается как бесконечная последовательность сдвинутых друг относительно друга слоев. При этом в отличие от альтернативного способа расчёта FDTD с применением блоховских граничных условий по всем направлениям [5] наш метод оказывается более экономичным по времени.

### Литература

1. Ho K.M., Chan C.T., Soukoulis C.M. Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures // Phys. Rev. Lett. — 1990. — V. 65. — P. 3152.
2. Stefanou N., Yannopoulos N., Modinos A. Heterostructures of photonic crystals: frequency bands and transmission coefficients // Comput. Phys. Commun. — 1998. — V. 113. — P. 49.
3. Pendry J.B. Photonic band structures // J.Mod. Opt. — 1994. — V. 41. — P. 209.
4. Taflov A., Hagness S.H. Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time-Domain Method. — Boston: Artech House, 2005.
5. Aminian A., Rahmat-Samii Y. Spectral FDTD: a novel technique for the analysis of oblique incident plane wave on periodic structures // IEEE Trans. Antennas Propag. — 2006. — V. 54. — P. 1818.
6. Fan S., Villeneuve P., Joannopoulos J. Large omnidirectional band gaps in metallodielectric photonic crystals // Phys. Rev. B. — 1996. — V. 54. — P. 11245.

УДК 519.63

С.В. Долгов

dc1988@mail.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
Институт вычислительной математики РАН

## О применении тензорных аппроксимаций при решении эллиптических уравнений

Эллиптические уравнения являются описанием многих физических моделей, например, уравнения теплопроводности, электростатики, квантовой механики. При этом размерность задачи может быть настолько большой, что исключает возможность получения решения стандартными численными методами. Например, при описании поведения электронов в молекуле воды с помощью уравнения Шредингера получается уравнение размерности 54. Даже для хранения дискретного решения такого уравнения с 10 узлами сетки в каждом направлении потребуется объём памяти порядка  $10^{55}$  байт. Необходимо применять специальные методы представления данных и решения задач.

**Определения и обозначения.** Массивы данных типа вышеупомянутого дискретного решения, в которых естественная нумерация элементов задается более чем двумя индексами, называются тензорами. Пусть  $d \in N$ ,  $I = \{I_1, \dots, I_d\} \in N^d$ ,  $J = \{1..I_1\} \times \dots \times \{1..I_d\}$ .

Множество вещественных чисел  $T = \{t_j \in R, j \in J\}$ , называется тензором размерности  $d$  с длинами мод  $I_1, \dots, I_d$  и множеством допустимых индексов  $J$ . Если выполняется разложение вида

$$t_j = \sum_{k=1}^r u_{j_1,k}^1 \cdot \dots \cdot u_{j_d,k}^d \forall j \in J \quad (1)$$

с некоторым  $r > 0$ , то говорят, что задано каноническое разложение тензора  $T$  ранга  $r = r(T)$ .

В пространстве тензоров введём норму  $\|T\| = \left(\sum_{j \in J} t_j^2\right)^{1/2}$ . Можно поставить задачу аппроксимации данного тензора другим

тензором меньшего ранга:

$$\min_S \|T - S\|.$$

Эта задача не всегда имеет решение, но если оно существует и ранг тензора  $SR = r(S) \ll n$  (здесь будем считать  $I_k = n, \forall k \in 1..d$ ) и  $R \ll r$ , то для  $S$  требуется  $dnR$  ячеек памяти, что много меньше  $dnr$  в представлении (1), и тем более  $n^d$  при хранении в естественной нумерации.

Иногда ставят другую задачу: пусть задано  $\varepsilon > 0$ . Найти

$$S = \arg \min_S (r(S)) : \|T - S\| < \varepsilon. \quad (1)$$

Помимо способа построения  $S$  по известному  $T$ , важна зависимость ранга приближения  $r(S)$  от  $T$  и  $\varepsilon$ . В данной работе приведён пример оценки такой зависимости.

**Тензорное представление эллиптических уравнений.**

Пусть задана область  $\Omega \in R^d$ , в которой рассматривается уравнение

$$\begin{cases} -(a(x)\nabla u) = f(x), \\ u|_{\partial\Omega} = g. \end{cases} \quad (2)$$

Зададим в  $\Omega$  сетку с узлами  $x_j = (j_1 h_1, \dots, j_d h_d)$ ,  $j \in J$ ,  $J = \{1..n\} \times \dots \times \{1..n\}$ .

Выполнив дискретизацию (2), например, методом конечных элементов, получим систему линейных уравнений  $A(\bar{a}) * \bar{u} = \bar{f}$ , где векторы  $\bar{a}$ ,  $\bar{u}$  можно представить и как тензоры со множеством допустимых индексов  $J$ , а матрицу  $A$  — с  $J \times J$ . Для решения этой системы итерационными методами нужно уметь быстро умножать матрицу на вектор, и для этого можно воспользоваться тензорными представлениями. Матрица  $A$  часто представляется в виде суммы кронекеровых произведений матриц меньшего размера:  $A = \sum_{k=1}^R B_k^1 \otimes \dots \otimes B_k^d$ , где матрицы  $B_k^q$  размера  $n \times n$ . Если приблизить  $\bar{u}$  объектом (1), то операция  $A * \bar{u}$  потребует  $Rrdn^2$  операций вместо стандартных  $n^{2d}$ , что намного ускоряет процесс решения. Оказывается, в некоторых случаях существует определённый ранг такого приближения по задаче (1) и простой алгоритм его нахождения.

**Тензорная структура решения двумерного уравнения Пуассона.** Рассмотрим уравнение (2), где  $\Omega = [0,1]^2$ ,  $g \equiv 0$ . Будем искать численное решение методом Галеркина: найти  $u_h = \sum_{j \in J} \alpha_j \varphi_j(x) : (a\nabla u_h, \nabla \varphi_i)_{L_2(\Omega)} = (f, \varphi_i)_{L_2(\Omega)}$ .

Поскольку  $J = \{j_1, j_2\}$ , то  $u_h$  можно считать матрицей. Используя сингулярное разложение, получим:  $u_h = U \times \Sigma \times V^T = \sum_{k=1}^r \sigma_k u_k \cdot v_k^T$ , откуда  $(u_h)_{i,j} = \sum_{k=1}^r \sigma_k u_{ik} v_{kj}$  — а это есть представление (1), оно существует всегда, в крайнем случае  $r = n$ .

Пусть теперь  $a(x)$  — кусочно-постоянная функция. Тогда все её значения на  $\Omega$  составляют матрицу  $\{a_{p,q}\}_{p,q=1}^M$ . Обозначим

$$r_a = \text{rank} \begin{pmatrix} 1/a_{11} & \dots & 1/a_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/a_{M1} & \dots & 1/a_{MM} \end{pmatrix},$$

$r_f = \text{rank}([f_{i,j}])$ . Тогда если поставить задачу  $\|u_h - \tilde{u}\| < \varepsilon$ , то для  $R = \text{rank}([\tilde{u}_{i,j}])$  выполняется следующая оценка:

$$R \leq C \cdot |\log(\varepsilon)| \cdot r_f \cdot r_a.$$

## Литература

1. *Тыртыхников Е.Е.* Матричный анализ и линейная алгебра. — М.: Физматлит, 2007. — 480 с.
2. *Тыртыхников Е.Е.* Методы численного анализа. — М.: Издательский центр «Академия», 2007. — 320 с.
3. *Hackbusch W., Khoromskij B.N., Sauter S., Tyrtushnikov E.E.* Use of tensor formats in elliptic eigenvalue problems // J. Numer. Math. — 2006. — N. 15. — P. 87–125.
4. *Hackbusch W., Khoromskij B.N., Tyrtushnikov E.E.* Hierarchical Kronecker tensor-product approximations // J. Numer. Math. — 2005. — N. 13. — P. 119–156.

*М.И. Казарина, А.В. Седельников*

margo\_shkoda@mail.ru, axe\_backdraft@inbox.ru

Самарский государственный аэрокосмический университет  
им. акад. С.П. Королёва

## Задача о температурных колебаниях больших упругих элементов космической лаборатории

При решении задачи оценки микроускорений считается, что для космической лаборатории основной вклад в поле микроускорений вносят возмущения, связанные с колебаниями больших упругих элементов [1–4]. Однако успешная борьба с квазистатической компонентой конструктивными способами [5] актуализирует задачу в другой постановке, когда основным источником, порождающим поле микроускорений, являются колебания, вызванные не применением средств активной ориентации аппарата, а температурные колебания больших упругих элементов.

Требуется оценить уровень микроускорений, создаваемый за счёт температурных колебаний упругих элементов КА. На солнечной стороне температура составляет около  $+110^\circ\text{C}$ , тогда как в тени опускается до  $-170^\circ\text{C}$ . Такой перепад температур вызывает температурные колебания больших упругих элементов КА. Таким образом, одна из четырёх основополагающих гипотез физической модели [6] переписывается так: микроускорения создаются за счёт температурных колебаний упругих элементов. Если вклад температурных колебаний в общий уровень микроускорений окажется существенным, то это необходимо будет учесть при их оценке по методикам [7–10].

Получена оценка микроускорений от температурных колебаний упругих элементов КА. Проведено сравнение результатов оценки с результатами, представленными в работах [2, 4, 11], где учитывались возмущения от активной ориентации КА. Сделан вывод о том, что в некоторой ситуации микроускорения, создаваемые за счёт температурных колебаний, могут быть сопоставимы с микроускорениями,

ниями, создаваемыми за счёт использования активной ориентации КА.

В дальнейшем планируется создать конечноэлементную модель больших упругих элементов КА для более точного моделирования их собственных колебаний, чем при использовании классических балок Эйлера–Бернулли [12], а также провести сравнение результатов представления упругих элементов балками, однородными ортотропными пластинами и с помощью конечных элементов в среде Nastran.

### Литература

1. Седельников А.В. Проблема микроускорений: 30 лет поиска решения // Современные наукоемкие технологии. — 2005. — 4. — С. 15–22.
2. Авраменко А.А., Седельников А.В. Моделирование поля остаточной микрогравитации на борту орбитального КА // Изв. вузов. Авиационная техника. — 1996. — 4. — С. 22–25.
3. Седельников А.В. Фрактальная оценка микроускорений для слабого демпфирования собственных колебаний упругих элементов космического аппарата. Ч. I // Изв. вузов. Авиационная техника. — 2006. — 3. — С. 73–75.
4. Седельников А.В. Фрактальная оценка микроускорений для слабого демпфирования собственных колебаний упругих элементов космического аппарата. Ч. II // Изв. вузов. Авиационная техника. — 2007. — 3. — С. 62–64.
5. Седельников А.В., Подлеснова Д.П. Космический аппарат «Спот-4» как пример успешной борьбы с квазистатической компонентой микроускорений // Известия высших учебных заведений. Северо-кавказский регион. — 2007. — 4 (140). — С. 44–46.
6. Седельников А.В., Бязина А.В., Иванова С.А. Статистические исследования микроускорений при наличии слабого демпфирования колебаний упругих элементов КА // Научные чтения в Самарском филиале РАО. — Часть 1. Естественное знание. — М.: Изд. УРАО, 2003. — С. 137–158.
7. Седельников А.В., Казарина М.И. Отождествление параметров фрактальной модели микроускорений // Тезисы докладов международной молодёжной научной конференции «XIV Туполевские чтения». Казань. — 2006. — Т. 4. — С. 15–16.

8. *Седельников А.В.* Статистические исследования микроускорений как случайной величины // *Фундаментальные исследования.* — 2004. — 6. — С. 123–124.

9. *Sedelnikov A.V., Koruntjaeva S.S.* Fractal model of microaccelerations: research of qualitative connection // *European journal of natural history.* — 2007. — 5. — P. 73–75.

10. *Седельников А.В.* К вопросу выбора обобщённого параметра упругих конструкций космического аппарата для построения фрактальной модели микроускорений // *Изв. вузов. Авиационная техника.* — 2008. — 1. — С. 63–65.

11. *Казарина М.И., Седельников А.В.* Фрактальная модель микроускорений // *Сборник материалов X Российского Чтения-конкурса памяти С.А. Каплана.* — Н. Новгород. — 2007. — С. 105.

12. *Казарина М.И., Седельников А.В., Серпухова А.А.* Исследование адекватности физической модели микроускорений // *Тезисы докладов второй Всероссийской конференции учёных, молодых специалистов и студентов «Информационные технологии в авиационной и космической технике 2009».* — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. — 2009. — С. 92.

УДК 533.9.01

*С.В. Киндышева, Н.Л. Александров*

yuki@neq.mipt.ru, alek@neq.mipt.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Моделирование динамики быстрого нагрева в послесвечении высоковольтного наносекундного разряда в воздухе при атмосферном давлении

Изучению динамики быстрого (на временах, меньших времени колебательной релаксации молекул) выделения тепла в разряде посвящен ряд работ. Так, в работе Попова [1] была изучена ситуация для относительно низких значений приведённой напряжённости электрического поля в диапазоне 100–300 Тд в воздухе и чистом азоте. В результате было выяснено, что порядка 28% от энерговклада, идущего в разряде на возбуждение электронных уровней молекул, за времена менее 1 микросекунды превращается в тепло, что подтверждается и экспериментальными данными. В последнее время появились эксперименты [2], свидетельствующие о том, что при более высоких полях в тепло идёт значительно больше энергии, что говорит о новых механизмах нагрева в этом диапазоне полей.

Целью данной работы являлось построение кинетической схемы, позволяющей описать существующие экспериментальные данные, когда значительная доля энергии идёт в ионизацию молекул и возбуждение высоколежащих состояний молекул азота. Для этого была более детально рассмотрена кинетика возбуждённых состояний молекул и заряженных частиц.

Основными каналами быстрого нагрева при высоких полях оказались диссоциативная электрон-ионная рекомбинация, тройная ион-ионная рекомбинация и тушение возбуждённых состояний азота на молекулах кислорода.

В расчётах было показано, что доля энергии, выделяющейся на микросекундных временах, увеличивается с ростом электрического

поля в разряде в диапазоне 300–1000 Тд, достигая величины порядка 50% при 1000 Тд.

### Литература

1. Попов Н.А. Исследование механизма быстрого нагрева азота и воздуха в газовых разрядах // Физика плазмы. — Т. 27, № 10. — 2001. — С. 940–949.

2. Нуднова М.М. Динамика и структура волн ионизации в наносекундном диапазоне при высоких перенапряжениях в различных конфигурациях разрядного промежутка // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, 2009.

УДК 51-73

*Е.Л. Кочетков*

eugkoch\_su@mail.ru

Институт вычислительной математики РАН

## Моделирование крупномасштабной динамики Мирового океана на неструктурированных сетках

Развитие методов вычислительной математики и современных высокопроизводительных вычислительных систем позволяет ставить задачу о создании модели Мирового океана нового поколения. Главными требованиями к ней являются аппроксимация уравнений гидротермодинамики на сфере, возможность проведения расчётов на сотни лет, следовательно, сохранение инвариантов, возможность эффективного распараллеливания (масштабируемость), возможность встраивания в модель новых блоков. Целью данной работы является создание нового динамического ядра модели Мирового океана.

За последние десятилетия было создано множество глобальных океанических моделей, при этом подавляющее большинство из них написаны в рамках широтно-долготной парадигмы, когда с помощью вырожденного преобразования координат сферическая

поверхность переводится в плоскость, где можно применять хорошо изученные методы численной аппроксимации уравнений. Такой подход, однако, имеет ряд недостатков. Одной из главных проблем является так называемая проблема полюса, связанная со сходимостью меридианов в полюсах. Хотя существуют различные методы, позволяющие решить или обойти эту проблему (фильтрация в районе полюса, перенос полюсов на сушу с помощью перехода в другую ортогональную систему координат, постановка в точках полюса дополнительных условий на вектор скорости), причина этой проблемы — вырожденное преобразование координат — все равно не исчезает. Кроме того, сетка в любом случае сгущается к полюсам, что тоже является недостатком (увеличение количества узлов, более строгое ограничение на шаг по времени).

В последние 2 десятилетия при моделировании океана стали довольно популярны неструктурированные сетки. Они обладают рядом преимуществ по сравнению с широтно-долготными сетками. Среди них: возможность построения квазиравномерной сетки на сфере, отсутствие проблемы полюса, возможность лучше аппроксимировать топографию дна и береговую линию с помощью локального сгущения сетки. Однако эти модели были разработаны для решения задач в прибрежных районах и в региональных масштабах. Поэтому, с одной стороны, они решались не на сфере, а на плоскости, с другой — не учитывали требования к глобальным моделям — возможность проведения экспериментов на сотни лет и соответственно сохранение инвариантов.

В настоящее время существует несколько моделей, основанных на неструктурированных треугольных сетках на сфере, использующих методы конечных элементов и конечных объёмов на несмещённых и смещённых сетках [1, 2].

Наиболее перспективным представляется использование метода конечных объёмов на смещённых сетках. Метод конечных объёмов является менее ресурсозатратным по сравнению с методом конечных элементов, кроме того, в нём явно аппроксимируются локальные потоки. В последние годы появились работы, посвященные сохранению инвариантов на смещённых неструктурированных сетках и перенесению численных схем на сферу [2, 3, 4].

В данной работе осуществлена попытка использования неструктурированных сеток без перехода к полной трёхмерной задаче, то есть разделяя «горизонтальное» и «вертикальное» направления.

Рассматриваются стандартные уравнения гидротермодинамики в приближении Буссинеска и гидростатики. Расчётная область, представляющая собой цилиндр на сфере (а не шаровой слой), аппроксимируется с помощью прямых призм, то есть строится поверхностная триангуляция сферы и равномерная сетка по оси  $z$  (параллельной высоте цилиндра). Используется смещённая сетка, описанная в работах [2, 3, 4]: давление, температура, солёность определяются в точках, являющихся центрами треугольников по горизонтали и центрами интервалов по вертикали, скорость определяется своими нормальными компонентами в центрах граней призм. Уравнения для уровня и для скаляров записываются внутри призмы, тогда потоки естественно записываются через значения нормальных компонент скорости на гранях этой призмы. Уравнения импульса записываются в объединении двух призм, примыкающих к грани, предварительно домноженные на нормаль к этой грани. Стоит отметить, что все уравнения рассматриваются в локальной системе координат, связанной с призмой. Если с оператором дивергенции, как было отмечено выше, все достаточно ясно, то при аппроксимации градиента, силы Кориолиса, адвекции и вязкости есть сложности. Градиент (горизонтальный) величины в центре ребра аппроксимируется как разность значений в центрах треугольников, разделённая на расстояние между центрами. Таким образом, требуется, чтобы центры были центрами описанных окружностей, а это налагает дополнительное ограничение на триангуляцию. Если в сетке есть треугольники, близкие к прямоугольным или тупоугольным, то аппроксимация не будет достигаться. Для аппроксимации силы Кориолиса, адвекции и вязкости требуется восстанавливать вектор скорости в центре треугольника по его нормальным компонентам на ребрах, и наоборот. Формулы интерполяции (с первым порядком точности) имеют вид

$$\vec{F}_T = \frac{1}{A_T} \sum_{i=1,3} \vec{d}_i (F_n)_i l_i,$$

$$F_n = \frac{1}{D} \sum_{i=1,2} \vec{d}_i \vec{F}_i,$$

где  $d_i$  — вектор из центра треугольника в центр соответствующего ребра,  $D$  — расстояние между центрами соседних треугольников,  $l_i$  — длина ребра,  $F_n$  — нормальная компонента вектора в центре

ребра,  $\vec{F}$  — вектор в центре треугольника,  $A_T$  — площадь треугольника. Сила Кориолиса записана в таком виде, что оператор оказывается кососимметрическим (то есть не влияет на баланс энергии), но шаблон является четырёхточечным. Использование данных формул при построении аппроксимации позволяет также добиться сохранения скаляров и кинетической энергии.

Была осуществлена программная реализация аппроксимации пространственных операторов на сфере (для построения триангуляции сферы использовался пакет ANI3D) (Ю. Василевский, К. Липников, А. Данилов). Были проведены тесты и получены первые результаты работы программы.

### Литература

1. *Chen C., Liu H., Beardsley R.C.* An unstructured grid, finite-volume, three-dimensional, primitive equations ocean model: application to coastal ocean and estuaries // *J. Atm. Oceanic Technol.* — 2003. — N. 20. — P. 159–186.
2. *Fringer O.B., Gerritsen M., Street R.L.* An unstructured-grid, finite-volume, nonhydrostatic, parallel coastal simulator // *Ocean Modelling.* — 2006. — N. 14. — P. 139–173.
3. *Perot B.* Conservation properties of unstructured staggered mesh schemes // *J. Comput. Phys.* — 2000. — N. 159. — P. 58–89.
4. *Stuhne J.R., Peltier W.R.* A robust unstructured grid discretization for 3-dimensional hydrostatic flows in spherical geometry: a new numerical structure for ocean generation circulation modeling // *J. Comput. Phys.* — 2006. — N. 213. — P. 704–729.

*О.С. Лебедева*

lebedevaos@gmail.com

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
Институт вычислительной математики РАН

## Блочный тензорный метод типа сопряжённых градиентов для минимизации отношения Рэля в двумерном случае

Рассмотрим спектральную задачу  $Mx = \lambda x$ , где  $M$  — симметричная матрица размера  $N \times N$ . Требуется найти  $d \ll N$  младших собственных чисел и соответствующих собственных векторов. Для решения этой задачи существуют стандартные итерационные методы [1]. Однако может оказаться, что  $N$  столь велико, что невозможно оперировать векторами из  $R^N$ . Эта проблема возникает при решении задач в многомерных тензорных пространствах. Однако в ряде случаев число параметров, с помощью которых задаются вектор и матрица, можно сократить, используя тензорные приближения малого ранга [2, 3].

Нами предложен новый спектральный метод, в котором вместо всех векторов и матриц используются их приближения в малоранговом тензорном формате, причём мы ограничиваемся рассмотрением двумерной задачи, поскольку даже случай  $d = 2$  может оказаться критичным для применения спектрального метода.

Эффективность тензорных методов обуславливается дополнительными предположениями о задаче. Во-первых, мы предполагаем, что каждый из набора искомым векторов представляется в малоранговом формате

$$x \approx \sum_{i=1}^{trank(x)} u_i \otimes v_i, \quad u_i, v_i \in R^n,$$

где  $trank(x) \ll n$  — тензорный ранг вектора  $x$ . Для хранения такого вектора требуется уже не  $n^2$ , а  $2nr = O(n)$  ячеек памяти.

Во-вторых, для того чтобы операции с тензорными векторами не приводили к векторам общего вида, требуется, чтобы матрица представлялась в виде суммы небольшого числа тензорных слагаемых:  $M = \sum_{i=1}^m A_i \otimes B_i$ , где  $m$  (тензорный ранг матрицы  $M$ ) много меньше  $n$ . Эти предположения выполняются для задач, получаемых при конечноразностных аппроксимациях дифференциальных уравнений [4].

В новом методе мы начинаем с начального приближения, заданного в малоранговом тензорном формате, и проводим вычисления, аналогичные тем, что используются в стандартных спектральных алгоритмах. Сложность состоит в том, что у следующих приближений тензорный ранг, вообще говоря, растёт. Поэтому мы определяем эффективную процедуру переаппроксимации векторов приближений векторами малого ранга, а полученный метод называем модифицированным. Из-за процедуры переаппроксимации сходимость, вообще говоря, могла бы исчезнуть. Нами представлено обоснование сходимости модифицированных алгоритмов для структурированных векторов, когда структура понимается даже в более широком смысле. Итак, предположим, известно, что точное решение обладает некоторой специальной структурой, то есть собственные векторы принадлежат множеству  $L$ . Строится новый метод, в котором поиск решения будет проводиться среди векторов из  $L$ . Операции над векторами выводятся из множества  $L$ , поэтому мы будем использовать процедуру аппроксимации элементами из  $L$ :  $P(x) = \arg \min_{y \in L} \|x - y\|$ .

В случае нашей тензорной задачи в качестве  $L$  берётся множество тензоров с ограниченным рангом:  $L_r = \{x | trank(x) \leq r\}$ .

Если исходный итерационный метод записывался как  $x_{i+1} = F(x_i, \dots, x_{i-k+1})$ , то модифицированный метод выглядит следующим образом:  $x_{i+1} = P(F(x_i, \dots, x_{i-k+1}))$ . Для численной устойчивости мы дополнительно потребуем, чтобы элементы  $L$  были нормированы. Предположим, исходный метод сходился линейно со скоростью  $\gamma$   $\|x_{i+1} - x\| < \gamma \|x_i - x\|$  для произвольного  $x_0$  такого, что  $\|x_0\| = 1$  и  $(x_0, x) \neq 0$ . В последующих утверждениях мы подразумеваем те же условия на  $x_0$ .

Теорема 1. Если скорость сходимости исходного метода  $\gamma < 1/2$ , то модифицированный метод сходится к  $x$  из  $L$  линейно со скоростью  $\tilde{\gamma} = 2\gamma$ .

При аппроксимации на каждом  $k$ -м шаге, где  $k \leq \log_{1/\gamma} 2$ , модифицированный метод будет сходиться со средней за  $k$  итераций скоростью  $\tilde{\gamma} = 2^{1/k} \gamma$ .

**Теорема 2.** Пусть точное решение  $x$  лежит в  $\delta$ -окрестности структурированного вектора:  $\tilde{x} \in L$ ,  $\|\tilde{x} - x\| \leq \delta$ , где  $\delta < \sqrt{2}/3$ . Если скорость сходимости исходного метода  $\gamma < 1/3$ , то модифицированный метод будет сходиться к  $x$  со скоростью  $\tilde{\gamma} = 3\gamma$  до тех пор, пока не попадёт в  $3\delta$ -окрестность  $x$ . При продолжении итераций приближение не выйдет из  $3\delta$ -окрестности решения.

Используется ещё один вид аппроксимации — с ограниченной относительной ошибкой:  $\|P_\varepsilon(x) - x\|/\|x\| < \varepsilon$ .

**Теорема 3.** Если скорость сходимости исходного линейного метода  $\gamma < 1/3$ , то при  $\varepsilon < \sqrt{2}/3$   $\varepsilon$ -модифицированный метод будет сходиться со скоростью  $\tilde{\gamma} = 3\gamma$  до тех пор, пока приближение не попадёт в  $3\varepsilon$ -окрестность  $x$ . При продолжении итераций приближение не выйдет из  $3\varepsilon$ -окрестности решения.

За основу нашего тензорного метода был выбран блочный метод сопряжённых градиентов [5]. Были реализованы несколько вариантов тензорного метода с «дожиманием» рангов: с жёсткими ограничениями на ранги векторов, с минимизацией тензорного ранга при ограничениях на вносимую ошибку и с ограничениями на ошибку и ранг. Модифицированный метод был протестирован на примере конечно-разностных аппроксимаций эллиптических задач. Численные эксперименты подтвердили асимптотическую зависимость вида  $O(\sqrt{N})$  времени работы метода от общего числа параметров.

### Литература

1. *Парлетт Б.* Симметричная проблема собственных значений. — М.: Мир, 1983. — 384 с.
2. *De Lathauwer L., De Moor B.* From matrix to tensor: Multilinear algebra and signal processing // Institute of mathematics and its applications conference series, 1998. — V. 67. — P. 1–16.
3. *Hackbusch W., Khoromskij B.N., Tyrtyshnikov E.E.* Approximate iterations for structured matrices // Numer. Math., 2008. — V. 109, № 3. — P. 365–383.
4. *Tyrtyshnikov E.E.* Tensor approximations of matrices generated by asymptotically smooth functions // Mat. Sb., 2003. — V. 194, N. 6. — P. 147–160.

5. *D' yakonov E. G., Knyazev A. V.* A group iteration method for finding the lowest eigenvalues // Vestnik Moskov. Univ. Ser. XV Vychisl. Mat. Kibernet. — 1982. — N. 2. — P. 29–34, 81.

УДК 512.83

*А.Ю. Михалев*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

## Нерекурсивный мультипольный метод и квазисепарабельные матрицы

Самыми популярными методами решения задачи многих тел являются мультипольный метод и метод Барнс–Хаттса. Их общей чертой является их рекурсивная составляющая.

В новом методе для того, чтобы избавиться от этого изъяна, будем считать исключенные суммы — взаимодействия тел, удалённых друг от друга на некоторое расстояние. Предполагая некоторую гладкость функции взаимодействия в дальней зоне, в одномерном случае получим разбиение матрицы взаимодействий на подматрицы, соответствующие дальнему взаимодействию. Вообще вся матрица взаимодействий в одномерном случае имеет довольно простую структуру — любая подматрица под диагональю соответствует взаимодействию двух групп частиц, между которыми есть «буферная» зона. Исходя их предположения гладкости, получаем малоранговость таких подматриц, а значит, исходная матрица — квазисепарабельная. Будем хранить подматрицы вида  $(1: i, i+1: n)$  в виде набора базисных столбцов и коэффициентов. Рассматривая переход от подматрицы  $(1: i, i+1: n)$  к подматрице  $(1: i+1, i+2: n)$ , получаем, что набор базисных столбцов изменился не более чем на один вектор.

Таким образом можно хранить не коэффициенты для получения вектора из набора базисных, а коэффициенты перехода из одного базиса в другой, что потребует малого количества памяти. В итоге для хранения одной нижней треугольной матрицы размера  $n \times n$  понадобится  $O(nr)$  памяти. Для имплементации умножения матрицы, хранящейся в таком формате, то есть матрицы взаимодействия



тел, на вектор, содержащий заряды этих тел, будем пересчитывать заряды на базисных столбцах. Этим пересчётом фактически получаем потенциалы в каждом из тел. Переходя от тел с зарядами к матрицам, получаем просто умножение матрицы на вектор.

В результате численных экспериментов выяснилось, что гравитационное взаимодействие очень хорошо аппроксимируется с помощью этого метода, он имеет линейную по порядку матрицы сложность и работает быстрее, чем методы иерархического типа.

Единственное требование для хорошей аппроксимации — матрица взаимодействия должна быть квазисепарабельной.

Работа поддержана грантом РФФИ 09-01-00565-а

УДК 51-37

*Д.Н. Микушин*

mikushin@srcc.msu.ru

Институт вычислительной математики РАН  
Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ

## Численное моделирование мезомасштабного переноса примеси: физические и вычислительные аспекты

В данной работе основное внимание уделено особенностям моделирования динамики пыльных бурь, ключевым фактором которого является воспроизведение эмиссии мелкодисперсного аэрозоля с учётом конвективных процессов и механизма сальтации, приводящего к дополнительному измельчению частиц в турбулентном воздушном потоке. В настоящее время существуют численные модели, позволяющие рассчитывать траектории сальтирующих частиц под влиянием гравитации, поверхностного трения, электрических токов и турбулентности [1]. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными по сдвиговой скорости ветра, потокам сальтирующих частиц различных диаметров и другими измерениями. Рассчитанные концентрации мелкодисперсных частиц могут быть использованы в глобальных и региональных моделях

атмосферы и деятельного слоя суши для моделирования переноса аэрозолей с помощью монотонных консервативных численных схем [2, 3]. Фактор активной примеси может вносить существенный вклад в атмосферную динамику, воздействуя на поля скорости ветра, температуры, плотности и других прогностических величин.

Моделирование процессов сальтации приводит к хорошо масштабируемым локально-одномерным алгоритмам, однако их вычислительная сложность остаётся достаточно высокой. С одной стороны, это обстоятельство мотивирует дальнейший анализ модели с целью замены некоторых явно разрешаемых эффектов, таких, как соударение частиц, статистическими приближениями и параметризациями. С другой стороны, актуальным становится изучение перспективных процессорных архитектур, ориентированных на массовый рынок, но в то же время, по сравнению с традиционными процессорами, обладающими качественно иными свойствами, такими как приоритет пропускной способности коммутационной сети над производительностью отдельного узла (что приводит к большей масштабируемости задачи) и поддержка векторных команд или суперскалярности. В работе приведён анализ производительности компонентов мезомасштабной модели на процессорах Cell.

### Литература

1. *Kok, J.F., Renno N.O.* A comprehensive numerical model of steady-state saltation (COMSALT) // *J. Geophys. Res.-Atm.* — D17204.
2. *Smolarkiewicz P.K., Margolin Len G.* MPDATA: A Finite-Difference Solver for Geophysical Flows // *J. Comp. Phys.* — 1998. — V. 140. — P. 459–480.
3. *Степаненко В.М., Микушин Д.Н.* Численное моделирование мезомасштабной динамики атмосферы и переноса примеси над гидрологически неоднородной территорией // *Вычислительные технологии.* — 2008. — Т. 13. — Специальный выпуск 3.
4. Избранные доклады Международной конференции и школы молодых учёных по вычислительно-информационным технологиям для наук об окружающей среде, 14–25 июля 2007 г., Томск. — С. 104–110.

*И.В. Ноготков, А.И. Чавро*

*ilya.nogotkov@gmail.com, chavro@inm.ras.ru*

Институт вычислительной математики РАН

## Применение аппарата искусственных нейронных сетей для детализации крупномасштабного поля приземной температуры

Как известно, применение существующих моделей общей циркуляции атмосферы является на данный момент наилучшим способом исследования антропогенного воздействия на состояние климатической системы. Однако в связи с вычислительными ограничениями эти модели, имея достаточно грубое пространственное разрешение с размером ячейки сетки порядка сотен километров, на данный момент принципиально не способны описать локальную подсеточную динамику [1]. Как следствие, такие модели не могут быть напрямую использованы в исследованиях региональных последствий изменений глобального климата.

Для устранения данного ограничения применяются методы даунскейлинга (downscaling), то есть реконструкции мелкомасштабной структуры метеорологических полей на основе их крупномасштабных значений, полученных с помощью моделей общей циркуляции атмосферы [2]. Различают два основных подхода: динамический и статистический даунскейлинг. Динамический подход состоит в построении полноценных региональных климатических моделей, использующих данные глобальной модели в качестве граничных условий. Статистический подход состоит в выявлении взаимосвязей между глобальным и региональным климатом путём проведения статистического анализа. Наиболее часто применяемыми в рамках статистического подхода являются линейные модели многомерной регрессии. Однако в последние годы большое внимание уделяется нелинейным моделям, основанным на использовании нейронных сетей, в связи с их способностью описывать сложные, нели-

нейные, меняющиеся во времени взаимосвязи между исследуемыми переменными [3].

В настоящей работе представлены результаты применения аппарата искусственных нейронных сетей для решения задачи детализации крупномасштабных метеорологических полей, полученных с помощью модели общей циркуляции атмосферы. Сравнение результатов реконструкции, полученной с помощью нейронной сети и линейной регрессии, показало, что нейросетевая модель превосходит линейную модель в способности воспроизведения наблюдаемой изменчивости климата и экстремальных явлений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 04-05-64-64919 и 06-05-64916-а)

### Литература

1. *Wigley T.M.L., Raper S.C.B.* Climate Change: Science, Impacts and Policy (eds Jäger, J. & Ferguson, H.L.) 231-242 (Cambridge Univ. Press, 1991).
2. *Hewitson B.C., Crane R.G.* Climate downscaling techniques and applications. — *Climate Research* 7: 85–95, 1996.
3. *Bishop C.M.* Neural Networks for Pattern Recognition. — Oxford University Press, 1995.

Г.В. Обвинников

ovgeorge@yandex.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Оценки норм решений систем обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений

Рассмотрим задачу Коши:

$$x(0) = x^0, \quad E \frac{dx}{dt} = Ax + f, \quad (1)$$

где  $f(t)$  — достаточно гладкая  $n$  компонентная векторная функция,  $A$  и  $E$  — соответственно отрицательно и неотрицательно определённые эрмитовы матрицы порядка  $n$ . Пучок  $\lambda E - A$  регулярен, а конечные собственные значения этого пучка являются вещественными отрицательными [1]. Такие системы возникают в различных приложениях, например, при анализе влияния неидеальности межсоединений в интегральных схемах на прохождение сигнала [2].

Пусть  $P$  — правый проектор Рисса на понижающее подпространство, отвечающее множеству конечных собственных значений пучка  $\lambda E - A$  [3]:

$$P = \frac{1}{2i\pi} \int_{\Gamma} (\lambda E - A)^{-1} E d\lambda,$$

где  $\Gamma$  — достаточно гладкий простой положительно ориентированный замкнутый контур, охватывающий все конечные собственные значения пучка. Отметим, что решение рассматриваемой задачи Коши существует и единственно в том и только том случае, если

$$(I - P^*)(Ax^0 + f(0)) = 0. \quad (2)$$

Введём в рассмотрение матрицу

$$E^+ = \frac{1}{2i\pi} \int_{\Gamma} (\lambda E - A)^{-1} d\lambda,$$

которую мы далее будем называть для краткости псевдообратной. Отметим, что  $E^+$  совпадает с традиционной псевдообратной матрицей [4], если  $P = P^*$  то есть когда  $P$  — ортопроектор.

Справедливы следующие теоремы, установленные в работе [5].

**Теорема 1.** Пусть  $x$  — решение задачи Коши (1), (2). Тогда при всех  $t \geq 0$  справедливы неравенства

$$\|Px(t)\|_2 \leq ce^{-\kappa t} \|x^0\|_2 + d \int_0^t e^{-\kappa(t-\tau)} \|f(\tau)\|_2 d\tau$$

и

$$\|(I - P)x(t)\|_2 \leq \|A^{-1}\|_2 \|f(t)\|_2,$$

где

$$c = \sqrt{\|E\|_2 \|E^+\|_2}, \quad d = \|E^+\|_2, \\ \kappa = -\lambda_{\max}(A, E) \leq 1/(\|E\|_2 \|A^{-1}\|_2),$$

а  $\lambda_{\max}(A, E)$  означает максимальное конечное собственное значение пучка  $\lambda E - A$ .

Наряду с этими оценками, справедлива нижеследующая оценка нормы вектора

$$y(t) = x(t) + A^{-1}f(t) \quad (3),$$

полезная для анализа установления решения.

**Теорема 2.** Пусть  $x$  — решение задачи Коши (1), (2) и  $y$  — вектор (3). Тогда при всех  $t \geq 0$  справедливо неравенство

$$\|y(t)\|_2 \leq ce^{-\kappa t} \left\{ \|y(0)\|_2 + \int_0^t e^{\kappa\tau} \|A^{-1}f'(\tau)\|_2 d\tau \right\},$$

где  $c$  и  $\kappa$  означают константы, определённые в теореме 1.

Доклад посвящен вопросам численной реализации оценок из теорем 1, 2 и их использования в задачах оценки задержки сигналов в интегральных схемах. Приводятся и обсуждаются результаты численных экспериментов с тестами из промышленного дизайна микроэлектроники.

### Литература

1. Уоткинс Д.С. Основы матричных вычислений. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 664 с.

2. *Celik M., Pileggi L., Odalasioglu A.* IC interconnect analysis. — Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishes, 2002. — 324 с.
3. *Годунов С.К.* Современные аспекты линейной алгебры. — Новосибирск: Научная книга, 1997. — 390.
4. *Horn R.A., Johnson C.R.* Matrix analysis. Cambridge, London: Cambridge University Press, 1986. — 575 с.
5. *Нечепуренко Ю.М., Овчинников Г.В.* Верхние оценки норм решений эрмитовых систем обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений // Уфимский математический журнал. — 2009. — Т. 1, № 4. — С. 22–31.

УДК 620.22:004.94

*Е.А. Рогачев*

evg-rogachev@yandex.ru

Омский государственный технический университет

## Электрические свойства модельных двухкомпонентных систем

В решении проблемы создания новых материалов с заданными свойствами важную роль играет разработка методов моделирования и анализа их структуры. В работе предлагается метод оценки электрических свойств модельных композиционных материалов.

Моделирование структуры композита основывается на методах клеточных автоматов. В качестве модели образца выбирается трёхмерное клеточное поле. На первом этапе моделируются процессы структурообразования. Особенности моделирования структурообразования изложены в работе [2]. Полученная структура является исходной для моделирования свойств композитов.

Основная идея моделирования электрических свойств модельных композитов основана на исследовании явления диффузии в неупорядоченных средах [1]. Как известно, одной из простейших моделей явления диффузии атома в неупорядоченном твёрдом теле или явления проводимости случайной резисторной цепи (например, проводимость металлической сетки со случайно удалёнными узлами) предложена де Женом и известна как «муравей в лабиринте».

Рассмотрим пешехода (муравья), который движется случайным образом только по занятым ячейкам перколяционного кластера. На каждом временном шаге муравей подбрасывает монету с шестью возможными исходами (на кубической решётке). Если результат соответствует переходу в занятую ячейку, то муравей переползает в нее, в противном случае он остаётся в своей ячейке. В обоих случаях время увеличивается на единицу. Предположим, что занятые ячейки перколяционного кластера встречаются с вероятностью  $p$ . В момент времени  $t = 0$  мы помещаем муравья случайным образом в кластер и в момент времени  $t$  вычисляем квадрат расстояния между его начальным и конечным положениями. Затем повторяем моделирование много раз и получаем среднеквадратичное смещение муравья.

Можно ожидать существование связи блуждания муравья и проводимости случайной резисторной цепи. Впервые связь между проводимостью и диффузией установил Эйнштейн. Рассмотрим систему частиц, например, жидкость. Если следить за движением отдельных частиц в отсутствие внешней силы, то можно определить их среднеквадратичное смещение и, следовательно, коэффициент самодиффузии  $D$ . Далее, если приложить «малую» силу, то можно измерить среднюю скорость в направлении действия силы и найти подвижность  $\mu$  — отношение средней скорости к приложенной силе. Эйнштейну удалось показать, что величины  $D$  и  $\mu$  пропорциональны.

Следуя работе [1], можно обобщить приведённые выше рассуждения применительно к системе заряженных частиц и показать, что подвижность пропорциональна электрической проводимости. Приложенной силе можно поставить в соответствие напряжённость электрического поля и, значит, напряжение, а средней скорости — силу тока. Отсюда, подвижность пропорциональна проводимости (величина, обратная удельному сопротивлению) частиц. Поскольку подвижность пропорциональна также  $D$ ), делаем вывод, что  $D$  и проводимость пропорциональны. Поэтому с помощью этой связи можно определить зависимость проводимости перколяционного кластера от  $p$ .

На основании представленной математической модели разработан программный комплекс, предназначенный для компьютерного моделирования процесса структурообразования в трёхмерном композите, анализа его кластерных свойств, а также расчёта его физи-

ческих свойств, в частности, электрических свойств [4]. В рамках предлагаемой компьютерной модели имеется возможность оценки величины коэффициента диффузии для двумерной и трёхмерной модели двух структур — «случайной» и «клеточной». Под «клеточной» подразумевается структура, полученная на основе алгоритмов структурообразования [2]. Под «случайной» подразумевается структура, полученная путём случайного заполнения трёхмерного клеточного поля нулями и единицами в соотношениях, задаваемых концентрацией частиц наполнителя. Это позволяет провести сравнительный анализ перколяционных и электрических характеристик моделируемого вещества и хаотично заполненного массива данных, что даёт возможность сделать вывод о работоспособности выбранной модели. В работе [4] показано различие перколяционных характеристик исследуемых структур.

Следует ожидать, что особенности кластерной структуры должны приводить к различию в электрических свойствах композитов. В настоящее время ведётся апробация компьютерной модели в рамках модельного эксперимента. Предварительные результаты уже дают согласие полученных данных с теоретическими значениями.

### Литература

1. Гулфт Х.Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике. Ч. 2. — М.: Мир, 1990. — 400 с.
2. Горяга А.В., Кузнецов И.А., Суриков В.И. [и др.]. Моделирование структурообразующих процессов в наполненных полимерах // Материаловедение. — 1999. — № 5. — С. 8–12.
3. Рогачев Е.А., Суриков В.И. Моделирование структурообразования и анализ кластерной структуры в двухкомпонентном композите // Сб. тр. междунар. науч.-техн. конференции «Машиностроение и техносфера XXI века». — Донецк, 2009. — Т. 1.
4. Рогачев Е.А., Суриков В.И., Федорук В.А. Анализ кластерной структуры модельных двухкомпонентных композитов // Омский научный вестник. Серия приборы, машины и технологии. — 2009. — № 2 (80). — С. 61–65.

УДК 621.1, 62-932.2

*П.Г. Сафронов, С.А. Иванов, А.Г. Батухтин*  
 zab\_rab4kv113@mail.ru, zab\_rab4kv113@mail.ru, batuhina\_ir@mail.ru  
 Читинский государственный университет

## Согласованная модель паровой турбины

Проточная часть турбины представляет собой группу сопротивлений постоянного и переменного сечения. Проектирование промышленно-отопительной турбины носит условно дискретный характер, часть высокого, часть среднего и часть низкого давлений проектируются на соответствующие режимы и расходы пара. Площади для прохода пара при переходе от одного отсека к другому изменяются ступенчато, что накладывает свой след на экономичность турбины. Прежде чем приступить к моделированию процессов преобразования энергии, необходимо поставить конечную задачу, что конкретно от модели требуется. Задачи могут быть разнообразными, например:

- 1) сравнение вариантов тепловых схем на одинаковые параметры с различными переключениями;
- 2) создание динамической модели турбины;
- 3) моделирование реальных процессов преобразования энергии;
- 4) моделирование отказов агрегатов.

Модель включает группу уравнений, решением которых может являться расход пара на турбину или электрическая мощность, выдаваемая агрегатом. Разбивая данную задачу на ряд подзадач, можно выделить следующее:

- 1) построение процесса расширения пара в турбине;
- 2) тепловой расчёт теплофикационной установки;
- 3) тепловой расчёт подогревателей высокого давления;
- 4) тепловой расчёт подогревателей низкого давления;
- 5) тепловой расчёт деаэратора;
- 6) тепловой расчёт дополнительных теплообменников (испарители, охладители выпара и др.).

Моделирование процесса преобразования энергии турбины на стадии проектирования и на стадии эксплуатации отличаются. При проектировании модель турбины приближена к идеальной с точными зазорами, шероховатостями, площадями решёток. В ходе эксплу-

атации модель становится не адекватной реальному течению пара по проточной части. Износ лопаток, занос проточной части, изменение шероховатости и другие факторы накладывают отпечаток на модель и необходимость её корректировки.

Отсутствие данных о номинальных (расчётных) параметрах тепловых схем теплофикационных турбин затрудняют построение моделей паровых турбин и при расчёте схем приходится оперировать неким средним режимом и относительно этого режима производить расчёты. Для учебных целей вполне достаточно, но когда речь идёт о моделировании процессов с целью коммерческого или исследовательского пользования, такой подход не годится. Можно произвести конструкторский расчёт проточной части и тепловой схемы с целью определения номинальных параметров тепловой схемы, однако данный метод занимает значительное количество времени, в связи с вышеизложенным предлагается производить половинный расчёт тепловой схемы.

Как правило, в паспорте турбины имеются максимальные пропускные способности отсеков, использование таких данных облегчит задачу, получать значения необходимо для максимальных значений по отсекам.

Часть высокого давления можно рассчитывать начиная от камеры регулирующей ступени. Расчёт регулирующей ступени необходимо произвести детально с целью определения внутреннего относительного КПД ступени на не расчётных режимах и давления в камере регулирующей ступени, так как она является главным фактором снижения внутреннего относительного КПД цилиндра высокого давления. Часть высокого давления находится до камеры производственного отбора, как правило, она совпадает с отбором на последний подогреватель высокого давления. Зная максимальный расход пара в отсек и принимая равенство расходов свежего пара и питательной воды по подогревателям высокого давления, номинальное давление в камере регулируемого отбора, можем рассчитать отсек, начиная расчёт с крайнего подогревателя итерационными методами. После определения расчётных расходов в отсеки необходимо их согласовать с принятыми путём детальных расчётов подогревателей, для чего данные о подогревателях берутся из их паспорта. При согласовании расчётов необходимо одновременно согласовывать с данными тепловых испытаний.

Следующим этапом является расчёт части низкого давления. Следует отметить, что получение параметров пара по проточной части затруднительно в связи с неравномерным распределением влаги по высоте лопаток, данная область течения пара лежит в зоне влажного пара, в данной области одному значению давления соответствует единственное значение температуры. Для получения данных о процессе расширения необходимо знать влажность пара, следовательно, и некие средние значения параметров пара затруднительно получить. Средний внутренний относительный КПД цилиндра низкого давления турбины, возможно, получить на основе анализа балансов мощностей, расходов и тепловых потоков по отсекам. Начинают расчёт части низкого давления с конденсатора, при этом в первом приближении давление отработавшего пара принимают произвольно вместе с расходом отработавшего пара. Рассчитав параметры проточной части с конца до начала, при полностью открытых регулирующих органах теплофикационного и промышленного отборов тепловая и промышленная нагрузка при расчёте отсутствует, согласовав давление в камере регулирующей ступени и конечное давление, расчёт заканчивают.

Завершающим этапом является модель части среднего давления, расположенной от камеры производственного отбора до нижнего отопительного отбора, при согласованных частях низкого и высокого давления, расчёт строят по аналогии с частью высокого давления, начиная расчёт со стопорных клапанов. Каждый из трёх этапов расчёта должен согласовываться с работой моделируемого объекта, то есть с тепловыми испытаниями или пассивным снятием показаний в контрольных точках. Таким образом, в конечном виде мы получим согласованную с реальной моделью модель паровой турбины.

Полученная модель будет хорошо согласовываться с реальным течением пара по проточной части. С течением времени экономичность реальной турбины будет снижаться, и модель необходимо поправлять. При изменении структуры тепловой схемы, например, изменении схемы движения теплоносителя, модель проточной части остаётся не изменой.

*В.В. Шашкин*

shashkin@yandex.ru

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

## Локально-консервативный полулагранжев алгоритм решения уравнения переноса на сфере

### Постановка задачи и обзор методов решения.

Полулагранжевы алгоритмы численного решения уравнения переноса имеют ряд преимуществ — высокий порядок сходимости, устойчивость при больших числах Куранта. Однако у них есть серьезные недостатки: отсутствие монотонности, отсутствие локального и глобального сохранения массы переносимой величины.

Целью этой работы является создание локально-консервативного полулагранжева алгоритма решения уравнения переноса на сфере, который в дальнейшем может быть реализован на редуцированной широтно-долготной сетке. На данном этапе предполагается ограничение на меридиональное число Куранта ( $K < 1$  около полюсов), которое в последующем будет снято.

В последнее время получили широкое развитие конечно-объемные полулагранжевы методы, локально-консервативные по построению. Следует отметить работы [1, 2, 3] как наиболее удачные в сферической геометрии. Общей чертой всех трёх работ является аппроксимация исходной (лагранжевой) ячейки многоугольником со сторонами, параллельными координатным осям. В [2, 3] двумерная задача разделена на две серии последовательных одномерных задач (так называемый каскадный подход). В данной работе в качестве основы для дальнейшей разработки был выбран алгоритм, приведённый в [2]. Этот алгоритм имеет версию без ограничения по числу Куранта, и, кроме того, возможна его реализация на редуцированной сетке.

**Консервативный полулагранжев алгоритм.** Ключевым для конечно-объемных полулагранжевых алгоритмов является понятие исходной ячейки. Исходная ячейка — это объём, который,

двигаясь вместе с жидкостью, за шаг по времени перейдет в ячейку вычислительной сетки. Как правило, мы будем полагать исходную ячейку четырёхугольником с вершинами в исходных точках углов вычислительной ячейки. Чтобы получить средние значения переносимой величины по ячейкам вычислительной сетки на каком-либо шаге по времени, необходимо: 1) для каждой вычислительной ячейки построить её исходную ячейку на предыдущем шаге по времени; 2) вычислить массу, заключённую в каждой из исходных ячеек. Второй шаг разбивается на два этапа. Сначала масса, заключённая в ячейках сетки, переносится на промежуточную сетку, линиями долготы которой являются линии долготы вычислительной сетки, а линиями широты — лагранжевы широты (что соответствует одномерному переносу вдоль долгот). Затем масса переносится с промежуточной сетки на исходную сетку (совокупность лагранжевых долгот и широт), что соответствует одномерному переносу вдоль лагранжевых широт. Метод одномерного переноса массы подробно описан в [4]. Поскольку оба одномерных переноса — консервативны, глобальная схема также консервативна. При адаптации схемы к сферической геометрии возникают три проблемы, первая — учёт сферической метрики. Замена координат  $\mu = \sin \theta$  и дальнейшее рассмотрение задачи на неравномерной сетке позволяют избавиться от метрического множителя во всех интегралах и формально свести задачу к плоской. Вторая проблема адаптации на сферическую геометрию заключается в том, что для первого приполюсного кольца нет возможности построить ячейки промежуточной сетки. Зато можно вычислить заключённую в нём массу. Суммарная масса внутри этого кольца перераспределяется пропорционально значениям плотности, получаемым с помощью обычной (не консервативной) полулагранжевой схемы. Третья проблема возникает из-за того, что восточные (а равно и западные) границы лагранжевых ячеек сильно искривляются вблизи полюса, поэтому их аппроксимация прямой линией, соединяющей углы ячейки сетки, не корректна. На лагранжевых долготах около полюсов вводятся дополнительные точки, которые дробят лагранжевы ячейки по широте. Каждая часть раздробленной ячейки обрабатывается как независимая ячейка.

**Результаты (рис. 1).** Алгоритм тестировался на проблеме твёрдого вращения со следующим полем скоростей:  $u = u_0(\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \cos \lambda \sin \theta)$ ;  $v = -u_0 \sin \alpha \sin \lambda$ ,

где  $\theta$  — широта,  $\lambda$  — долгота. Начальное распределение:  $f(\lambda, \theta, 0) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\pi \cdot R(\lambda, \theta)/R_{\max}))$ , если  $R < R_{\max}$ , иначе  $f(\lambda, \theta, 0) = 0$ .

Угол твёрдого вращения  $\alpha = \pi/10$ . Для шага сетки  $1,5^0$  по широте и долготе, после одного оборота (400 шагов по времени) ошибка  $l_2 = 3,4 \cdot 10^{-3}$ , тогда как для обычной (неконсервативной) полулагранжевой схемы  $l_2 = 9,6 \cdot 10^{-3}$ . В настоящее время алгоритм дорабатывается в полярных областях.

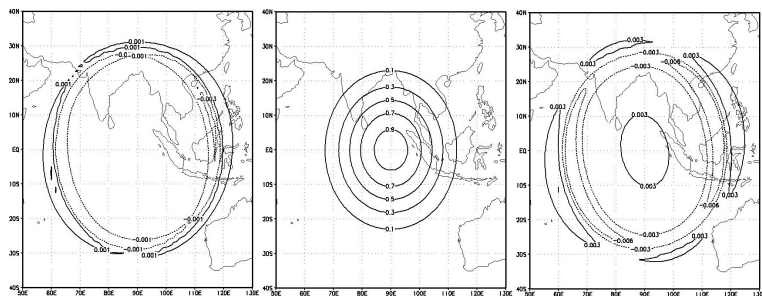


Рис. 1. (лев.) Поле ошибки в тесте «твёрдое вращение» (для локального начального распределения) после одного полного оборота (консервативный алгоритм). Угол вращения  $\alpha = \pi/10$ . Максимум ошибки  $\max = 3 \cdot 10^{-3}$ . (сред.) Начальное распределение. (прав.) Поле ошибки для обычного (неконсервативного) алгоритма, при тех же условиях,  $\max = 6 \cdot 10^{-3}$

### Литература

1. *Nair R.D., Machenhauer B.* The mass-conservative cell-integrated semi-Lagrangian advection scheme on the sphere // *Mon. Wea. Rev.* — 2002. — V. 130. — P. 649–667.
2. *Nair R.D. [et al.]*. Efficient conservative global transport scheme for climate and atmospheric chemistry models // *Mon. Wea. Rev.* — 2002. — V. 130. — P. 2059–2073.
3. *Zerroukat M. [et al.]*. SLICE-S: A semi-Lagrangian inherently conserving and efficient scheme for transport problems on the sphere // *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* — 2004. — V. 130, N 602. — P. 2649–2664.
4. *Colella P., Woodward P.R.* The piecewise parabolic method (PPM) for gas-dynamical simulations // *J. Comput. Phys.* — 1984. — V. 54. — P. 174–201.

### Список представленных организаций

- Osaka University  
 University College, London  
 Амурский государственный университет  
 Гарвардский университет  
 Институт астрономии РАН  
 Институт вычислительной математики РАН  
 Институт космических исследований РАН  
 Институт магнетизма НАНУ  
 Институт металлофизики им. Г.В. Курдюмова НАНУ  
 Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН  
 Институт проблем материаловедения им. И.М. Францевича НАНУ  
 Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН  
 Институт спектроскопии РАН  
 Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН  
 Институт теплофизики экстремальных состояний Объединённого института высоких температур РАН  
 Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН  
 Институт ядерных исследований РАН  
 Каталонский политехнический университет  
 Марийский государственный технический университет  
 Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
 Московский физико-технический институт (государственный университет)  
 Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ



Научно-исследовательский институт ядерной физики  
им. Д.В. Скобельцына МГУ

Новгородский государственный университет  
им. Ярослава Мудрого

Объединённый институт высоких температур РАН

Омский государственный технический университет

ООО «Кинтех Лаб»

Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва

Российский научный центр «Курчатовский институт»

Российский университет дружбы народов

Российский химико-технологический университет  
им. Д.И. Менделеева

Самарский государственный аэрокосмический университет  
им. акад. С.П. Королёва

Тюменский государственный университет

Университет г. Байройт, Германия

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

Читинский государственный университет

## Именной указатель

### А

Аванесян Г.Г. 63  
Азаревич А.Н. 91, 93  
Александров Н.Л. 248  
Алов М.Д. 158  
Аляпышев М.М. 138  
Андриенко Н.Ю. 227  
Андрюшечкин Б.В. 15  
Анисимов М.А. 66, 69, 185  
Антонов Н.Н. 155  
Астахов Д.И. 101  
Астрахарчик Г.Е. 209  
Афанасьев А.Е. 189

### Б

Балыкин В.И. 189  
Басистый Е.В. 217  
Бастракова М.И. 41  
Батурин А.С. 189  
Батухтин А.Г. 237, 266  
Бахтий Н.С. 231  
Безруков Л.Б. 103  
Белоусов С.А. 240  
Богач А.В. 66, 69, 91, 93

Болдырев К.Н. 192  
Бражкин В.В. 75  
Бугаев Э.В. 118  
Буринская Т.М. 183  
Бурлаков А.В. 161  
Бутин К.Н. 106

### В

Вайнер Ю.Г. 214  
Валуев И.А. 240  
Васильев М.М. 13, 138  
Васильев М.Н. 152  
Ваулина О.С. 140, 147  
Виноградов А.П. 28, 32, 36, 38  
Вихлинин А.А. 4  
Ворона Н.А. 152  
Воронков А.А. 72

### Г

Гавриков А.В. 147, 152, 155  
Гаврилов С.А. 108  
Гехсбарг А.Ю. 234  
Гладченко Е.В. 15  
Глушихина М.В. 163  
Глушков В.В. 66, 69  
Головастов С.В. 143  
Горшунов Б.П. 19, 72

Горячих Н.В. 237  
Гребенев С.А. 174  
Громницкая Е.Л. 75

### Д

Дейнега А.В. 240  
Демишев С.В. 66, 69, 88  
Денисов А.Н. 112  
Дмитриев Ю.А. 44  
Долгов С.В. 242  
Долотов С.М. 79  
Дорофеенко А.В. 36, 38  
Дьячков Л.Г. 13

### Е

Ельцов К.Н. 15  
Еремин И.Е. 47  
Ефимкин Д.К. 206

### Ж

Жидомиров Г.М. 15  
Жукова Е.С. 19

### З

Заблоцкий А.В. 189  
Звездин А.К. 63  
Звездин К.А. 63, 85  
Зимовец И.В. 165

Зябловский А.А. 115  
 Курбаков И.Л. 209  
 Мовчан Д.Н. 96

**И**

Иванов Б.А. 63  
 Иванов Д.В. 50  
 Иванов К.В. 143  
 Иванов С.А. 237, 266  
 Игнатов А.И. 28, 32  
 Истомин Р.И. 195

**К**

Казарина М.И. 245  
 Казеев В.А. 22  
 Карельский К.В. 177, 181  
 Киндышева С.В. 248  
 Киршичников Д.В. 101  
 Климай П.А. 118  
 Козлов Н.А. 83  
 Колбудаев П.А. 166  
 Колдунов Л.М. 79  
 Колдунов М.Ф. 79  
 Колесников А.А. 185, 197  
 Котов О.В. 201  
 Кочетков Е.Л. 249  
 Крашенинников А.В. 85  
 Кузин А.А. 189  
 Кузичев И.В. 168  
 Кузнецов Н.В. 112  
 Кулямин Д.В. 25

**Л**

Лапа П.Н. 88  
 Лапшин Д.А. 189  
 Лебедева О.С. 253  
 Левашов П.Р. 150  
 Лившиц А.М. 203  
 Лизнёв Е.О. 36  
 Лисин Е.А. 147  
 Литвин В.С. 121  
 Лозовик Ю.Е. 6, 197, 201, 203, 206, 209, 211  
 Лотар К. 214  
 Лубсандоржиев Б.К. 103, 125  
 Лубсандоржиев Н.Б. 103  
 Лучанко Н.Е. 91, 93  
 Лучников К.А. 176  
 Любшов К.С. 93  
 Ляпин А.Г. 75

**М**

Манько В.И. 185, 224  
 Мелентьев П.Н. 189  
 Мерзликин А.М. 28, 32  
 Микушин Д.Н. 257  
 Минаков Д.В. 150  
 Михайлов В.А. 221  
 Михалев А.Ю. 256  
 Михеенков А.В. 83  
 Миясака Ш. 72

**Н**

Наумов А.В. 214  
 Нечепуренко И.А. 38  
 Никишов А.Ю. 53  
 Ноготков И.В. 259  
 Нозик А.А. 128  
 Ныммик Р.А. 112

**О**

Овчинников Г.В. 261

**П**

Павлов В.В. 56  
 Панасюк М.И. 112  
 Петров О.Ф. 13, 138, 147, 152, 155  
 Петросян А.С. 177, 181  
 Петухов В.А. 79  
 Покотило И.Л. 79  
 Полещук Р.В. 125  
 Полторац С.Г. 170  
 Попова М.Н. 192  
 Просветов А.В. 174  
 Прохоров А.С. 19

**Р**

Рейнгардт-Никулин П.И. 108  
 Рогачев Е.А. 263

Родин А.В. 158, 161, 176  
 Рябова М.И. 41, 50, 56

**С**

Савин С.Ф. 13  
 Самарин Н.А. 66, 69  
 Сарафанников П.Е. 41, 56  
 Сафронов П.Г. 266  
 Седельников А.В. 245  
 Семенов А.В. 88  
 Сидоров В.А. 97  
 Сидоров В.С. 152  
 Сизюхин А.В. 79  
 Славин А.Г. 177  
 Случанко Н.Е. 66, 69  
 Соболев Я.И. 214  
 Соболевский Н.М. 112  
 Соколик А.А. 211  
 Соколов Ю.М. 217  
 Сочилин А.В. 58  
 Сычев М.С. 47

**Т**

Таджима С. 72  
 Тимирханов Р.А. 155  
 Траскунов И.В. 132  
 Трунин А.М. 221  
 Тыртышников Е.Е. 227  
 Тыщенко А.В. 179

**Ф**

Федорова А.А. 158  
 Фещенко А.В. 108  
 Филипов В.Б. 66, 69  
 Филишов С.Н. 224  
 Фортез Э.Д. 75  
 Фортов В.Е. 147  
 Фридман А.М. 170

**Х**

Хвальковский А.В. 63, 85  
 Хищенко К.В. 150  
 Хрусталева Ю.В. 140

**Ч**

Чавро А.И. 259

Чанышев И.Ф. 97  
 Чернов А.А. 41, 56  
 Чернышов А.А. 181

**Ш**

Шайхиев А.Т. 135  
 Шашкин В.В. 269  
 Шварцберг А.В. 98  
 Шевелёв М.М. 183  
 Шиванюк В.Н. 96  
 Шицевалова Н.Ю. 66, 69  
 Шкляр Д.Р. 168

**Щ**

Щербань Д.С. 47

**Э**

Эминов И.С. 58  
 Эминов С.И. 58

**Ю**

Юркин В.Ю. 60

**Я**

Ягафаров О.Ф. 75

## Содержание

**Пленарное заседание ..... 4**

<i>Виллимин А.А.</i> Использование наблюдений роста крупномасштабной структуры Вселенной для уточнения свойств темной энергии..... 4	4
<i>Лозовик Ю.Е.</i> Новые фазы и коллективные эффекты в системе экситонов и поляритонов и поляритонный лазер..... 6	6
<i>Васильев М.М., Савин С.Ф., Дьячков Л.Г., Петров О.Ф.</i> Кластеры заряженных макрочастиц в однородном и неоднородном магнитных полях..... 13	13
<i>Гладченко Е.В., Андрушечкин Б.В., Жидомиров Г.М., Ельцов К.Н.</i> Моделирование атомных структур в системах галоген/металл методом функционала плотности..... 15	15
<i>Жукова Е.С., Горшунев Б.П., Прохоров А.С.</i> Оптическая спектроскопия материалов с электронными корреляциями..... 19	19
<i>Казеев В.А.</i> Минимизационный метод ньютоновского типа для задачи канонической аппроксимации тензоров..... 22	22
<i>Кулямин Д.В.</i> Спектральные характеристики квазидвухлетних колебаний экваториального стратосферного ветра..... 25	25

**Секция электродинамики сложных систем и нанофотоники..... 28**

<i>Игнатов А.И., Мерзликкин А.М., Виноградов А.П.</i> Локализация света в слоях с одинаковым адмитансом..... 28	28
<i>Игнатов А.И., Мерзликкин А.М., Виноградов А.П.</i> Об андерсоновской локализации в одномерных периодических в среднем анизотропных оптических системах..... 32	32

<i>Лизнёв Е.О., Виноградов А.П., Дорофеевко А.В.</i> Среда с близкими к нулю диэлектрической и магнитной проницаемостями как универсальный материал для создания электромагнитной маскировки. Создание композитов с близкой к нулю диэлектрической и магнитной проницаемостями..... 36	36
<i>Нечепуренко И.А., Дорофеевко А.В., Виноградов А.П.</i> Плазмонные зоны в фотонных кристаллах отрицательной контрастности..... 38	38

**Секция физико-математических проблем волновых процессов..... 41**

<i>Бастракова М.И., Рябова М.И., Сарафанников П.Е., Чернов А.А.</i> Определения диапазонов оптимальных рабочих частот среднеширотных радиолиний по данным наклонного зондирования ионосферы..... 41	41
<i>Дмитриев Ю.А.</i> Анализ направлений применения беспроводных сенсорных сетей для мониторинга, оптимизации и управления..... 44	44
<i>Еремин И.Е., Сычев М.С., Щербань Д.С.</i> Оптимизированный алгоритм прямого расчёта постоянной Маделунга..... 47	47
<i>Иванов Д.В., Рябова М.И.</i> Исследование нерегулярных дисперсионных искажений в широкополосных декаметровых радиоканалах на коротких и квазивертикальных радиотрассах..... 50	50
<i>Нижшинов А.Ю.</i> Экспериментальная реализация генератора хаотических колебаний микроволнового диапазона, реализованного на комплементарных метал-окисел-полупроводниковых структурах..... 53	53
<i>Павлов В.В., Рябова М.И., Сарафанников П.Е., Чернов А.А.</i> Разработка конструкции и исследование входных характеристик магнитной антенны КВ диапазона..... 56	56
<i>Сочилин А.В., Эминов С.И., Эминов И.С.</i> Оптимальный токовый синтез на диске..... 58	58

Юркин В.Ю. Самоорганизация в беспроводных сенсорных сетях ..... 60

### Секция физики микроволн и наноматериалов ..... 63

Аванесян Г.Г., Хвальковский А.В., Звездин К.А., Звездин А.К., Иванов Б.А. Возбуждение первой радиальной спин — волновой моды магнитного вихря в субмикронных ферромагнитных нанодисках ..... 63

Анисимов М.А., Богач А.В., Глушков В.В., Демидов С.В., Самарин Н.А., Филипов В.Б., Шицевалова Н.Ю., Случанко Н.Е. Анизотропия магнитосопротивления в гексабориде празеодима ..... 66

Анисимов М.А., Богач А.В., Глушков В.В., Демидов С.В., Самарин Н.А., Филипов В.Б., Шицевалова Н.Ю., Случанко Н.Е. Эффект Холла в гексабориде неодима ..... 69

Воронков А.А., Горшунев Б.П., Таджима С., Миясака Ш. Подщелевая электродинамика высокотемпературного сверхпроводника  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  в поляризации перпендикулярно  $\text{CuO}$  плоскостям ..... 72

Громницкая Е.Л., Ягафаров О.Ф., Ляпин А.Г., Бражский В.В., Фортес Э.Д. Ультразвуковое исследование эпсомита ( $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ ) под давлением ..... 75

Долотов С.М., Колдунов Л.М., Колдунов М.Ф., Петухов В.А., Покотило И.Л., Сизюхин А.В. Нелинейные характеристики функциональных органических соединений в композите нанопористое стекло-полимер ..... 79

Козлов Н.А., Михеенков А.В. К вопросу о состоянии с двумя сосуществующими дальними порядками вблизи точки квантового фазового перехода ..... 83

Крашенинников А.В., Хвальковский А.В., Звездин К.А. Спиновая аккумуляция и движение доменной стенки в спин-вентильной нанополоске ..... 85

Лапа П.Н., Семенов А.В., Демидов С.В. Влияние неоднородности магнитного поля на электронный спиновый резонанс в гексабориде европия ..... 88

Лучанко Н.Е., Богач А.В., Азаревич А.Н. Магнитная восприимчивость и магнитосопротивление в квантовой критической точке  $\text{Tm}_{0,76}\text{Yb}_{0,24}\text{B}_{12}$  ..... 91

Лучанко Н.Е., Богач А.В., Азаревич А.Н., Любшов К.С. Изотоп-эффект в зарядовом транспорте  $\text{LuB}_{12}$  ..... 93

Мовчан Д.Н., Шиванюк В.Н. Природа индуцированной водородом  $\gamma^*$  фазы в железо-никелевых сплавах ..... 96

Чаньшиев И.Ф., Сидоров В.А. Влияние высокого давления на температуру антиферромагнитного перехода в  $\text{USb}_2$  ..... 97

Шварцберг А.В. Определение размера спинового полярона в двумерном допированном антиферромагнетике ..... 98

### Школа-семинар «Фундаментальные взаимодействия и космология» ..... 101

Астахов Д.И., Кирпичников Д.В. Квазилокализация в теории с дополнительными измерениями пространства ..... 101

Безруков Л.Б., Лубсандоржиев Б.К., Лубсандоржиев Н.Б. Изучение кинетики сцинтилляционного свечения кристаллов  $\text{LaBr}_3 : \text{Ce}$  и  $\text{CeBr}_3$  ..... 103

Бутин К.Н. Эксперимент с длинной базой по обнаружению осцилляций нейтрино «Токай То Каміока» ..... 106

Гаврилов С.А., Рейнгардт-Никулин П.И., Феценко А.В. Развитие ионизационного монитора поперечного сечения пучка ускоренных частиц ..... 108

Денисов А.Н., Кузнецов Н.В., Ныммик Р.А., Панасюк М.И., Соболевский Н.М. Оценка радиационной обстановки на Луне ..... 112

Зябловский А.А. Частицы с малым электрическим зарядом и излучение центра Галактики ..... 115

<i>Климайт П.А., Бугаев Э.В.</i> Взаимосвязь спектра первичных флуктуаций плотности и величины фона гравитационных волн во Вселенной .....	118
<i>Литвин В.С.</i> Нейтронный рефлектометр-малоугловой спектрометр «Горизонт». Исследование влияния отжига на структуру сплава NiCrAl методом малоуглового рассеяния нейтронов .....	121
<i>Лубсандоржиев Б.К., Полещук Р.В.</i> Послеимпульсы в фотоэлектронных умножителях с временами задержки от основного импульса 100–120 мкс .....	125
<i>Нозик А.А.</i> Применение метода квазиоптимальных весов к физическим задачам .....	128
<i>Траскунов И.В.</i> Ускорение частиц в релятивистских струях (джетах) за счёт переходов из заряженного состояния в нейтральное и обратно .....	132
<i>Шайхиев А.Т.</i> Поиск тяжёлых нейтрино в распадах положительных каонов .....	135

### Секция физики высоких плотностей энергии .....

<i>Аляльшиев М.М., Васильев М.М., Петров О.Ф.</i> Плазменно-пылевые неустойчивости в газовом разряде постоянного тока .....	138
<i>Ваулина О.С., Хрусталева Ю.В.</i> Теплоёмкость неидеальных диссипативных систем типа Юкавы .....	140
<i>Иванов К.В., Головастов С.В.</i> Исследование влияния ультразвука на воспламенение газовых смесей .....	143
<i>Лисин Е.А., Ваулина О.С., Гавриков А.В., Петров О.Ф., Фортков В.Е.</i> Анализ взаимодействия пылевых частиц в лабораторной плазме ёмкостного высокочастотного разряда .....	147
<i>Минаков Д.В., Левашов П.Р., Хищенко К.В.</i> Расчёты термодинамических свойств металлов методом квантовой молекулярной динамики .....	150
<i>Сидоров В.С., Гавриков А.В., Петров О.Ф., Васильев М.Н., Ворона Н.А.</i> Исследование спектра излучения плазменно-пылевых образований при электронно-пучковом воздействии .....	152

<i>Тимирханов Р.А., Антонов Н.Н., Гавриков А.В., Петров О.Ф.</i> Экспериментальное исследование динамики макрочастиц при создании лазерным излучением вакансии в плазменно-пылевой структуре .....	155
--	-----

### Секция космической физики .....

<i>Алов М.Д., Родин А.В., Федорова А.А.</i> Спектр излучения Венеры в инфракрасных окнах прозрачности .....	158
<i>Бурлаков А.В., Родин А.В.</i> Одномерная микрофизическая модель конденсационных облаков воды в атмосфере Марса .....	161
<i>Глушихина М.В.</i> Распределение температуры по поверхности нейтронной звезды .....	163
<i>Зимовец И.В.</i> Наблюдения затухающих периодических пульсаций жёсткого рентгеновского излучения солнечной вспышки .....	165
<i>Колбудаев П.А.</i> Проблема континуума атмосферы Венеры в экспериментальных данных прибора VIRTIS-N .....	166
<i>Кузичев И.В., Шкляр Д.Р.</i> Прохождение монохроматического ОНЧ сигнала через ионосферу: волновое описание .....	168
<i>Полторац С.Г., Фридман А.М.</i> О происхождении псевдокольцевых структур в галактиках с баром. Теория и наблюдения .....	170
<i>Просветов А.В., Гребенев С.А.</i> Рентгеновские вспышки источника GX 339-4 2004 и 2007 гг. по данным наблюдений обсерватории ИНТЕГРАЛ .....	174
<i>Лучников К.А., Родин А.В.</i> Проект гетеродинного спектрометра ближнего инфракрасного диапазона для исследования планетных атмосфер .....	176
<i>Славин А.Г., Карельский К.В., Петросян А.С.</i> Исследование мезомасштабных течений над сложным профилем дна .....	177

<i>Тыщенко А.В.</i> Пространственное распределение водяного пара в полярной атмосфере Марса по данным гиперспектрометра ОМЕГА КА Марс-Экспресс . . . . .	179
<i>Чернышов А.А., Карельский К.В., Петросян А.С.</i> Исследования масштабно-инвариантных спектров сжимаемой магнитогидродинамической турбулентности космической плазмы. . . . .	181
<i>Шевелёв М.М., Буринская Т.М.</i> Неустойчивость Кельвина–Гельмгольца в трёхслойной системе . . . . .	183
<b>Секция квантовой оптики . . . . .</b>	<b>185</b>
<i>Анисимов М.А., Колесников А.А., Манько В.И.</i> Неравенство Белла для двумодовых запутанных состояний . . . . .	185
<i>Афанасьев А.Е., Мелентьев П.Н., Лапшин Д.А., Балыкин В.И., Кузин А.А., Заблоцкий А.В., Батулин А.С.</i> Оптические наноантенны и их реализация методами атомной камеры-обскуры . . . . .	189
<i>Болдырев К.Н., Попова М.Н.</i> Спектроскопическое исследование неэквивалентных центров иттербия в алюмоборатах $RAI_3(BO_3)_4 : Yb$ . . . . .	192
<i>Истомин Р.И.</i> Формирование изображений нелинейной дифракционной линзой . . . . .	195
<i>Колесников А.А., Лозовик Ю.Е.</i> Высокочувствительная лазерная микроскопия ближнего поля. . . . .	197
<i>Котов О.В., Лозовик Ю.Е.</i> Поперечные плазмон-поляритоны в допированном однослойном графене в оптической полости. . . . .	201
<i>Лившиц А.М., Лозовик Ю.Е.</i> Магические числа при плавлении точечных зарядов на поверхности сферы. . . . .	203
<i>Лозовик Ю.Е., Ефимкин Д.К.</i> Вывод уравнений Гинзбурга–Ландау для электрон-дырочного спаривания в бислое графена. . . . .	206
<i>Лозовик Ю.Е., Курбаков И.Л., Астрахарчик Г.Е.</i> Макроскопический бозе-эйнштейновский суперсолид в несоизмеримом дипольном кристалле . . . . .	209

<i>Лозовик Ю.Е., Соколик А.А.</i> Фононное спаривание ультрарелятивистских электронов в графене. . . . .	211
<i>Соболев Я.И., Наумов А.В., Вайнер Ю.Г., Лотар К.</i> Низкотемпературная динамика тонких полимерных плёнок: исследование методом спектроскопии одиночных молекул. . . . .	214
<i>Соколов Ю.М., Басистый Е.В.</i> Метод измерения глубины рельефа периодических прямоугольных структур лазерным зондированием. . . . .	217
<i>Трунин А.М., Михайлов В.А.</i> V-атом во внешнем стохастическом поле . . . . .	221
<i>Филлипов С.Н., Манько В.И.</i> Кубитовый портрет томограммы счёта фотонов и критерий сепарабельности двумодовых состояний света. . . . .	224

### Секция математического моделирования физических процессов . . . . . 227

<i>Андрюенко Н.Ю., Тыртмышников Е.Е.</i> Применение тензорных поездов для построения численного решения интегрального уравнения Прандтля . . . . .	227
<i>Бахтий Н.С.</i> К определению граничных условий уравнения энергии при неизотермической фильтрации жидкости . . . . .	231
<i>Гехсбарг А.Ю.</i> Оценка параметра модели канцерогенеза . . . . .	234
<i>Горячих Н.В., Батухтин А.Г., Иванов С.А.</i> Моделирование процессов в теплофикационных системах при ограничении тепловой нагрузки турбины. . . . .	237
<i>Дейнега А.В., Белоусов С.А., Валугев И.А.</i> Расчёт матрицы перехода в рамках метода решения уравнений Максвелла во временном представлении . . . . .	240
<i>Долгов С.В.</i> О применении тензорных аппроксимаций при решении эллиптических уравнений . . . . .	242
<i>Казарина М.И., Седельников А.В.</i> Задача о температурных колебаниях больших упругих элементов космической лаборатории . . . . .	245

<i>Киндышева С.В., Александров Н.Л.</i> Моделирование динамики быстрого нагрева в послесвечении высоковольтного наносекундного разряда в воздухе при атмосферном давлении . . . . .	248
<i>Кочетков Е.Л.</i> Моделирование крупномасштабной динамики Мирового океана на неструктурированных сетках . . . . .	249
<i>Лебедева О.С.</i> Блочный тензорный метод типа сопряжённых градиентов для минимизации отношения Рэлея в двумерном случае . . . . .	253
<i>Михалев А.Ю.</i> Нерекурсивный мультиполюсный метод и квазисепарабельные матрицы . . . . .	256
<i>Микушин Д.Н.</i> Численное моделирование мезомасштабного переноса примеси: физические и вычислительные аспекты . . . . .	257
<i>Ноготков И.В., Чавро А.И.</i> Применение аппарата искусственных нейронных сетей для детализации крупномасштабного поля приземной температуры . . . . .	259
<i>Овчинников Г.В.</i> Оценки норм решений систем обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений . . . . .	261
<i>Рогачев Е.А.</i> Электрические свойства модельных двухкомпонентных систем . . . . .	263
<i>Сафронов П.Г., Иванов С.А., Батухтин А.Г.</i> Согласованная модель паровой турбины . . . . .	266
<i>Шашкин В.В.</i> Локально-консервативный полулагранжев алгоритм решения уравнения переноса на сфере . . . . .	269
<hr/>	
Список представленных организаций . . . . .	272
Именной указатель . . . . .	274

**ТРУДЫ  
52-й НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ МФТИ**

**Современные проблемы  
фундаментальных и прикладных наук**

**Часть VIII  
Проблемы современной физики**

Составитель: *А.В. Родин*

Редакторы:

*В.А. Дружинина, И.А. Волкова, О.П. Котова, Л.В. Себова*

Компьютерная вёрстка: *А.В. Чудновский*

Художники: *В.Ю. Арзамасов, В.И. Голубев*

Издательская группа:

*Э.Г. Кюн, Е.А. Аникушкина, Г.М. Голубева, И.Н. Самохвалова*

Подписано в печать 20.10.2009. Формат 60 × 84<sup>1</sup>/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 17,9. Уч.-изд. л. 17,4. Тираж 100 экз. Заказ № 37

ГОУ ВПО «Московский физико-технический институт  
(государственный университет)»

Издательский центр оперативной полиграфии  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9