Фиткевич М.Д.

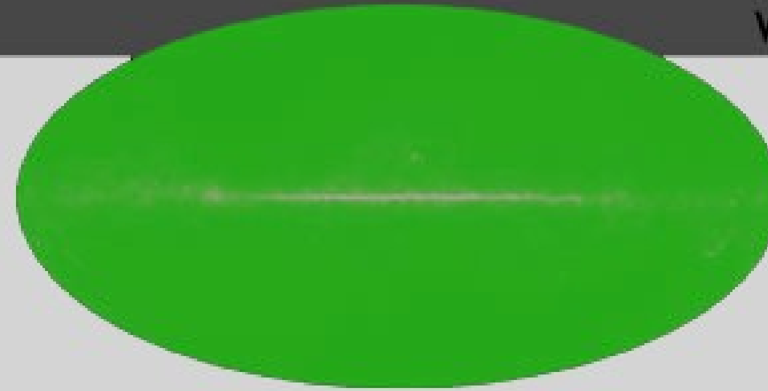
Суперсимметричный эфир в теории гравитации

Поиски статистической анизотропии CMB

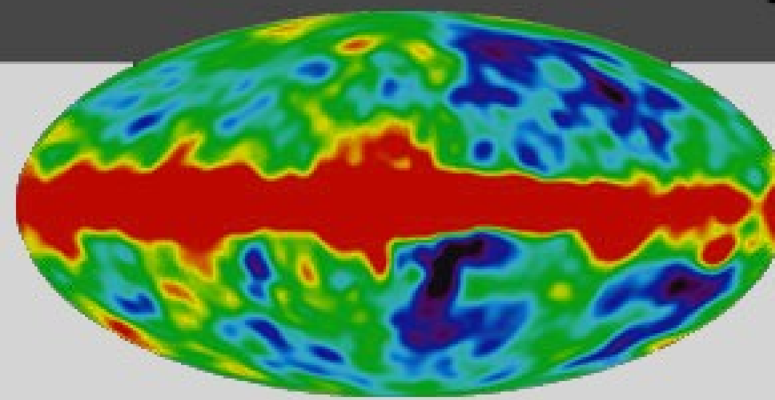
Отдел теоретической физики
Института Ядерных Исследований

Москва 2012

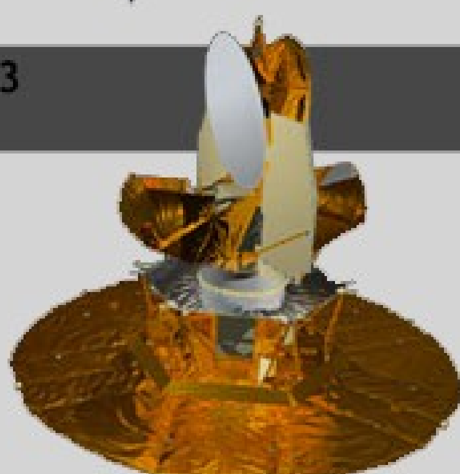
1965 Penzias and Wilson

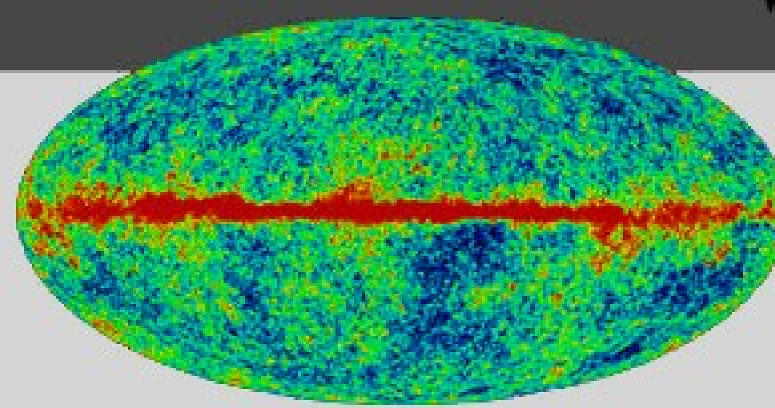


1992 COBE

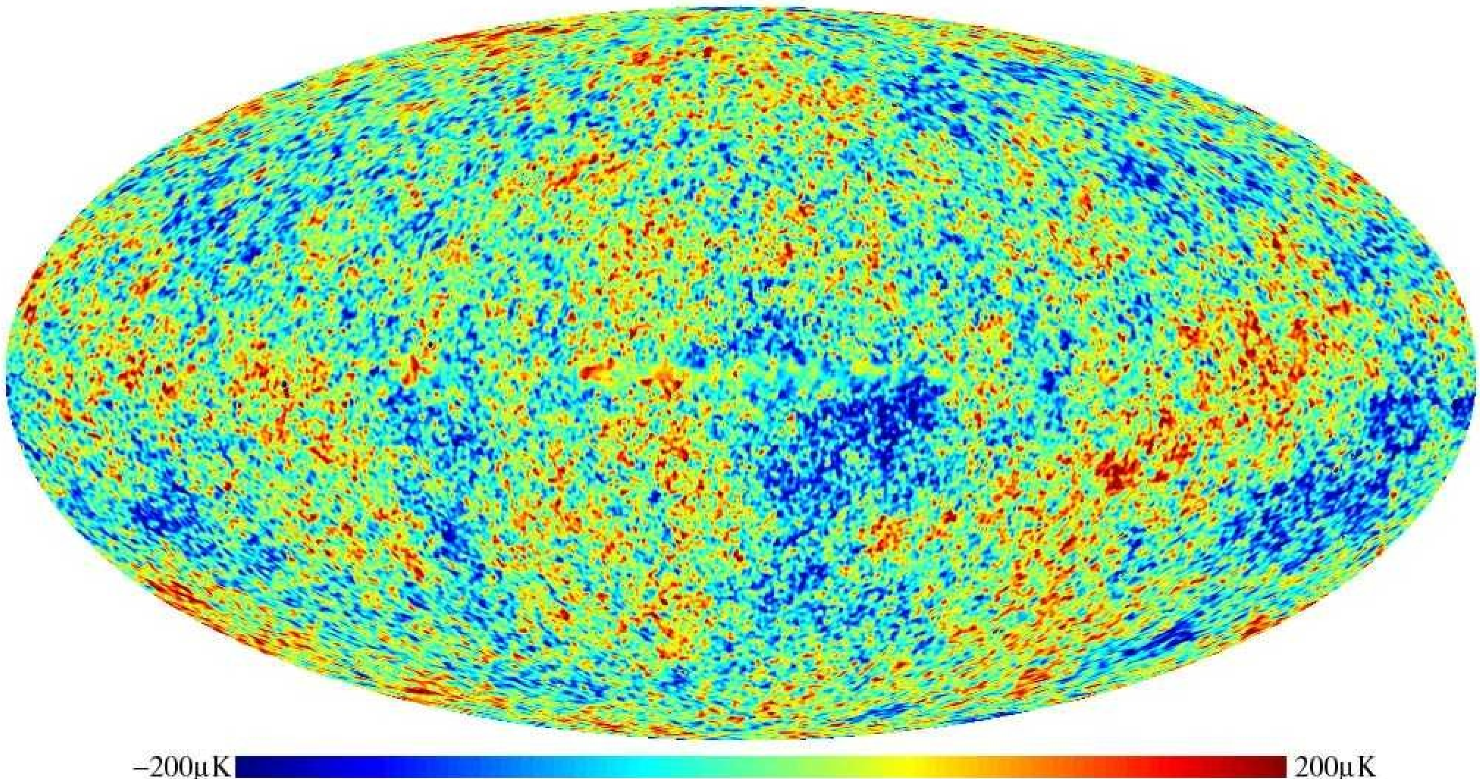


2003 WMAP





Космический микроволновый фон



$$\frac{\delta T}{T_0}(n)$$

$$< \frac{\delta T}{T_0}(k)\frac{\delta T}{T_0}(q) >= P(k)\delta(q+k)$$

Теория суперсимметричного эфира

Комплексное нормированное векторное поле: $u_\mu u^\mu = -1$

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\Bigg(\frac{1}{2}\big(M_{Pl}^2 - M_\varkappa^2 f(w)\big)R - M_\varkappa^2\Big(f^{\mu\nu}\nabla_\rho u_\mu \nabla^\rho \overline{u}_\nu$$

$$+ g(w)R_{\mu\nu}u^\mu\overline{u}^\nu + \frac{m^2}{2}(Im u^\mu)^2\Big)\Bigg)$$

$$f^{\mu\nu} = f'(w)g^{\mu\nu} + f''(w)\overline{u}^\mu u^\nu \qquad w = u_\mu \overline{u}^\mu$$

$$\lambda\big((u_\mu u^\mu + 1) + h.c.\big)$$

Область применимости:
Возмущения вблизи основного вакуумного состояния

$$u^\mu = \left(\frac{1}{\sqrt{-g_{00}}}, 0, 0, 0\right)$$

Масса эфира

$M_\varkappa$ m

$$M_{Pl}^2 >> M_\varkappa^2 f(w)$$

$$H^2 >> m^2$$

$$-M_\varkappa^2 f(w) R$$

$$-\frac{m^2}{2} Im\, u_\mu\, Im\, u^\mu$$

Метрика: малые возмущения

Анизотропия реликтового фона

Свободное поле: эфир в плоском пространстве-времени

$$(\overline{u}^\nu D u_\nu)\overline{u}_\mu + D u_\mu + \frac{im^2}{2} u^\nu Im(u_\nu u_\mu) = 0$$

Устойчивость

Вакуумный анзац

$$u^\mu = \left(\frac{\cos\alpha}{\sqrt{-g_{00}}}, 0, 0, \frac{i\sin\alpha}{\sqrt{g_{33}}}\right)$$

Два эквивалентных (с точностью до инверсии t) подсемейства:

$$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

Запрещенное значение фазы:

$$\alpha = \pm\frac{\pi}{2}$$

Еще один кандидат на роль анзаца:

$$u^\mu = \left(0, 0, \frac{\operatorname{sh}\beta}{\sqrt{g_{22}}}, \frac{i\operatorname{ch}\beta}{\sqrt{g_{33}}}\right)$$

Вакуум в плоской метрике

$$L = F(w)\dot{\alpha}^2 - \frac{m^2}{2}\sin\alpha^2$$

$$F(w) = -wf'(w) + (1 - w^2)f''(w)$$

На функции F(w) и f'(w) наложено условие положительности.

Варьирование дает нам уравнение на фазу вакуума:

$$F(w)\ddot{\alpha} + \frac{1}{2}F'_{\alpha}\dot{\alpha}^2 + \frac{m^2}{4}\sin 2\alpha = 0$$

Его первый интеграл – плотность энергии вакуума.

$$E = F(w)\dot{\alpha}^2 + \frac{m^2}{2}\sin\alpha^2$$

Фридмановская вселенная

$$L = a^2 F(w)\alpha'^2 - a^4 F(w) H^2 - 2a^4 H^2 f'(w)\cos^2\alpha \\ -a^2 g(w)\left(R_{00}\cos^2\alpha + R_{33}\sin^2\alpha\right) - \frac{1}{2}a^4 f(w) R;$$

Ищем поведение вакуума в пространстве де Ситтера: $a' = a^2 H$

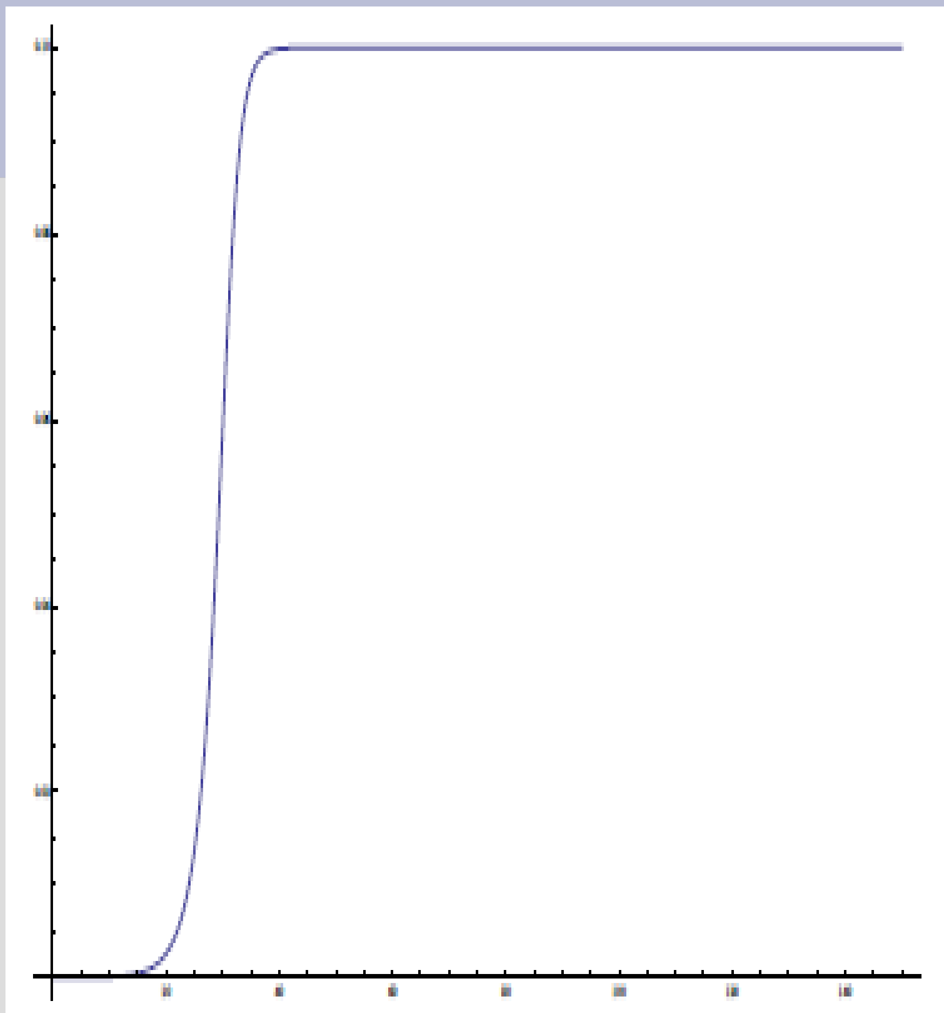
В таких предположиниях мы получим уравнение:

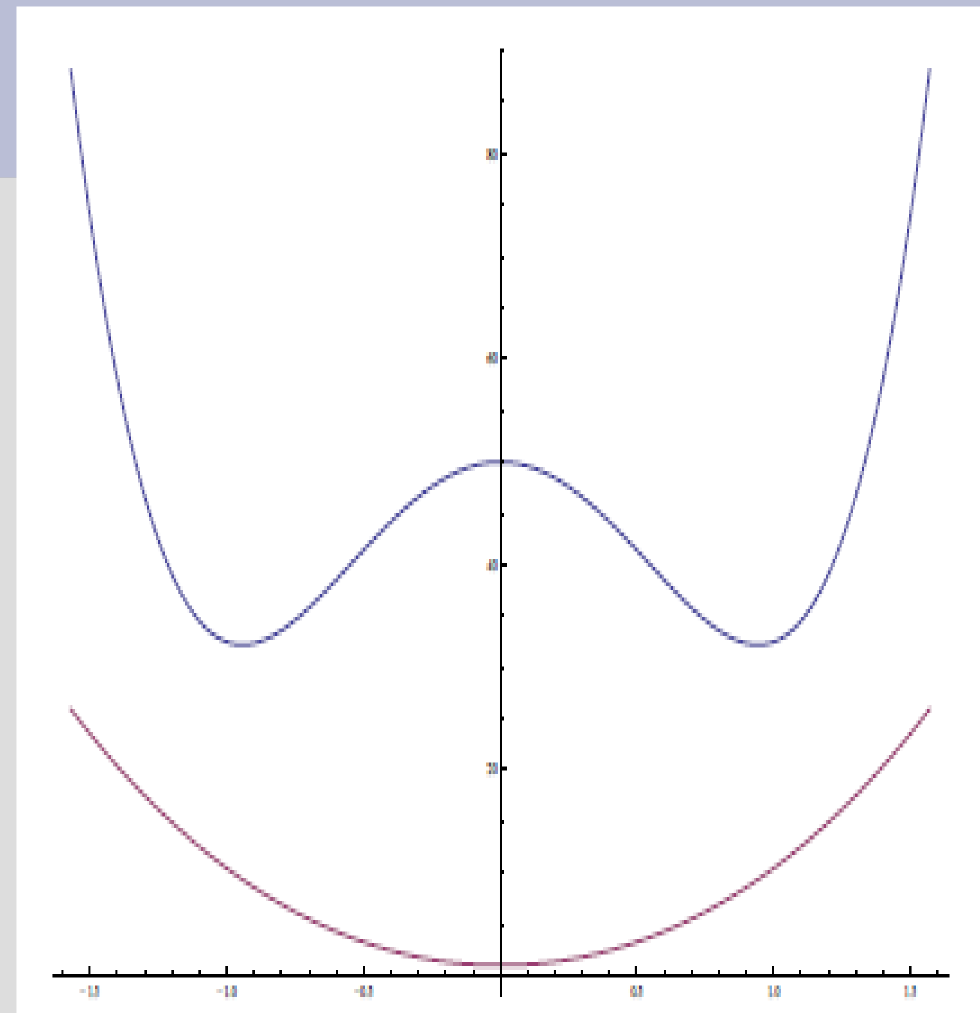
$$\alpha'' + 2aH\alpha' + \frac{1}{2}\frac{F'_\alpha}{F}\alpha'^2 + \frac{a^2}{2}\frac{V'}{F} = 0$$

Где V(a) – потенциал, разложенный до четвертой степени:

$$V(\alpha) = AH^2 + B\frac{H'}{a} + \left(EH^2 + C\frac{H'}{a}\right)\alpha^2 + DH^2\alpha^4$$

Поведение вакуума





Конденсатное состояние:

$$\alpha^2 = -\frac{1}{2D}\left(E + \frac{CH'}{H^2 a}\right)$$

Анизотропия метрики

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -a^2(\eta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2(\eta)}{\kappa(\eta)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{a^2(\eta)}{\kappa(\eta)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(\eta)\kappa^2(\eta) \end{pmatrix}$$

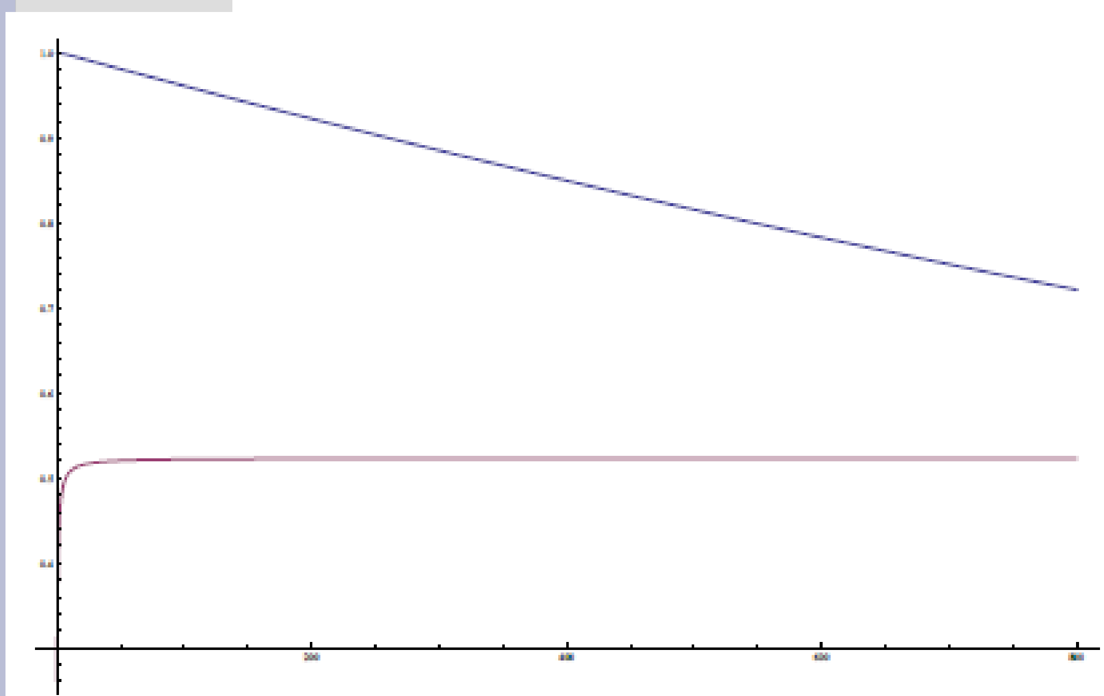
$$S = \int d^4x \Bigg(3\left(aa'' + \frac{a^2\kappa'^2}{4\kappa^2}\right)\left(M_{Pl}^2 - M_{\varkappa}^2 f(w)\right) + M_{\varkappa}^2 \Bigg(a^2 F(w)\alpha'^2 + 3a^4 H^2 g(w)\cos 2\alpha +$$
$$+ a^3 H' g(w)(4\cos^2\alpha - 1) - 2a^2 f'(w)\left(\frac{a'}{a} - \frac{\kappa'}{2\kappa}\right)^2 \cos^2\alpha - a^2 F(w)\left(\frac{a'}{a} + \frac{\kappa'}{\kappa}\right)^2 +$$
$$+ a^2 g(w)\left(\left(\frac{\kappa'}{\kappa}\right)^2\left(1 + \frac{\cos^2\alpha}{2}\right) - \left(\frac{\kappa''}{\kappa} + \frac{2a'\kappa'}{a\kappa}\right)\sin^2\alpha\right)\Bigg)\Bigg);$$

Действие для фактора анизотропии:

$$S = \int d^4x \left(\mu \frac{a^2 \kappa'^2}{\kappa^2} + \sigma \alpha^2 \frac{a^3 H \kappa'}{\kappa} + \nu \alpha^2 \frac{a^2 \kappa''}{\kappa} \right)$$

$$\frac{dK(t)}{dt} + 3HK(t) - \xi \frac{M_{\varkappa}^2}{M_{Pl}^2} H^2 \alpha^2 = 0$$

$$\kappa(t) = e^{\frac{\xi}{3} \frac{M_{\varkappa}^2}{M_{Pl}^2} H \alpha^2 t - \frac{\xi}{9} \frac{M_{\varkappa}^2}{M_{Pl}^2} \alpha^2 (1 - e^{-3Ht})}$$



$$K \rightleftharpoons \frac{d \ln \kappa(t)}{dt},$$

$$\mu \approx \frac{3}{4} \frac{M_{Pl}^2}{M_{\varkappa}^2}$$

$$\xi = 3(4f'' - f')$$

Уравнение в терминах «сигм»

$$\kappa(t) = e^{-2\sigma(t)}$$

$$\sigma'' + 3H\sigma + \frac{\xi M_{\varkappa}^2 \alpha^2 H^2}{2M_{Pl}^2} = 0$$

Линеаризация уравнения:

$$\sigma(t) = \Sigma t$$

Параметр содержит полную информацию о возмущении метрики де Ситтера:

$$\frac{\Sigma}{H} = -\frac{\xi M_{\varkappa}^2}{6M_{Pl}^2}\alpha^2$$

Безмассовое поле

$$S_\chi = -\frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\nabla_\mu\chi\nabla_\nu\chi$$

Член лагранжиана, отвечающего за взаимодействие инфлатона с полем материи:

$$\varphi\phi qq$$

Основная идея:

$$\varphi(\chi) = \varphi_0\left(1 + \frac{\chi}{M_\chi} + \ldots\right)$$

Тогда флуктуации материи определяются поведением безмассового поля, т.к. его флуктуации доминируют над инфлатоном:

$$\delta\chi \sim H$$

$$\frac{\delta T}{T} \sim \frac{\delta\varphi}{\varphi} \sim \frac{H}{M_\chi}$$

Спектр мощности

$$P'(\mathbf{k}) = P(k)(1 + g(k)(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{n})^2)$$

Гамильтониан в представлении взаимодействия:

$$H_I = H - H_0$$

Малый параметр:

$$\epsilon_H t = -2\frac{\Sigma}{H}t$$

$$N^*|\epsilon_H| << 1$$

Статистическая анизотропия

Двухточечная корреляционная функция – Фурье-образ даст спектр мощности

$$< \chi(x,t)\chi(y,t) >= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-ik(x-y)} \times \left(P(k) + (kn)^2 g(k) P(k)\right)$$

$$< \chi(x,t)\chi(y,t) > \approx < \chi_I(x,t)\chi_I(y,t) > +$$
$$+i \int_0^t dt' < [H_I(t'), \chi_I(x,t)\chi_I(y,t)] >$$

Анизотропная и «усредненная» метрики:

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2(H+\Sigma)t} dx_\perp^2 + e^{2(H-2\Sigma)t} dz^2$$

$$ds_0^2 = -dt^2 + e^{2Ht}(dx_\perp^2 + dz^2).$$

Свободное поле «хи»

$$\frac{d^2\chi_I}{dt^2} + 3H\frac{d\chi_I}{dt} - \frac{k^2}{a^2(t)}\chi_I = 0$$

$$k >> H$$
$$|k\eta| << 1$$

Базис функций Ханкеля в конформном времени:

$$\chi_k^{(0)}(\eta) = \frac{H}{\sqrt{2k}}e^{-ik\eta}\left(\eta - \frac{i}{k}\right)$$

$$\eta = -\frac{1}{H}e^{-Ht}$$

Изотропная часть спектра мощности:

$$P(k) \simeq |\chi_k^{(0)}(\eta)|^2$$

$$P(k) \simeq \frac{H^2}{2k^3}$$

Гамильтониан взаимодействия:

$$H_I(t) = \frac{1}{2}\int d^3x\Big(a(t)(\kappa(t)-1)\Big(\frac{\partial\chi_I}{\partial x_\perp}\Big)^2 + $$
$$+ a(t)\Big(\frac{1}{\kappa^2(t)} - 1\Big)\Big(\frac{\partial\chi_I}{\partial x_3}\Big)^2\Big)$$

$$-\frac{i\epsilon_H}{2}\iint_{-\frac{1}{H}}^{\eta} d\eta' d^3x' \left(-\frac{1}{H\eta'}\right)\ln(-H\eta') < [\left(\frac{\partial\widehat{\chi}_I(x')}{\partial x_\perp}\right)^2 - 2\left(\frac{\partial\widehat{\chi}_I(x')}{\partial x_3}\right)^2, \chi_I(x,\eta)\chi_I(y,\eta)] >$$

Оператор поля в представлении вторичного квантования -

$$\widehat{\chi}_I(x,\eta) = \int d^3k(\chi_k(\eta)e^{-ikx} + \chi_k(\eta)^\dagger e^{ikx})$$

Анизотропная часть спектра мощности:

$$g(k)P(k) = 3ik^2\epsilon_H \int_{-\frac{1}{H}}^{\eta} d\eta'(-\frac{1}{H\eta})^2 \ln(-H\eta) \times \left((\chi_k^{(0)}(\eta')\chi_k^{(0)}(\eta)^*)^2 - ((\chi_k^{(0)}(\eta')^*\chi_k^{(0)}(\eta))^2\right)$$

$$g(k)P(k) \simeq \frac{9}{4}\epsilon_H \frac{H^2}{k^3}\ln\frac{k}{H}$$

$$g^* = \frac{9}{2}\epsilon_H \ln\frac{k}{H}$$

Анализ CMB дает оценку на параметр - $g^* < 10^{-2}$

Окончательная оценка на массу эфира по CMB будет

$$M_\varkappa < 0.1\ M_{Pl}$$

Итоги

- Изучена динамика эфира.
- Получено ограничение на вклад эфира в общее действие.

- Флуктуации инфлатона?
- Тензорные моды?
- Результаты миссии Plank?