

Q-трубки в кусочно- параболическом потенциале

Действие

Рассмотрим (3+1)-мерное комплексное скалярное поле с действием

$$S = \int d^4x (\partial_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi - V(\Phi^* \Phi))$$

Анзац, в цилиндрических координатах (r, ϕ, z) : $\Phi(r, \phi, t) = F(r) e^{i\omega t} e^{in\phi}$

Сохраняющиеся величины:

$$E = \int d^3x T_{tt}, \quad T_{tt} = \left(\omega^2 + \frac{n^2}{r^2} \right) F^2 + \left(\frac{dF}{dr} \right)^2 + V(F^2)$$

$$Q = -i \int d^3x (\Phi^* \dot{\Phi} - \dot{\Phi}^* \Phi) = \int d^3x 2\omega F^2 \quad J = nQ$$

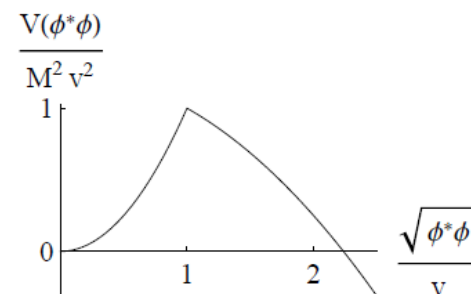
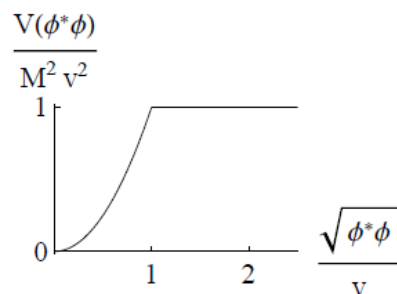
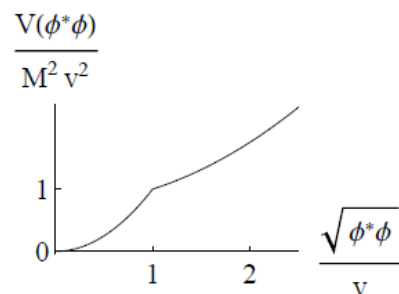
Уравнение движения:

$$\frac{d^2 F}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} - \frac{n^2}{r^2} F + \omega^2 F = \frac{dV}{dF^2} F$$

Потенциал и решения

Потенциал модели:

$$V(|\Phi|^2) = M^2 |\Phi|^2 \theta \left(1 - \frac{|\Phi|^2}{v^2} \right) + (m^2 |\Phi|^2 + \Lambda) \theta \left(\frac{|\Phi|^2}{v^2} - 1 \right)$$



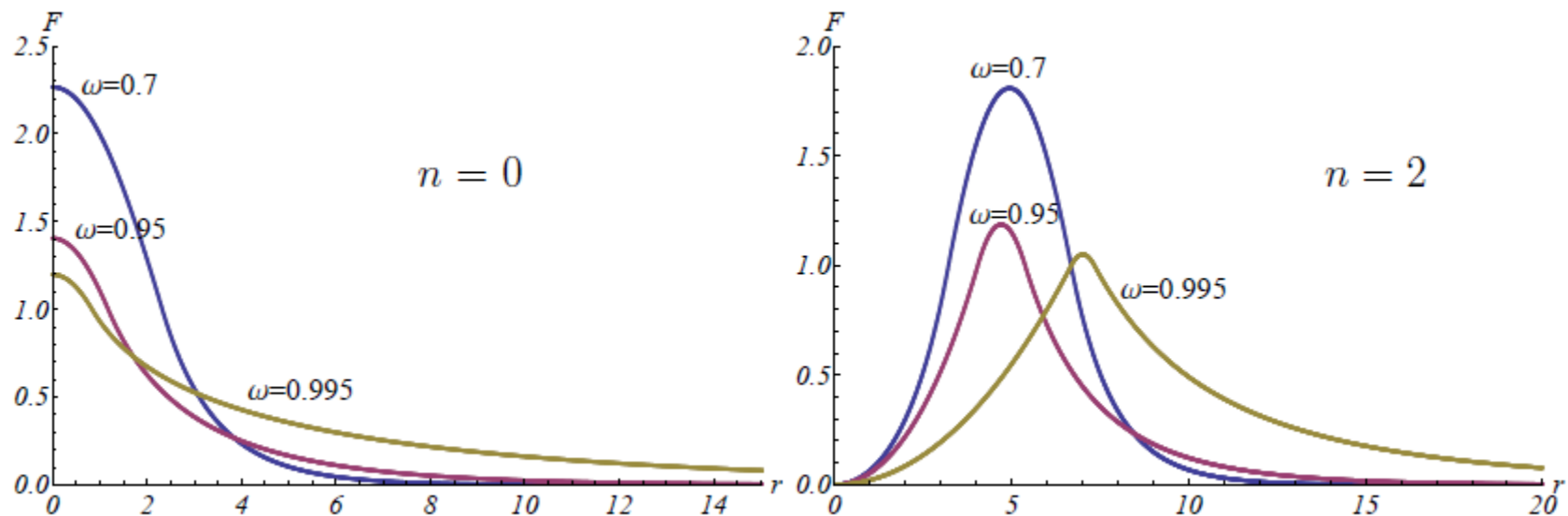
Уравнение движения принимает вид:

$$r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \frac{dF}{dr} + F (r^2 (\omega^2 - U) - n^2) = 0$$

$$U = M^2 \text{ при } F^2 < v^2$$

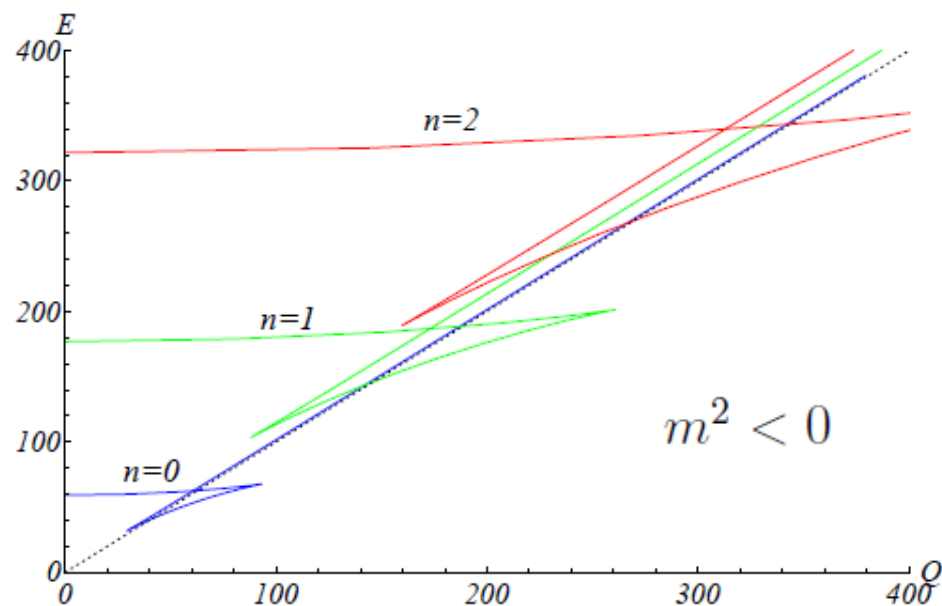
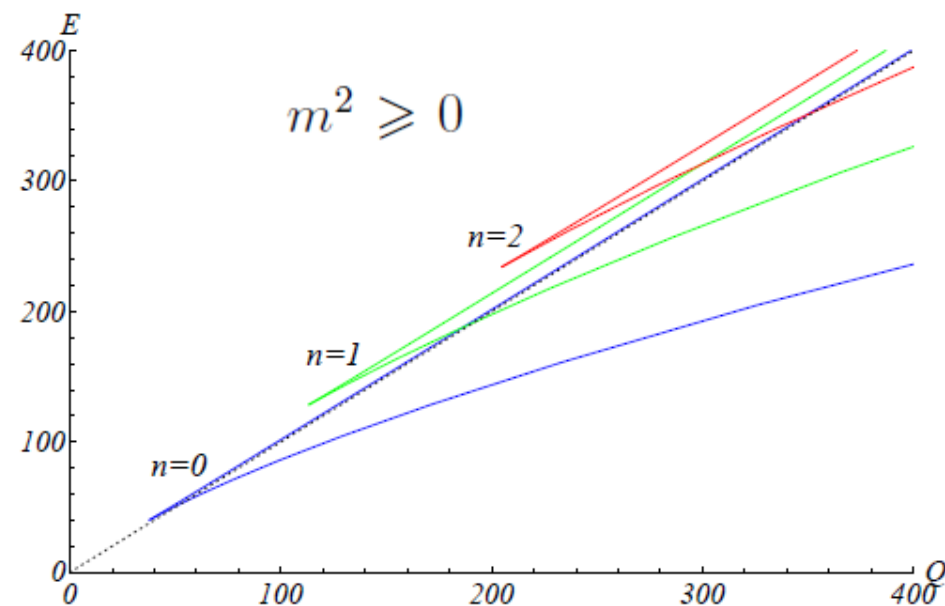
$$U = m^2 \text{ при } F^2 > v^2$$

Потенциал и решения



Профили Q-трубок при различных значениях ω , $m = 0$, $M = v = 1$

Свойства решений



$E(Q)$ -зависимости при различных значениях n , $M = v = 1$

УСТОЙЧИВОСТЬ

Рассмотрим уравнение:

$$r^2 \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + r \frac{d\Phi}{dr} + \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} - r^2 \frac{d^2 \Phi}{dt^2} = r^2 \Phi \frac{dV}{d|\Phi|^2}$$

Ищем решение в виде: $\Phi = \Phi_0 + h$, где Φ_0 - решение для Q-трубки,

$h = h(r, \phi, t)$ - малое возмущение.

Выберем анзац:
$$h = e^{i\omega t + i n \phi} \sum_{l=0}^{\infty} \left(c_1^l e^{i(\gamma' t + l \phi)} + c_2^{l*} e^{-i(\gamma' t + l \phi)} \right) e^{\gamma'' t}$$

Получим
линеаризованные
уравнения:

$$\begin{aligned} r^2 \frac{d^2 c_1}{dr^2} + r \frac{dc_1}{dr} - c_1 \left[r^2 \left((\gamma'' + i(\omega + \gamma'))^2 + U \right) + (n + l)^2 \right] &= \\ &= \frac{r^2 F^2}{v^2} (m^2 - M^2) \delta \left(\frac{F^2}{v^2} - 1 \right) (c_1 + c_2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r^2 \frac{d^2 c_2}{dr^2} + r \frac{dc_2}{dr} - c_2 \left[r^2 \left((\gamma'' - i(\omega - \gamma'))^2 + U \right) + (n - l)^2 \right] &= \\ &= \frac{r^2 F^2}{v^2} (m^2 - M^2) \delta \left(\frac{F^2}{v^2} - 1 \right) (c_1 + c_2). \end{aligned}$$

Существование растущих мод

Рассмотрим случай $n=0$.

Тогда профиль Q-трубки имеет одну точку сшивки.

Решения лин. уравнений:

Слева от нее: $c_{1,2,left}$

Справа от нее: $c_{1,2,right}$

Условие непрерывности решения в точке сшивки:

$$\begin{aligned}C_1 c_{1,left}(r_0) &= C_2 c_{1,right}(r_0), \\C_3 c_{2,left}(r_0) &= C_4 c_{2,right}(r_0),\end{aligned}$$

Условие на скачок производной в точке сшивки:

$$\begin{aligned}C_2 c'_{1,right}(r_0) - C_1 c'_{1,left}(r_0) &= A (C_1 c_{1,left}(r_0) + C_3 c_{2,left}(r_0)), \\C_4 c'_{2,right}(r_0) - C_3 c'_{2,left}(r_0) &= A (C_1 c_{1,left}(r_0) + C_3 c_{2,left}(r_0)), \\A &= \frac{v(m^2 - M^2)}{2|F'(r_0)|}.\end{aligned}$$

Растущая мода существует, если определитель этой системы равен 0 при нек. $\gamma'' > 0$.

Устойчивость

Результаты:

- * Верхняя и левая (если есть) ветви графика $E(Q)$ неустойчивы к возмущениям с $l=0$.
- * Есть указания на (абсолютную) устойчивость нижних ветвей.
- * При $\omega \rightarrow M$ (асимптотика верхней ветви) $\gamma'' \rightarrow \infty$
- * При $\omega \rightarrow m = 0$ (асимптотика нижней ветви) решения с $\gamma'' \gg \omega$ отсутствуют. То есть имеется (как минимум) асимптотическая устойчивость.

Q-шары в модели с плоскими направлениями

Действие

Рассмотрим (3+1)-мерное комплексное скалярное поле с действием

$$S = \int d^4x (\partial_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi - V(\Phi^* \Phi))$$

Ищем решение в виде $\Phi(\vec{x}, t) = e^{i\omega t} F(\vec{x})$

Выражения для энергии и заряда: $E = \int d^3x (\omega^2 F^2 + (\partial_i F)^2 + V(F))$

$$Q = 2\omega \int d^3x F^2$$

Уравнение движения: $\partial_i^2 F + \omega^2 F - \frac{1}{2} \frac{\partial V(F)}{\partial F} = 0$

Решение

Пусть

$$F = F_0 \quad \text{при} \quad |\vec{x}| < R$$

$$F = 0 \quad \text{при} \quad |\vec{x}| > R$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Тогда} \quad E = \omega F_0^2 \mathcal{U} + V(F_0) \mathcal{U} + O(R^2) \\ \quad \quad Q = 2\omega F_0^2 \mathcal{U} + O(R^2) \end{array} \right\} \quad E = \frac{Q}{2} \left(\omega + \frac{V(F_0)}{F_0^2 \omega} \right)$$

$$\text{Минимум при} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{V(F_0)}{F_0^2}} \quad E_{sol} = \sqrt{\frac{V(F_0)}{F_0^2}} \cdot Q$$

$$\text{«Устойчивость» при} \quad E_{sol} < m_\Phi Q = \sqrt{\frac{V(F)}{F^2}} \Big|_{F=0} \cdot Q$$

То есть, решение есть, если минимум выражения $\frac{V(F)}{F^2}$ достигается при $F \neq 0$

Барионная асимметрия Вселенной

Барион-фотонное отношение

$$\eta_B = \frac{n_B}{n_\gamma} \approx 6 \cdot 10^{-10}$$

$$\Delta_B = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} \approx \frac{n_\gamma}{s} \eta_B$$

$$s = \frac{4\pi^2}{90} \left(2 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{4}{11} \right) T^3$$

$$\Delta_B \sim \frac{n_q - n_{\bar{q}}}{n_q + n_{\bar{q}}}$$

Условия Сахарова

- Несохранение барионного числа,
- Нарушение C- и CP-симметрий,
- Нарушение термодинамического равновесия

Электрослабый механизм

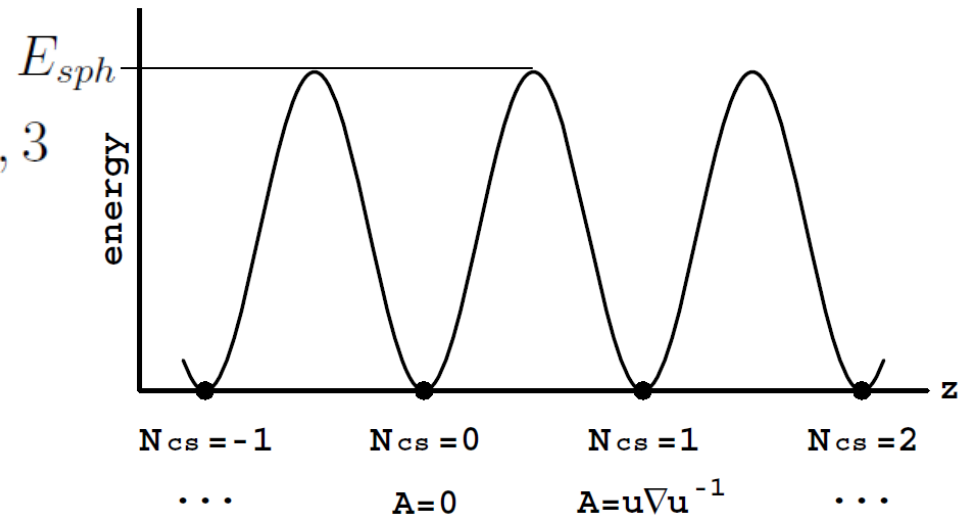
$$\partial^\mu j_\mu^B = 3 \frac{g^2}{16\pi^2} V^{\mu\nu a} \tilde{V}_{\mu\nu}^a ,$$

$$\partial^\mu j_\mu^{Ln} = \frac{g^2}{16\pi^2} V^{\mu\nu a} \tilde{V}_{\mu\nu}^a , \quad n = 1, 2, 3$$

$$V_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g\epsilon^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$\tilde{V}_{\mu\nu}^a = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} V^{\rho\sigma a}$$

$$\begin{aligned} \Delta B &= B(t_f) - B(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} dt \int d^3x \partial^\mu j_\mu^B \\ &= 3 \int_{t_i}^{t_f} d^4x \frac{g^2}{16\pi^2} V^{\mu\nu a} \tilde{V}_{\mu\nu}^a \end{aligned}$$



Электрослабый механизм

$$T = 0 \quad \longrightarrow \quad \Gamma \sim e^{-\frac{4\pi}{\alpha_W}} \quad \alpha_W \sim 1/30$$

$$T > 0 \quad \longrightarrow \quad \Gamma \sim T^4 e^{-E_{sph}(T)/T} \quad E_{sph} \sim \frac{M_W(T)}{\alpha_W}$$

$$T > T_{EW} \longrightarrow \Gamma \sim \alpha_W^5 T^4$$

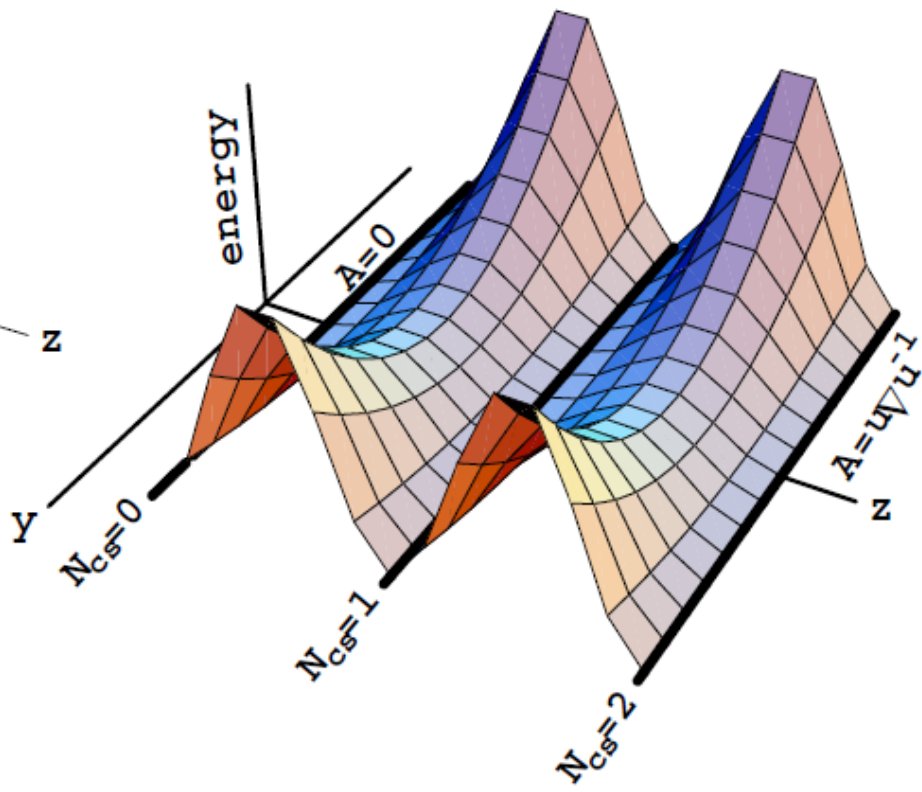
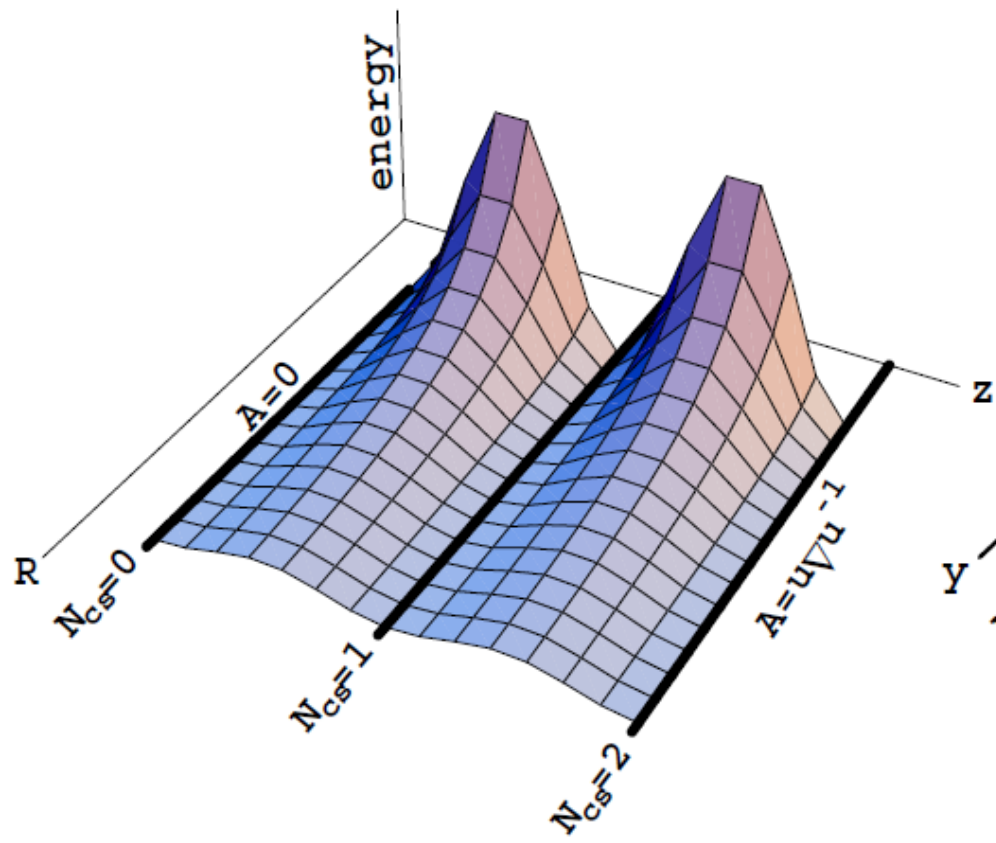
Электрослабый механизм

Найдем, при каких температурах процессы с нарушением барионного числа находились в термодинамическом равновесии.

$$\frac{\Gamma}{T^3} \gtrsim H(T) = \frac{T^2}{M_{Pl*}} \qquad M_{Pl*} = \frac{M_{Pl}}{1,66\sqrt{g_*}}$$

Высокие температуры: $T \lesssim 10^{12} GeV$

Низкие температуры: $T \gtrsim 100 GeV$



Спасибо за внимание