Генерация барионной асимметрии в модели конформного скатывания

Магистерская диссертация

05.07.2017

выполнил студент МФТИ Артем Митрофанов
научный руководитель д.ф.-м.н, г.н.с. ОТФ ИЯИ РАН Дмитрий Горбунов

Содержание

Исследования нуклеосинтеза дают следующее значение отношения числа барионов к числу фотонов[3]:

$$\eta_B \equiv \frac{n_B}{n_\gamma} \approx 6 * 10^{-10} \tag{1}$$

В Стандартной модели нету средств сгенерировать такое барионное число из барион-симметричного состояния.

Значение того же порядка всплывает при исследовании спектра первичных возмущений плотности энергии Вселенной $\delta \equiv \frac{\delta\epsilon}{\epsilon}$:

$$\langle\delta^2(\vec{x})\rangle = \int_0^\infty \frac{dk}{k}\Delta_\delta^2(k), \tag{2}$$

где $\Delta_\delta^2(k) \approx 10^{-9}$[3].

Механизм конформного скатывания [1] обеспечивает плоский спектр возмущений фазы комплексного поля, как следствие конформной и глобальной $U(1)-$инвариантности теории. Рассмотрим действие

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}(\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi + \frac{R}{6}\phi^*\phi + h^2(\phi^*\phi)^2) \qquad (3)$$

Для однородного поля в однородной изотропной Вселенной заменой $\phi = \frac{\chi}{a}$ получаем уравнение($dt = a(t)d\eta, \chi' = a(t)\dot{\chi}$):

$$\chi'' - 2h^2|\chi|^2\chi = 0 \qquad (4)$$

$$\chi'' - 2h^2|\chi|^2\chi = 0 \tag{5}$$

Это уравнения имеет решение:

$$\chi_0 = \frac{c}{h(\eta_e - \eta)} \tag{6}$$

Рассмотрим, как будут эволюционировать возмущения:
$\chi \equiv |\chi| \exp i(\theta + \delta\theta) \approx \chi_0(1 + i\delta\theta)$

$$(\chi_0\delta\theta)'' + k^2(\chi_0\delta\theta) - 2h^2|\chi_0|^2(\chi_0\delta\theta) = 0 \tag{7}$$

Данное уравнение совпадает с уравнением эволюции квантовых возмущений минимально связанного с гравитацией поля в де Ситтеровском пространстве:

$$f'' - \frac{2}{\eta^2}f + k^2 f = 0 \tag{8}$$

$$(\chi_0 \delta\theta)'' + k^2(\chi_0\delta\theta) - 2h^2|\chi_0|^2(\chi_0\delta\theta) = 0 \tag{9}$$

Решение этого уравнения дачт спектр возмущений θ [1]:

$$\Delta_{\chi_0\theta} = \frac{c}{2\pi(\eta_e - \eta)} \tag{10}$$

Итак, плоский спектр возмущений θ не зависит от времени:

$$\delta\theta \approx \frac{h}{2\pi} \tag{11}$$

Рассмотрим модель комплексного скалярного поля $\phi \equiv \frac{\rho}{\sqrt{2}} \exp i\theta$ в однородной изотропной Вселенной(само поле не доминирует),с действием[2]:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi - m^2\phi^*\phi - \lambda(\phi^{*4} + \phi^4)\right) \quad (12)$$

$$j_\mu = iB(\phi^*\partial_\mu\phi - \phi\partial_\mu\phi^*) \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt}\left(a^3(t)r^2\dot{\theta}\right) \equiv \frac{d}{dt}\left(a^3(t)n_B\right) = 0 \quad (14)$$

Если $\lambda \neq 0$, то последний член в потенциале служит источником барионного заряда

Пусть в начале эволюции имеется однородное поле: $\phi = \phi_0$.
Перепишем действие для однородного поля в переменных θ, ρ:

$$S = \int d^4 x a^3(t) \left(\frac{1}{2}\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}\rho^2\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}m^2\rho^2 - \frac{1}{2}\lambda \cos(4\theta)\rho^4 \right) \quad (15)$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d}{dt}\left(a^3\rho^2\dot{\theta}\right) - 2\lambda \sin 4\theta\rho^4 = 0 \quad (16)$$

$$\ddot{\rho} + 3H\dot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 + m^2\rho + 2\lambda\cos 4\theta\rho^3 = 0 \quad (17)$$

Пока $H \gg m$, для ρ выполнены условия медленного скатывания [3] - оно примерно постоянно на хаббловских временах $t \sim 1/H$. Требуем, чтобы $m \gg \sqrt{\lambda}\rho$: фаза тоже находится в режиме медленного скатывания, что и обеспечивает генерацию барионного заряда. В момент $H \sim m$ поле ϕ скатывается в тривиальный минимум, $U(1)$-нарушающее слагаемое зануляется и впредь барионный заряд сохраняется:

$$n_B(t) = -\frac{B}{a^3(t)}\int_{t_i}^{t}\left(a^3(t')\frac{\partial V(t')}{\partial\theta}\right)dt' \quad (18)$$

$$n_B(t) = -\frac{B}{a^3(t)} \int_{t_i}^{t} \left(a^3(t') \frac{\partial V(t')}{\partial \theta} \right) dt' \tag{19}$$

Этот интеграл набирается в окрестности момента нарушения условий медленного скатывания,t_r, потому что раньше интегранд был подавлен малым масштабным фактором, а позже - осциллирующим возле нуля полем, поэтому оценить его можно следующим образом:

$$n_B(t) \approx -B \left(\frac{a(t_r)}{a(t)} \right)^3 \frac{\partial V}{\partial \theta}(t_r) \frac{1}{H(t_r)} \tag{20}$$

Положим, что конформное скатывание осуществлялось комплексным скалярным дублетом $\phi^T = (\phi_1, \phi_2)$, заряженным по барионному числу. Начальные условия общие: $Im\phi_1 \approx Re\phi_1 \approx Im\phi_2 \approx Re\phi_2, \dot{\phi} = 0$. Сперва рассмотрим эволюцию скалярного дублета на конформной стадии, пренебрегая неперенормируемыми слагаемыми:

$$S = \int \sqrt{-g}(\partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi + \frac{R}{6}\phi^\dagger \phi + h^2(\phi^\dagger \phi)^2) \qquad (21)$$

Делая замену $\phi_1 = \frac{\chi_1}{a}, \phi_2 = \frac{\chi_2}{a}$, получаем уравнения:

$$\chi_i'' - 2h^2(|\chi_1|^2 + |\chi_2|^2)\chi_i = 0, \qquad (22)$$

$i = 1, 2$. Система имеет решение: $\chi_i = \frac{c_i}{h(\eta^* - \eta)}$, где $c_1, c_2 : |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ и вещественная η^* определяются начальными условиями. Возмущения, ортогональные полю, отвечающие голдстоуновским бозонам, ведут себя также, как возмущения фазы в модели (3):

$$(\delta_\alpha \tau_\alpha \chi)'' + k^2(\delta_\alpha \tau_\alpha \chi) - 2h^2|\chi|^2(\delta_\alpha \tau_\alpha \chi) = 0, \qquad (23)$$

$$(\delta_\alpha \tau_\alpha \chi)'' + k^2(\delta_\alpha \tau_\alpha \chi) - 2h^2|\chi|^2(\delta_\alpha \tau_\alpha \chi) = 0, \tag{24}$$

где τ_α матрицы Паули, $\alpha = 1, 2, 3$. $\tau_\alpha \chi$ определяют направления возмущений, а δ_α их модули, имеющие плоский спектр. В частности, возмущения фаз χ_1,χ_2 обретают тот же спектр, как в модели (3):

$$\delta\theta_1 = \frac{h}{2\pi} \tag{25}$$

$$V = -h^2(\phi^\dagger\phi)^2 + \frac{1}{\Lambda^2}(\phi^\dagger\phi)^3 - \frac{R}{6}\phi^\dagger\phi + \alpha\frac{(\phi^\dagger\phi)^2}{\Lambda^2}(\phi_1^*\phi_1) + \frac{\lambda}{\Lambda^2}(\phi_1^{*6} + \phi_1^6) - V_{min}, \tag{26}$$

где R - скаляр кривизны, комплексный дублет ϕ конформно связан с гравитацией, Λ определяет масштаб физики, ответственной за нарушение $SU(2)$ инвариантности $\phi \to \omega\phi$ и $U(1)$ инвариантности $\phi_1 \to \exp i\beta\phi_1$. В дальнейшем учтцм, что $R = 0$ на стадии доминирования релятивистской плазмы. Мы также явно вычитаем вакуумную энергию, отвечающую энергии потенциала в минимуме всех полей.

Потребуем, чтобы $\alpha \ll 1$ и обсудим динамику поля в таком потенциале. Мы предполагаем общие начальные условия $Im\phi_1 \approx Re\phi_1 \approx Im\phi_2 \approx Re\phi_2$, однако для начала, в иллюстративных целях рассмотрим двумерный случай, считая поля вещественными $\phi_1 = Re\phi_1 = \phi_2 = Re\phi_2 \equiv r_0$(никакого упрощения фактически не происходит, ибо таких значений можно добиться переобозначением полей). Интересующая нас часть потенциала тогда имеет вид:

$$V = -h^2(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 + \frac{1}{\Lambda^2}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^3 + \alpha\frac{1}{\Lambda^2}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2\phi_1^2 \qquad (27)$$

Перейдем к переменным $r, \beta : \phi_1 = r\cos\beta, \phi_2 = r\sin\beta$ и рассмотрим силы, двигающие поле вдоль радиуса($\delta\beta = 0$) и перпендикулярно ему($\delta r = 0$ в первом порядке) :

$$-\frac{\partial V}{\partial r} = 4h^2r^3 - \frac{6r^5}{\Lambda^2} - \alpha\frac{6r^5}{\Lambda^2}\cos^2\beta \qquad (28)$$

$$-\frac{\partial V}{\partial\beta} = \alpha\frac{r^6}{\Lambda^2}\sin(2\beta) \qquad (29)$$

Видно, что при достаточно малом параметре α скатывание в минимум

Когда $H \sim h\rho_0$ скатывается в минимум, отвечающий лидирующим вкладам, осциллирует там, а ϕ_1 скатывается в минимум позже, когда $H \sim \sqrt{\alpha} h\rho_0$. При этом $\alpha \ll 1$, поэтому колебания $|\phi|$, ведущие себя, как $\delta\phi \propto a(t)^{-3/2}$ к этому времени успевают ослабнуть: $\frac{\delta|\phi|}{\rho_0} \propto (\alpha)^{3/8}$. В модели конформного скатывания возмущения $\delta\rho$ не имеют плоского спектра, а в некоторых случаях могут превышать возмущения фазы [1]. К началу колебаний ρ возле ρ_0 их амплитуда оценивается, как ρ_0. К началу скатывания ϕ_1 в ноль требуется их подавить на фактор $\sim h$. Это же условие обеспечивает то, что по мере скатывания ϕ_1 в минимум, ϕ_2 быстро возвращает $|\phi|$ в минимум, соответствующий первым двум слагаемым, аналогично (28).

Когда плотность энергии доминирующей плазмы падает до $H \sim \sqrt{\alpha} h \rho_0$, начинается скатывание ϕ_1 в ноль. При этом последнее слагаемое в (26) обеспечивает медленное скатывание фазы ϕ_1:

$$\frac{1}{a^3}\frac{d}{dt}(a^3\rho^2\dot{\theta}) = -\frac{\partial V}{\partial \theta} \tag{30}$$

При условии $\alpha > \lambda$, в момент нарушения условий медленного скатывания ϕ_1, фаза θ по-прежнему медленно скатывается, что приводит к генерации барионного числа:(t_r:$H(t_r) = \sqrt{\alpha} h \rho_0$):

$$n_B(t) \approx \left(\frac{a(t_r)}{a(t)}\right)^3 \left(\frac{\partial V}{\partial \theta_i}\right)\Bigg|_{t_r} H_r^{-1} \approx \left(\frac{a(t_r)}{a(t)}\right)^3 \frac{\lambda \rho_0^5}{\Lambda^2 \sqrt{\alpha} h} \sin 6\theta_i \tag{31}$$

Как обосновано выше, возмущениями $|\phi|, |\phi_1|$ можно пренебречь, поэтому, учитывая, что поле θ неоднородно и имеет спектр 25:

$$\frac{\delta n_B}{n_B} \propto \delta\theta_i \approx h \tag{32}$$

$$\delta\epsilon/\epsilon \sim \delta n_B/n_B \sim \delta\theta \tag{33}$$

Полная плотность энергии конденсата:

$$\epsilon_{\delta\phi} \approx \alpha h^2 \rho_0^4 (\frac{a(t_r)}{a(t)})^3 \tag{34}$$

Плотность энергии, соответствующая барионному числу(превышению числа частиц над числом античастиц конденсата):

$$\epsilon_{n_B} = m_{\phi_1} n_B \approx \lambda h^2 \rho_0^4 (\frac{a(t_r)}{a(t)})^3 \tag{35}$$

Характер адиабатических возмущений плотности Вселенной следует из выражения для барионного числа (31) и факта, что θ_i - случайное поле с плоским спектром (25) возмущений над неким классическим значением. Неопределенность этого классического значения предоставляет пространство для антропного принципа. Итак, неоднородности энергии Вселенной после распада с точностью до $(\delta\theta_i)^2$ имеют вид:

$$\delta\epsilon/\epsilon \sim \delta n_B/n_B \approx 6\cot 6\theta_i\delta\theta - 18(\delta\theta)^2 \tag{36}$$

Рассмотрим негауссовость возмущений гравитационного потенциала $\Phi = -\frac{\delta\epsilon}{2\epsilon}$ следующего вида :

$$\Phi = \Phi_{gauss} + f_{NL}\Phi^2_{gauss}, \tag{37}$$

Результаты коллаборации *PLANCK* дают следующую оценку f_{NL}:

$$f_{NL} = 2.7 \pm 5.8 \tag{38}$$

Гравитационный потенциал Φ в (37) следующим образом связан с адиабатическими возмущениями плотности на радиационно-доминированной стадии [4]:

$$\delta\epsilon/\epsilon = -2\Phi \tag{39}$$

Таким образом, сравнивая с (37), получаем $\Phi_{gauss} = -3 \cot 6\theta_i \delta\theta$. Подставляя обратно в (37), имеем:

$$\Phi = \Phi_{gauss} + (\tan\theta_i)^2 \Phi_{gauss}^2 \tag{40}$$

Учитывая (38), можно заключить, что

$$\tan 6\theta_i \lesssim 3 \qquad (41)$$

Ограничение слабое и конкретные выводы из него сделать сложно. Ясно, однако, что механизм гарантирует неисчезающую негауссовость в общем случае, ибо $n_B \propto \sin 6\theta_i$, тогда как $f_{NL} = (\tan 6\theta_i)^2$
Вернемся к условиям, необходимым для аннигиляции пар. Ширина аннигиляции имеет вид:

$$\Gamma_{ann} \sim \sigma n v \qquad (42)$$

Оценим относительную скорость частиц конденсата из принципа неопределенности:
$(vm_{\phi_1})^3 n^{-1} \approx 1$. Тогда:

$$\Gamma_{ann} \sim \sigma n_{\phi_1}^{4/3} m_{\phi_1}^{-1} \tag{43}$$

Хотим, чтобы к моменту $H \sim \Gamma_{\phi_1 \to smth} \equiv \Gamma_{dec}$ основную часть энергии конденсата составляли барионы, то есть $n_{\phi_1} \approx \lambda h^2 \rho_0^4 \left(\frac{a(t_r)}{a(t_{dec})}\right)^3 m_{\phi_1}^{-1}$.
Отсюда имеем следующее условие на сечение аннигиляции:

$$\Gamma_{ann} \sim \sigma \left(\lambda h^2 \rho_0^4 \left(\frac{a(t_r)}{a(t)}\right)^3\right)^{4/3} m_{\phi_1}^{-1} \gg \Gamma_{dec} \tag{44}$$

$$\sigma \gg h^2 \alpha^{15/6} \left(\frac{1}{\Gamma_{dec}^5 \Lambda}\right)^{1/3} \tag{45}$$

Значение Γ_{dec} определяется ниже из условия генерации правильной барионной асимметрии. После его определения вернемся ограничению на σ.

К моменту распада барионы составляют полную плотность энергии во Вселенной, поэтому выполняется

$$\epsilon_{tot} \approx m n_B \approx g T_r^4 \tag{46}$$

Тогда для барионной асимметрии получаем(учитывая, что большую часть эволюции осцилляций их энергия доминирует во Вселенной, позже покажем справедливость этого утверждения):

$$\eta_B \equiv \frac{n_B}{g T_r^3} \approx \left(\frac{n_B}{m^3}\right)^{1/4} \approx \left(\frac{\Gamma_{dec}}{\sqrt{\alpha} h \rho_0}\right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{h^2 \alpha^2}\right)^{1/4} \approx h^2 \tag{47}$$

$\Gamma \equiv \Gamma(\phi_1 \to smth)$. Из уравнений (47),(46) видно, что барионная асимметрия будет малой, если масса распадающихся барионов много больше температуры, устанавливающейся в плазме после их распада. Мы потребовали, чтобы $\eta_B \approx 10^{-9} \approx h^2$. Итого, для получения правильной барионной асимметрии требуется:

$$\Gamma \approx \alpha^{3/2} h^7 \lambda^{-1/2} \Lambda \sim \frac{h}{\lambda^{1/2}} \frac{m_{\phi_1}^3}{\Lambda^2} \tag{48}$$

$$\Gamma \approx \alpha^{3/2} h^7 \lambda^{-1/2} \Lambda \sim \frac{h}{\lambda^{1/2}} \frac{m_{\phi_1}^3}{\Lambda^2} \tag{49}$$

Такой распад может быть обусловлен неперенормируемым оператором размерности 5, отвечающим тому же энергетическому масштабу, что и нарушение глобальных и конформной инвариантности в данной модели. Выберем следующие значения параметров:

$$\lambda \sim 10^{-2} h^2 \tag{50}$$

$$\alpha \sim h^2 \tag{51}$$

Проверим сделанное выше предположение о том, что энергия осцилляций начинает доминировать в полной энергии Вселенной задолго до их распада.Действительно $H_{eq} >> \Gamma_{dec}$, где $H_{eq} \approx (\frac{\rho_0}{M_p})\rho_0 h\sqrt{\alpha}$ - хаббл к моменту начала доминирования осцилляций, так что $\Gamma_{dec} \gg H_{eq}$.

Ясно, что распад осцилляций ϕ_1 должен произойти раньше нуклеосинтеза: $\Gamma_{dec} >> H_{nucl}$. $H_{nucl} \approx 10^{-16}$эВ Отсюда следует условие:

$$\alpha^{3/2} h^7 \lambda^{-1/2} \Lambda \gg 10^{-16}\text{эВ} \tag{52}$$

Вернемся к условию на сечение (45), используя результат (49) и выбранные параметры $\lambda \sim 10^{-2} h^2, \alpha \sim h^2$:

$$\sigma > h^{-2} \frac{1}{m^2} \tag{53}$$

При этом скорость частиц в конденсате, оцененная из принципа неопределенности:

$$v \sim \frac{1}{h^{2/3} \alpha^{1/6}} \left(\frac{\Gamma_{dec}}{m} \right)^{2/3} \approx \alpha^{1/2} \lambda^{-1/3} h^{8/3} \ll h \tag{54}$$

Унитарный предел сечения аннигиляции [7] $\sigma < \frac{4\pi}{m^2 v^2}$ выполнен с большим запасом в случае выбора параметров (50) и такая аннигиляция возможна(например в хиггсовские бозоны). Вообще же соблюдение унитарного предела накладывает следующее ограничение на параметры:

$$\alpha^{1/2} \lambda^{-1/3} h^{5/3} \ll 1 \tag{55}$$

- V. A. Rubakov, JCAP **0909** (2009) 030 doi:10.1088/1475-7516/2009/09/030 [arXiv:0906.3693 [hep-th]].
- I. Affleck and M. Dine, Nucl. Phys. B **249** (1985) 361. doi:10.1016/0550-3213(85)90021-5
- D. S. Gorbunov and V. A. Rubakov,
- D. S. Gorbunov and V. A. Rubakov, Hackensack, USA: World Scientific (2011) 489 p doi:10.1142/7874
- D. H. Lyth, C. Ungarelli and D. Wands, Phys. Rev. D **67** (2003) 023503 doi:10.1103/PhysRevD.67.023503 [astro-ph/0208055].
- P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **571** (2014) A24 doi:10.1051/0004-6361/201321554 [arXiv:1303.5084 [astro-ph.CO]].
- K. Griest and M. Kamionkowski, Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 615. doi:10.1103/PhysRevLett.64.615