



Некоторые аспекты физики дополнительных измерений

М. Смоляков, И. Волобуев (НИИЯФ МГУ)

■ Предыстория

- Bernhard Riemann, «Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen» (О гипотезах, лежащих в основании геометрии) (1854 г.)

Для объяснения природы вопросы о неизмеримо большом, – вопросы праздные. Иначе обстоит дело с вопросами о неизмеримо малом. От той точности, с которой нам удастся проследить явления в бесконечно малом, существенно зависит наше знание причинных связей.

Эмпирические понятия, на которых основывается установление пространственных метрических отношений,— понятия твёрдого тела и светового луча, по-видимому, теряют всякую определённость в бесконечно малом. Поэтому вполне мыслимо, что метрические отношения пространства в бесконечно малом не отвечают геометрическим допущениям; мы действительно должны были бы принять это положение, если бы с его помощью более просто были объяснены наблюдаемые явления...

Здесь мы стоим на пороге области, принадлежащей другой науке – физике, и переступить его не дает нам повода сегодняшней день.

- Gunnar Nordström, «Über die Möglichkeit, das elektromagnetische Feld und das Gravitationsfeld zu vereinigen», (О возможности объединить электромагнитное и гравитационное поля) Phys. Z. 15 (1914) 504
- T. Kaluza, «Zum Unitätsproblem in der Physik», (К проблеме единства в физике) Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Math. Phys., pp. 966–972, 1921
- O. Klein, «Quantentheorie und Fünfdimensionale Relativitätstheorie», (Квантовая теория и пятимерная теория относительности) Zeitschr. Phys. 37 (1926) 895

Пространство-время имеет дополнительное пространственное измерение, которое макроскопически ненаблюдаемо.

Ненаблюдаемость дополнительного измерения объясняется его компактностью и крайне малым размером, - порядка планковской длины

$$L_{Pl} = 1/M_{Pl}.$$

Исходная модель Калуцы-Клейна: гравитация в пространстве-времени $E = M^4 \times S^1$

$$S = \frac{1}{16\pi\hat{G}} \int_E \hat{R} \sqrt{-g} d^5 X, \quad X^N = \{x^\nu, y\}, \quad 0 \leq y < L,$$

где \hat{G} - пятимерная гравитационная постоянная,
 \hat{R} - пятимерная скалярная кривизна, сигнатура метрики $\text{sign } g_{MN} = (-, +, +, +, +)$, $M, N = 0, 1, 2, 3, 4$.

Пятимерная метрика g_{MN} может быть представлена в виде

$$g_{MN} = \begin{pmatrix} \gamma_{\mu\nu} + \phi A_\mu A_\nu & \phi A_\mu \\ \phi A_\nu & \phi \end{pmatrix}, \quad \phi = g_{44}, \quad \phi A_\mu = g_{\mu 4}.$$

Если g_{MN} не зависит от координаты дополнительного измерения, то

$$\begin{aligned} \hat{R} &= R_{(4)} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \phi^{-1} - \frac{1}{2} \phi^{-2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \end{aligned}$$

где $R_{(4)}$ - скалярная кривизна в четырехмерном пространстве M^4 с метрикой $\gamma_{\mu\nu}$.

В работах Калуцы и Клейна поле Φ полагалось равным константе, а поле A_μ отождествлялось с электромагнитным полем.

Соотношение между пятимерной (M) и четырехмерной (M_{Pl}) массами Планка:

$$M_{Pl}^2 = M^3 L.$$

Любое поле в пространстве-времени $E = M^4 \times S^1$ можно разложить в ряд Фурье по координате y .

Массы калуца-клейновских мод получаются порядка $1/L$. Так как L – порядка планковской длины, то наблюдаемые поля должны быть “нулевыми модами”, т.е. не могут зависеть от координаты дополнительного измерения.

- Для каждого четырехмерного поля должна существовать башня полей с теми же квантовыми числами и массами порядка M_{Pl} , которые невозможно наблюдать при доступных в настоящее время энергиях.

1 Большие дополнительные измерения

Локализация полей на доменной стенке в случае бесконечного дополнительного измерения:

V.A. Rubakov and M.E. Shaposhnikov,
«Do We Live Inside A Domain Wall?»
Phys. Lett. 125 (1983) 136

Если поля СМ могут быть динамически локализованы на доменной стенке в многомерном пространстве, а толщина стенки стремится к нулю, то она превращается в мембрану, или просто брану.

- АДД сценарий

N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G.R. Dvali,
«The hierarchy problem and new dimensions at a
millimeter», Phys. Lett. B 429 (1998) 263

Одна брана без натяжения в пространстве с произвольным числом компактных дополнительных измерений.

Решение проблемы иерархии гравитационного взаимодействия: сильная гравитация в многомерном пространстве и слабая гравитация на бране.

$$M_{Pl}^2 = M^{(2+n)} V_n$$

2

Модель Рэндалл-Сундрума

L. Randall and R. Sundrum,
 «A large mass hierarchy from
 a small extra dimension»,
 Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 3370

Две браны с натяжением, расположенные в
 неподвижных точках орбифолда S^1/Z_2 :

$$\begin{aligned}
 S &= \int d^4x \int_{-L}^L dy (2M^3 R - \Lambda) \sqrt{-g} - \\
 &- \lambda_1 \int_{y=0} \sqrt{-\tilde{g}} d^4x - \lambda_2 \int_{y=L} \sqrt{-\tilde{g}} d^4x.
 \end{aligned}$$

Решение для фоновой метрики:

$$ds^2 = \gamma_{MN} dx^M dx^N = e^{-2\sigma(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + (dy)^2, \quad \sigma(y) = k|y| + c.$$

Параметры k , Λ и $\lambda_{1,2}$ удовлетворяют условиям тонкой настройки:

$$\Lambda = -24M^3 k^2, \quad \lambda_1 = -\lambda_2 = 24M^3 k.$$

Линеаризованная гравитация получается с помощью подстановки

$$g_{MN} = \gamma_{MN} + \frac{1}{\sqrt{2M^3}} h_{MN}$$

E.E. Boos, Yu.A. Kubyshin,
M.N. Smolyakov and I.P. Volobuev,
«Effective Lagrangians for physical degrees
of freedom in the Randall-Sundrum model»,
Class. Quant. Grav. 19 (2002) 4591

Линеаризованная гравитация представляет собой калибровочную теорию. На поле h_{MN} можно наложить калибровку

$$h_{\mu 4} = 0, h_{44} = \phi(x).$$

Расстояние между бранами вдоль геодезической $x = \text{const}$

$$l = \int_0^L \sqrt{ds^2} \simeq \int_0^L \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2M^3}} h_{44} \right) dy = L \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2M^3}} \phi(x) \right).$$

C. Charmousis, R. Gregory and V.A. Rubakov,
«Wave function of the radion in a brane world»,
Phys. Rev. D 62 (2000) 067505

Решение для безмассового гравитона имеет вид

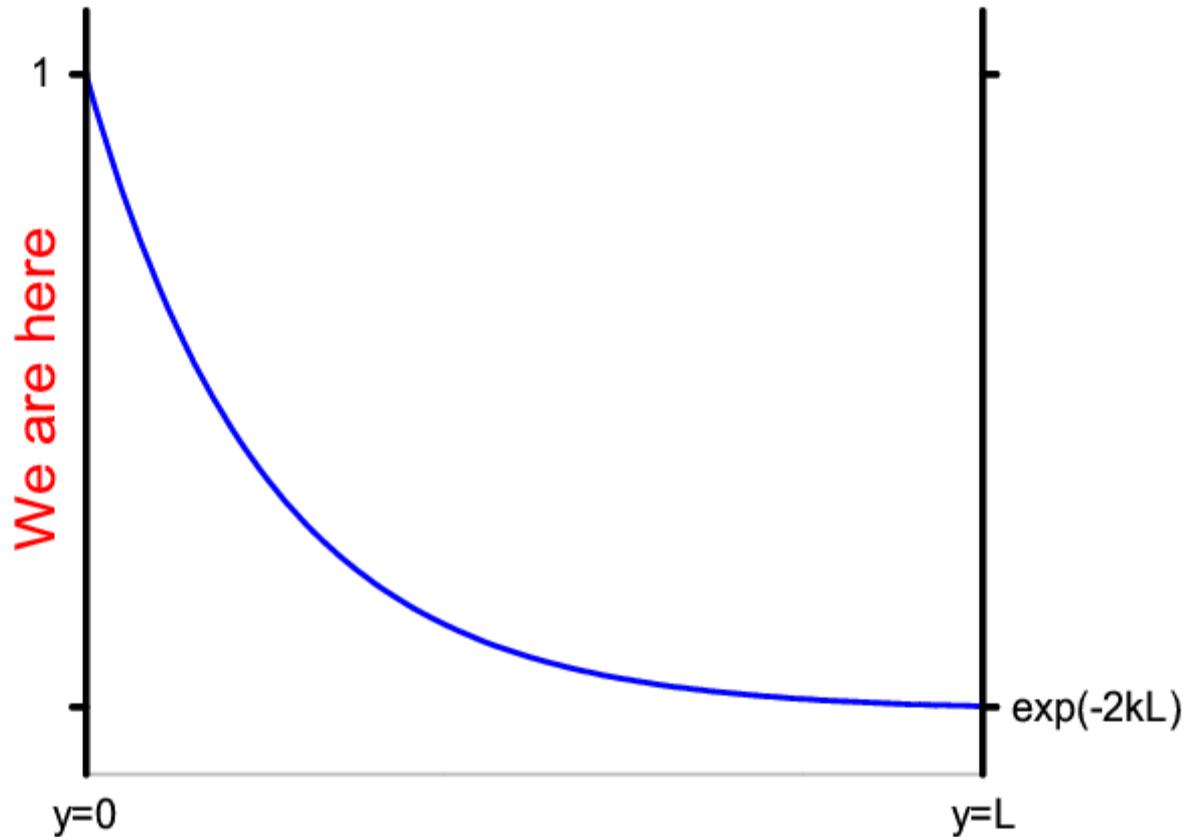
$$b_{\mu\nu}(x, y) = e^{-2\sigma(y)} \bar{h}_{\mu\nu}(x).$$

Метрика в приближении нулевой тензорной моды

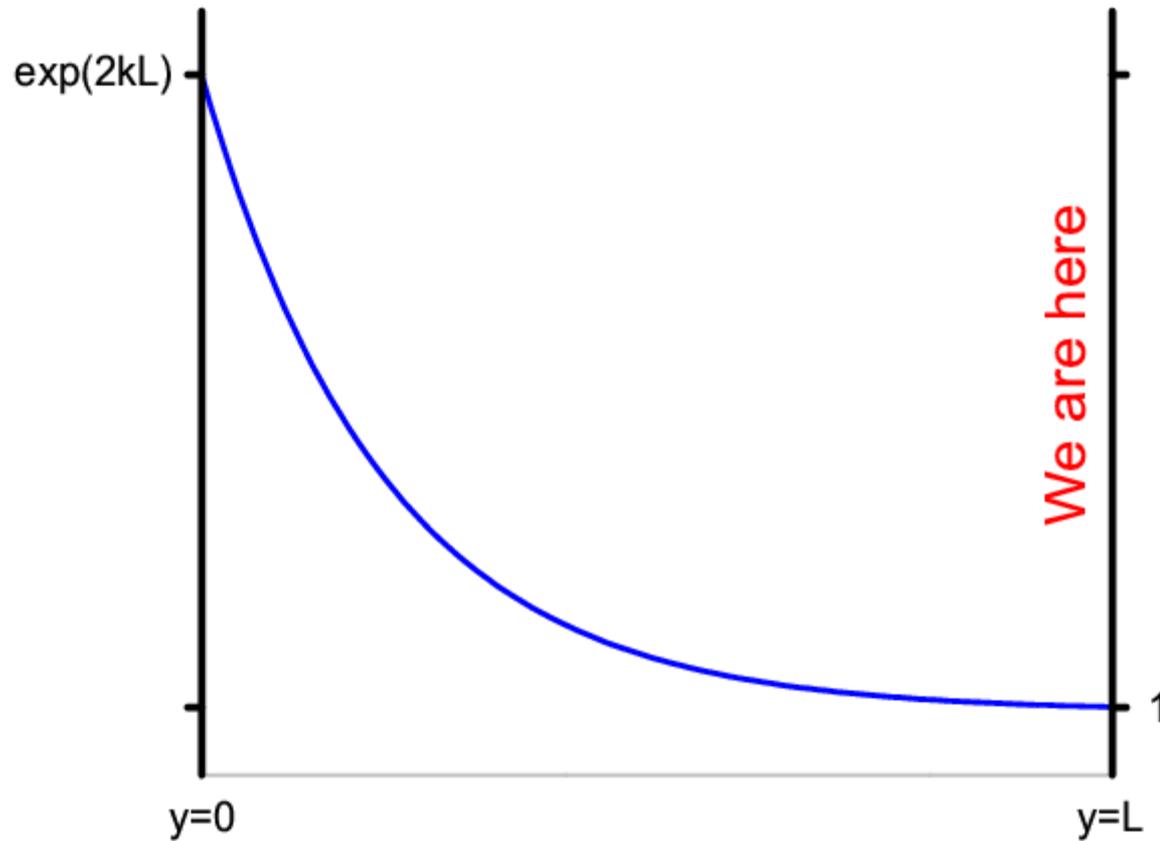
$$ds^2 = e^{-2\sigma(y)} (\eta_{\mu\nu} + \bar{h}_{\mu\nu}(x)) dx^\mu dx^\nu + dy^2 = e^{-2\sigma(y)} \bar{g}_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu + dy^2.$$

Подставляя эту метрику в действие и интегрируя по координате дополнительного измерения, получим эффективное действие

$$S_{eff} = 2M^3 e^{-2c} \frac{1 - e^{-2kL}}{k} \int d^4x R_4(\bar{g}) \sqrt{-\bar{g}}.$$



Координаты $\{x^\mu\}$ Галилеевы при $c = 0$, $M_{Pl}^2 = \frac{M^3}{k} (1 - e^{-2kL})$.



Координаты $\{x^\mu\}$ Галилеевы при $c = -kL$, $M_{Pl}^2 = \frac{M^3}{k} (e^{2kL} - 1)$.

В.А. Рубаков
«Большие и бесконечные
дополнительные измерения»,
УФН 171 (2001) 913

E.E. Boos, Y.S. Mikhailov,
M.N. Smolyakov and I.P. Volobuev,
«Energy scales in a stabilized brane world»,
Nucl. Phys. B 717 (2005) 19

Проблема иерархии решается, если $M \sim k \sim 1 \text{ TeV}$ и $kL \sim 35$.

Появляется башня тензорных полей на бране, наименьшая масса порядка M , константа связи порядка $1/M$.

Браны в модели Рэндалл-Сундрума могут колебаться относительно друг друга, что проявляется в существовании безмассового скалярного поля, – поля радиона.

Константа связи безмассового радиона с материей на бране слишком велика, что противоречит экспериментальным ограничениям даже на уровне классической гравитации.

Модель должна быть стабилизирована!

3 Стабилизированная модель Рэндалл-Сундрума

Механизмы стабилизации:

W. D. Goldberger and M.B.Wise,
«Modulus stabilization with bulk fields»,
Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 4922

O. DeWolfe, D.Z. Freedman, S.S. Gubser and A. Karch,
«Modeling the fifth dimension with scalars and gravity»,
Phys. Rev. D 62 (2000) 046008

Более последовательной является вторая модель. Можно найти такие значения параметров модели, для которых фоновая метрика стабилизированной модели будет близка к фоновой метрике нестабилизированной модели.

Физические степени свободы модели для такого случая в линейном приближении выделены в работе

E.E. Boos, Y.S. Mikhailov,
M.N. Smolyakov and I.P. Volobuev,
«Physical degrees of freedom
in stabilized brane world models»,
Mod. Phys. Lett. A 21 (2006) 1431

Это:

- тензорные поля $b_{\mu\nu}^n(x)$, $n=0,1, \dots$ с массами m_n ($m_0 = 0$) и волновыми функциями в дополнительном измерении $\psi_n(y)$,
- скалярные поля $\varphi_n(x)$, $n=1,2, \dots$ с массами μ_n и волновыми функциями в дополнительном измерении $g_n(y)$.

Лагранжиан взаимодействия с полями СМ

$$L_{int} = -\frac{1}{\sqrt{8M^3}} \left(\psi_0(L) b_{\mu\nu}^0(x) T^{\mu\nu} + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(L) b_{\mu\nu}^n(x) T^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} g_n(L) \varphi_n(x) T_{\mu}^{\mu} \right),$$

где $T_{\mu\nu}$ - тензор энергии-импульса СМ.

4 Процессы с калуца-клейновскими гравитонами в модели RS

При низких энергиях взаимодействие КК мод с полями СМ приводит к контактному взаимодействию последних

$$L_{eff} = \frac{1.82}{\Lambda_\pi^2 m_1^2} T^{\mu\nu} \tilde{\Delta}_{\mu\nu,\rho\sigma} T^{\rho\sigma},$$

$$\tilde{\Delta}_{\mu\nu,\rho\sigma} = \frac{1}{2} \eta_{\mu\rho} \eta_{\nu\sigma} + \frac{1}{2} \eta_{\mu\sigma} \eta_{\nu\rho} - \left(\frac{1}{3} - \frac{\delta}{2} \right) \eta_{\mu\nu} \eta_{\rho\sigma},$$

m_1 и Λ_π - масса и константа связи первой тензорной моды, δ - константа, определяющая вклад скалярных мод.

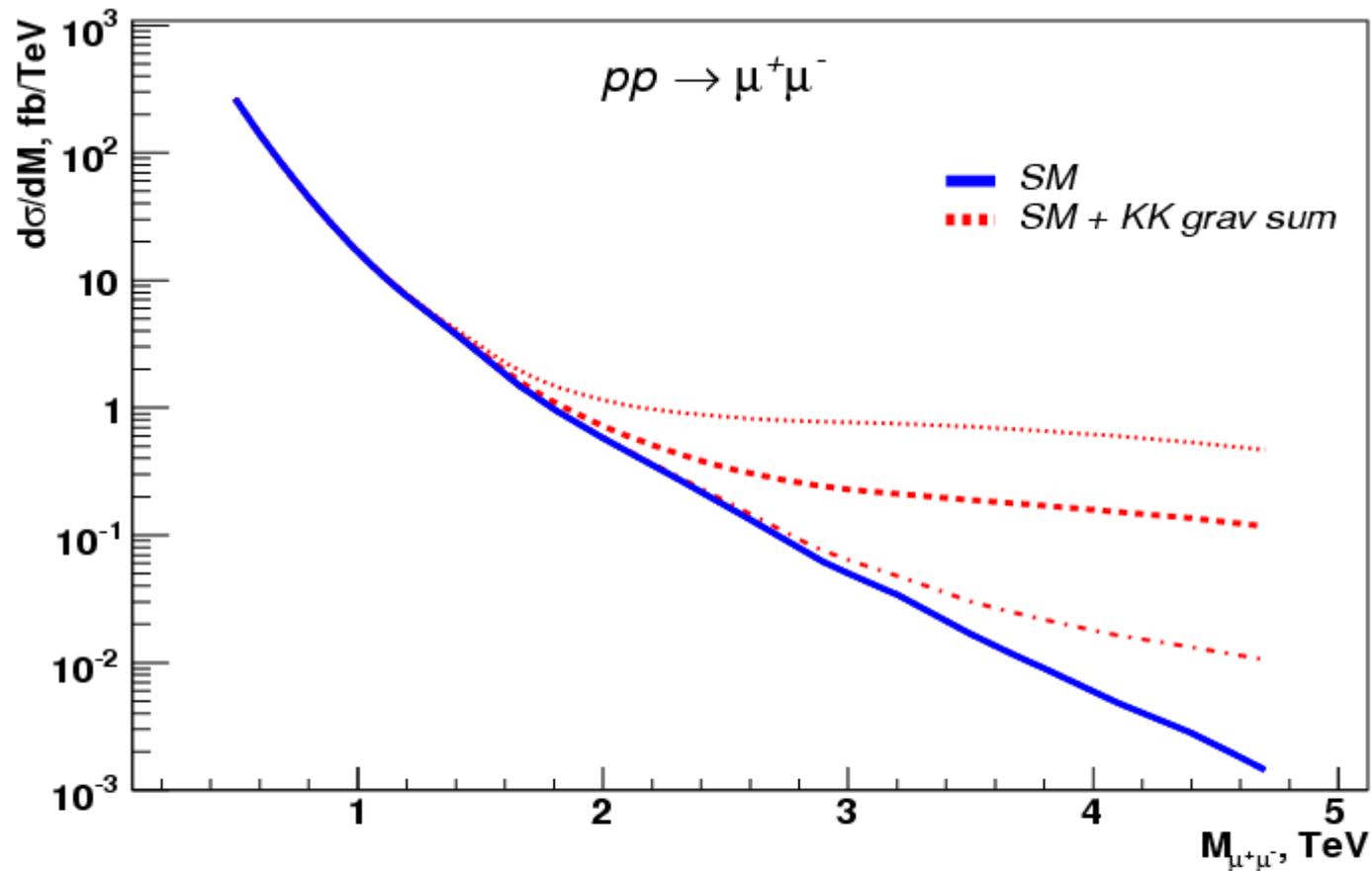
При значениях параметров $M \approx 2 \text{ TeV}$, $k \approx 1 \text{ TeV}$, $k L = 35$ и массе первой скалярной моды порядка 2 TeV эти параметры оказываются равными

$$\Lambda_\pi \simeq 8 \text{ TeV}, \quad m_1 \simeq 3.83 \text{ TeV}.$$

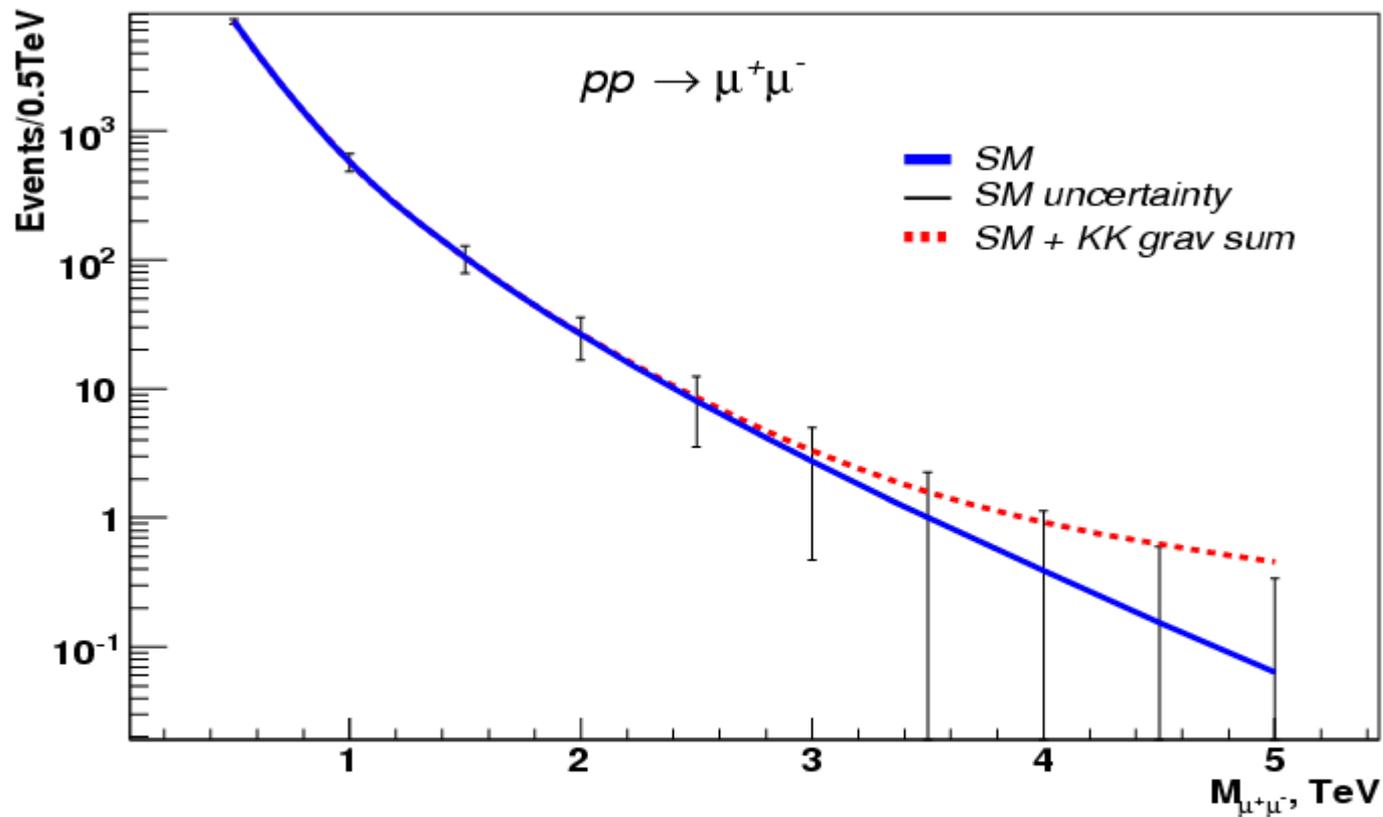
В низшем приближении эффективный лагранжиан взаимодействия содержит сумму различных 4-частичных эффективных операторов (не только 4 фермиона, но и 2 фермиона - 2 бозона, 4 бозона), которые инвариантны относительно калибровочной группы SM и приводят к хорошо определенной феноменологии.

Различные процессы с этим лагранжианом были изучены с помощью программного пакета CompHEP в работе

E.E. Boos, V.E. Bunichev,
M.N. Smolyakov and I.P. Volobuev,
«Testing extra dimensions below the production
threshold of Kaluza-Klein excitations»
Phys. Rev. D 79 (2009) 104013



Dilepton invariant mass distribution for parameter $\frac{0.91}{\Lambda_\pi^2 m_1^2} \times TeV^4 = 0.0014$ (dash-dotted line), 0.0046 (dashed line), 0.01 (dotted line) for the LHC



Dilepton invariant mass distribution for 95% CL parameter

$$\frac{0.91}{\Lambda_\pi^2 m_1^2} \times TeV^4 = 0.0014 \text{ for the LHC } (L = 100 fb^{-1})$$

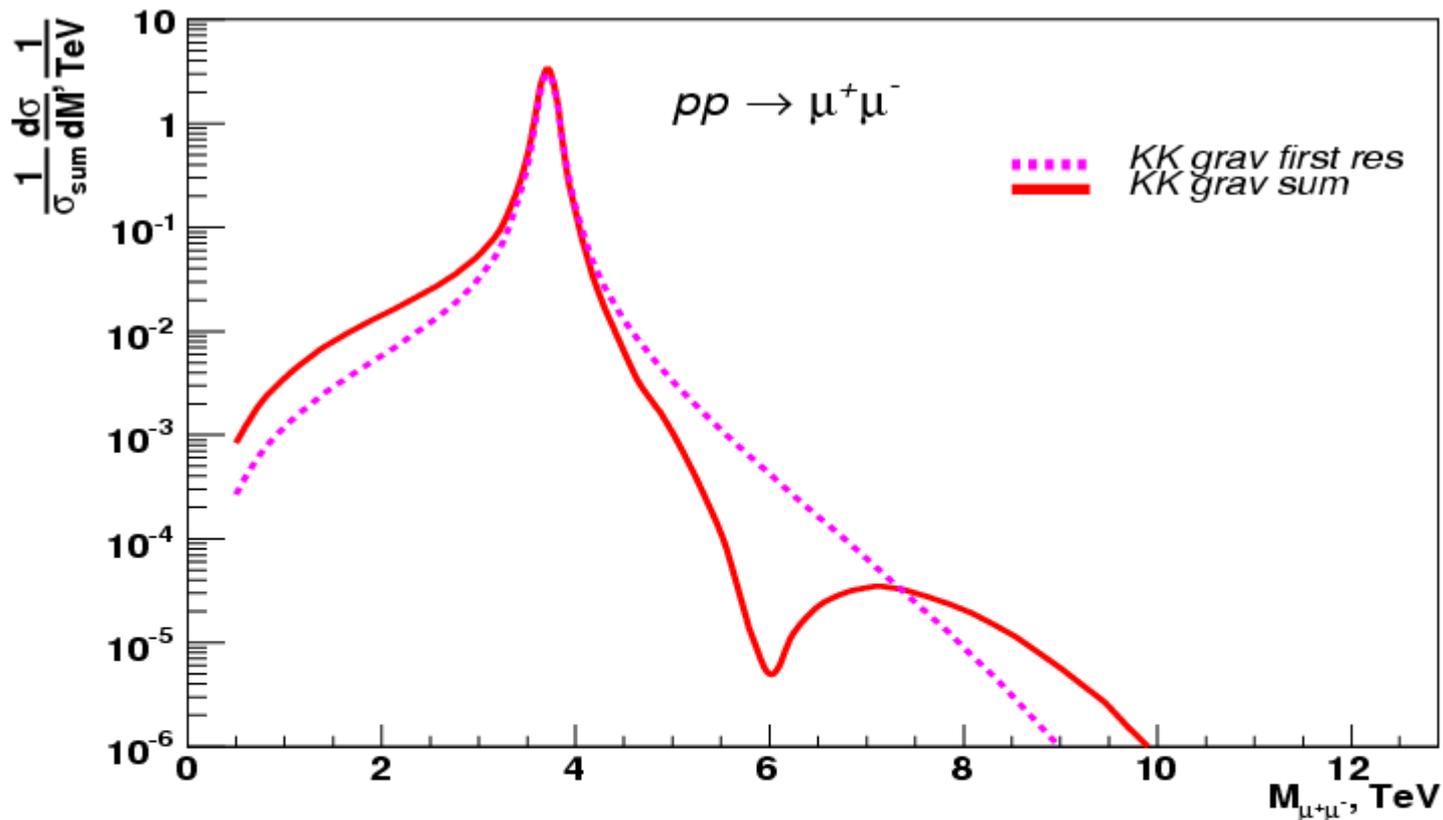
- Ограничения на константу связи, при которых дополнительное измерение не может быть обнаружено на LHC:

$$\frac{0.91}{\Lambda_\pi^2 m_1^2} \times TeV^4 < 0.0014.$$

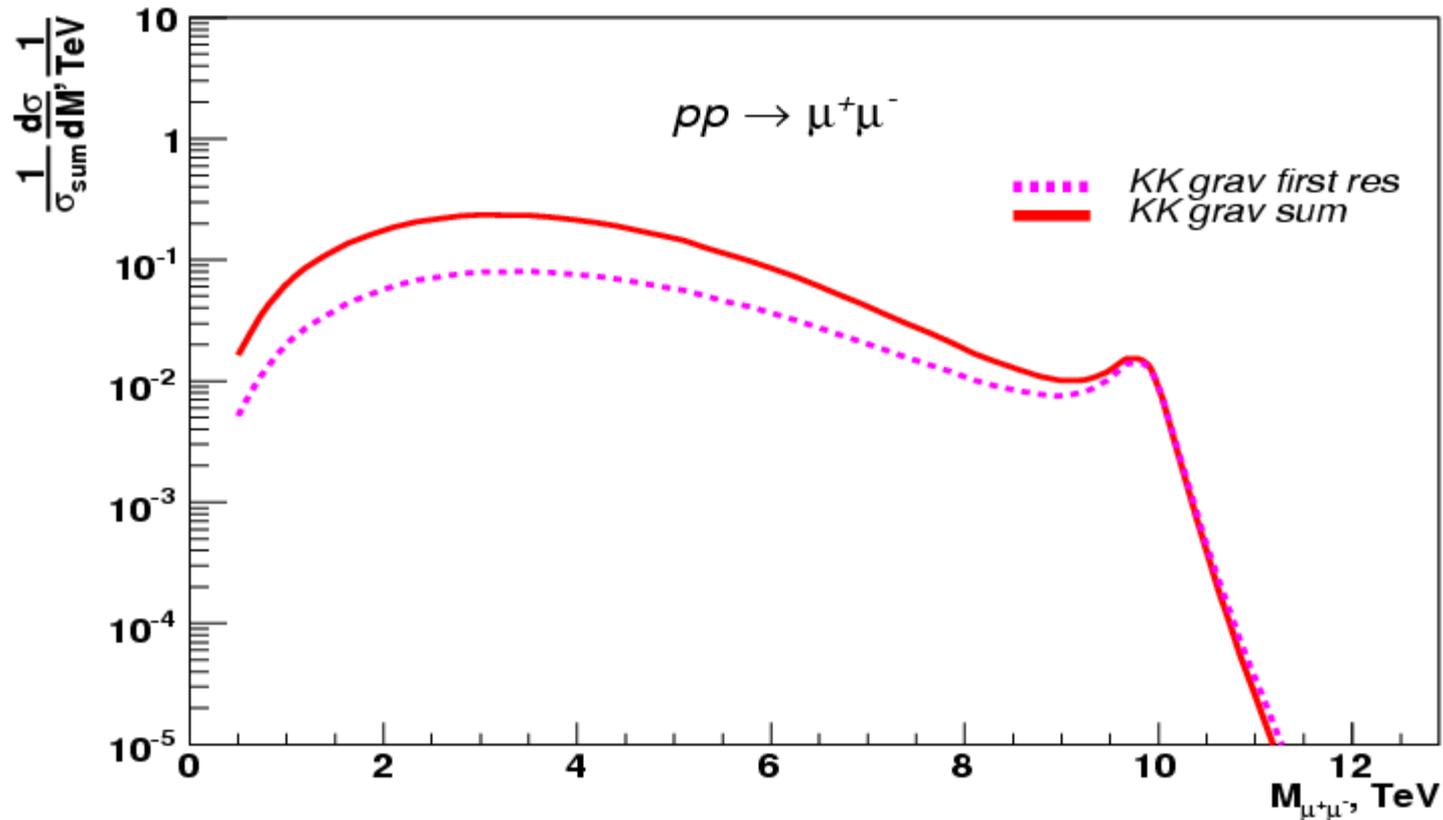
- Наименьшее значение параметра Λ_π при котором дополнительное измерение не проявится, можно получить из требования, что ширина резонанса меньше его массы, т.е. $\Gamma_1 = m_1/\xi$, где $\xi > 1$:

$$\Lambda_\pi > 2.82 \cdot \xi^{1/4} TeV.$$

- Аналогичным образом можно рассмотреть случай, когда масса первой моды лежит в достижимой области энергий. В этом случае вклад первой моды должен быть учтен явно, а вклад остальных мод, начиная со второй, опять может быть учтен с помощью контактного взаимодействия.



The normalized dilepton invariant mass distribution from the first KK resonance plus the sum of KK tower states starting from the second mode (solid line) and from the first KK resonance only (dashed line) for $M_{res} = 3.83 \text{ TeV}$, $\Gamma_{res} = 0.08 \text{ TeV}$, $\Lambda_\pi = 8 \text{ TeV}$ for the LHC



The normalized dilepton invariant mass distribution from the sum of KK tower states starting from the first KK mode (solid line) and from the first KK mode only (dashed line) for

$$M_{res} = 10 \text{ TeV}, \Gamma_{res} = 0.5 \text{ TeV}, \Lambda_\pi = 14 \text{ TeV} \text{ for the LHC}$$

5 Подобие радиона и бозона Хиггса

Поле радиона (в любой модели) взаимодействует со следом тензора энергии-импульса

$$L = -\frac{r(x)}{\Lambda_r} T_\mu^\mu, \quad r(x) \text{ - поле радиона, } \Lambda_r \text{ - константа СВЯЗИ,}$$

$$T_\mu^\mu = \frac{\beta(g_s)}{2g_s} G_{\rho\sigma}^{ab} G_{ab}^{\rho\sigma} + \frac{\beta(e)}{2e} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} + \sum_f \left[\frac{3i}{2} \left((D_\mu \bar{f}) \gamma^\mu f - \bar{f} \gamma^\mu (D_\mu f) \right) + 4m_f \bar{f} f \right] - (\partial_\mu h)(\partial^\mu h) + 2m_h^2 h^2 \left(1 + \frac{h}{2v_0} \right)^2 - \left(2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + m_Z^2 Z^\mu Z_\mu \right) \left(1 + \frac{h}{v_0} \right)^2$$

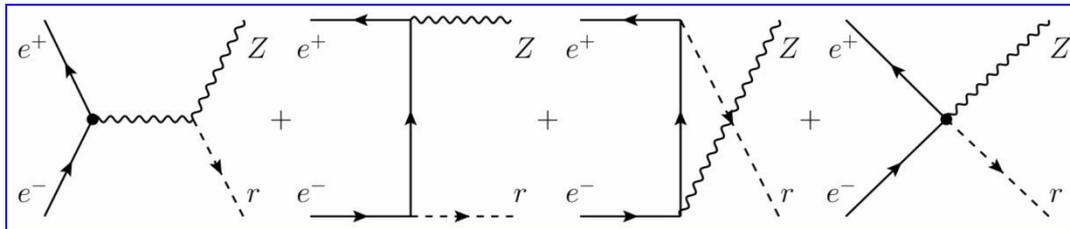
Фермионная часть лагранжиана для фермионов на массовой поверхности имеет тот же вид, что и в случае взаимодействия с бозоном Хиггса (с точностью до замены $\Lambda_r \rightarrow v$): $L = -\sum_f \frac{r}{\Lambda_r} m_f \bar{f} f$

Но для фермионов вне массовой поверхности

$$L = -\sum_f \frac{r}{\Lambda_r} \left[\frac{3i}{2} \left((D_\mu \bar{f}) \gamma^\mu f - \bar{f} \gamma^\mu (D_\mu f) \right) + 4m_f \bar{f} f \right] + \dots$$

E. Boos, S. Keizerov, E. Rahmetov, K. Svirina,
 «Higgs boson-radion similarity in production processes
 involving off-shell fermions»
 Phys. Rev. D 90 (2014) 095026

Простой пример: излучение радиона ($m_e \approx 0$)



$$M_1 = -2iC \bar{e}^+(p_2) \Gamma_\mu e^-(p_1) \frac{1}{p^2 - M_Z^2} M_Z^2 \varepsilon^\mu(p_Z) r(p_r) \quad C = \frac{1}{\Lambda_r} \frac{e}{2 \sin \theta_w \cos \theta_w}$$

$$M_2 = -iC \bar{e}^+(p_2) \left[\frac{3}{2} (\not{k} + \not{p}_2) \right] \frac{\not{k}}{k^2} \Gamma_\mu e^-(p_1) \varepsilon^\mu(p_Z) r(p_r) = -\frac{3}{2} iC \bar{e}^+(p_2) \Gamma_\mu e^-(p_1) \varepsilon^\mu(p_Z) r(p_r)$$

$$M_3 = -iC \bar{e}^+(p_2) \Gamma_\mu \frac{\not{q}}{q^2} \left[\frac{3}{2} (\not{q} - \not{p}_1) \right] e^-(p_1) \varepsilon^\mu(p_Z) r(p_r) = -\frac{3}{2} iC \bar{e}^+(p_2) \Gamma_\mu e^-(p_1) \varepsilon^\mu(p_Z) r(p_r)$$

$$M_4 = +3iC \bar{e}^+(p_2) \Gamma_\mu e^-(p_1) \varepsilon^\mu(p_Z) r(p_r) = +3 iC \bar{e}^+(p_2) \Gamma_\mu e^-(p_1) \varepsilon^\mu(p_Z) r(p_r)$$

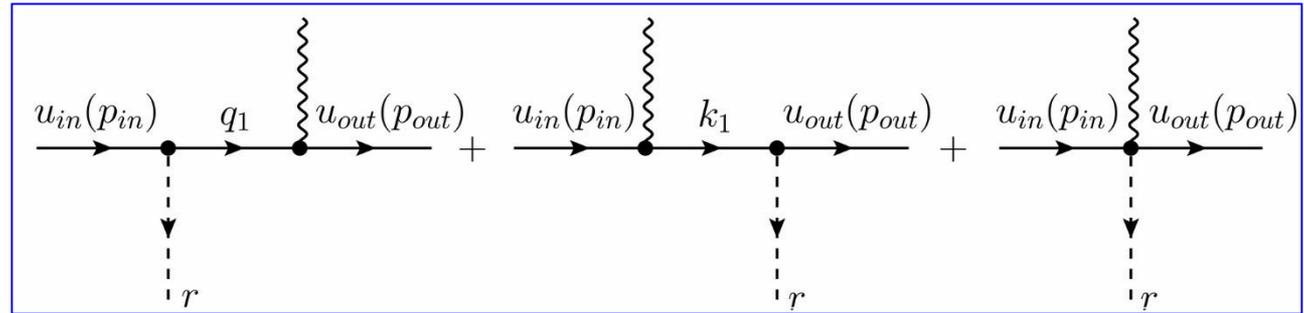
$$M_2 + M_3 + M_4 = 0 \quad |M|^2 = |M_1|^2$$

Процесс излучения радиона имеет тот же вид, что и процесс излучения бозона Хиггса (с точностью до замен $m_r \rightarrow m_h$, $\Lambda_r \rightarrow v$)

Такое сокращение следует из структуры фермионного тока с излучением радиона и калибровочных бозонов

1 калибровочный

бозон:



$$\frac{i}{\Lambda_r} \left[\frac{3}{2} (\not{p}_{out} + \not{p}_{in}) - 4m_f \right] = \frac{i}{\Lambda_r} \left[\frac{3}{2} (\not{p}_{out} - m_f) + \frac{3}{2} (\not{p}_{in} - m_f) - m_f \right] =$$

$$= \frac{i}{\Lambda_r} \left[\frac{3}{2} S^{-1}(p_{in}) + \frac{3}{2} S^{-1}(p_{out}) - m_f \right], \quad S(p) = \frac{\not{p} + m_f}{p^2 - m_f^2}$$

$$D_1 = -iC\bar{u}_{out}(p_{out})\Gamma_\mu S(k_1) \left[\frac{3}{2} (S^{-1}(k_1) + S^{-1}(p_{in})) - m_f \right] u_{in}(p_{in})$$

$$D_2 = -iC\bar{u}_{out}(p_{out}) \left[\frac{3}{2} (S^{-1}(p_{out}) + S^{-1}(q_1)) - m_f \right] S(q_1)\Gamma_\mu u_{in}(p_{in})$$

$$D_3 = +i3C\bar{u}_{out}(p_{out})\Gamma_\mu u_{in}(p_{in}) \quad D_1 + D_2 + D_3 \sim m_f$$

Обобщение на случай фермионного тока, излучающего радион и/или N_h бозонов Хиггса и/или N_V векторных калибровочных бозонов, т.е. для процессов вида

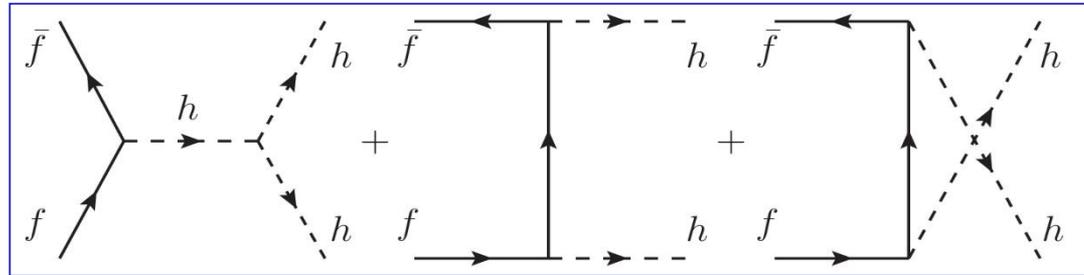
$$f \bar{f} \rightarrow r, h_1, \dots, h_{N_h}, V_1, \dots, V_{N_V}$$

было дано в работе

E. Boos, S. Keizerov, E. Rahmetov, K. Svirina,
«Comparison of associated Higgs boson-radion and
Higgs boson pair production processes»
Phys. Rev. D 94 (2016) 024047

Пример: Ассоциированное рождение радиона и бозона Хиггса в процессе аннигиляции фермиона и антифермиона

$$\bar{f}f \rightarrow hh$$

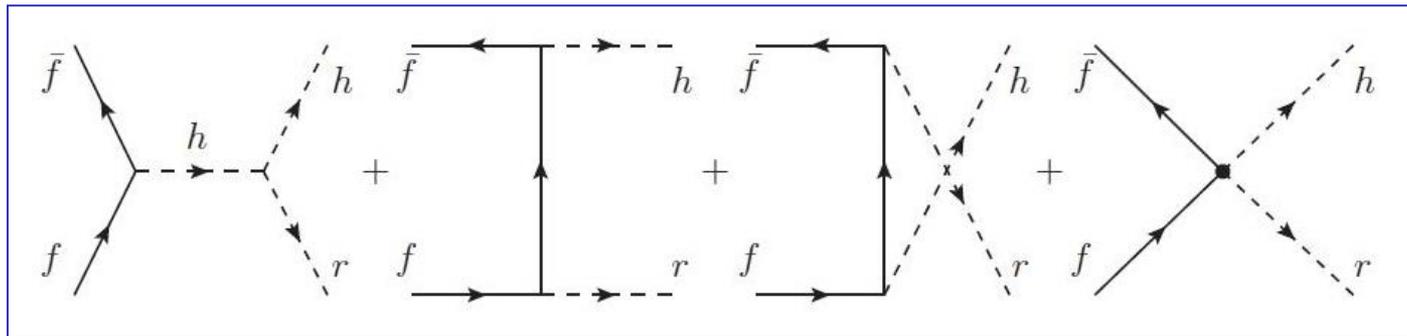


$$\frac{3m_h^2}{k_h^2 - m_h^2}$$

$$m_f \frac{\not{k} + m_f}{k^2 - m_f^2}$$

$$m_f \frac{\not{k}' + m_f}{k'^2 - m_f^2}$$

$$\bar{f}f \rightarrow rh$$



$$-1 + \frac{m_r^2 + 2m_h^2}{k_h^2 - m_h^2}$$

$$-\frac{3}{2} + m_f \frac{\not{k} + m_f}{k^2 - m_f^2}$$

$$-\frac{3}{2} + m_f \frac{\not{k}' + m_f}{k'^2 - m_f^2}$$

4

$$-1 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 4 = 0$$

6 Смешивание полей Хиггса и радиона

Радион и бозон Хиггса имеют одинаковые квантовые числа, и поэтому поля радиона и его возбуждений могут смешиваться с полем Хиггса, если они взаимодействуют.

В нестабилизированной модели Рэндалл-Сундрума такое взаимодействие может возникнуть из члена $\xi H^\dagger H R$, предложенного в работе

G. F. Giudice, R. Rattazzi and J. D. Wells
«Graviscalars from higher dimensional metrics
and curvature Higgs mixing»,
Nucl. Phys. B 595 (2001) 250

В линеаризованной теории это взаимодействие поля Хиггса с кривизной порождает член вида

$$-\frac{1}{2\sqrt{2}M^3}\xi v\sigma\Box\mathbf{h}, \quad \mathbf{h} = \mathbf{h}^\mu_\mu$$

который приводит к смешиванию полей Хиггса и радиона, а также дает член с лагранжианом Фирца-Паули

$$-\frac{\xi v^2}{4}(\partial_\rho\mathbf{h}_{\mu\nu}\partial^\rho\mathbf{h}^{\mu\nu} - \partial_\rho\mathbf{h}\partial^\rho\mathbf{h} + 2\partial_\mu\mathbf{h}^{\mu\nu}\partial_\nu\mathbf{h} - 2\partial_\mu\mathbf{h}^{\mu\nu}\partial^\rho\mathbf{h}_{\rho\nu})$$

который модифицирует граничные условия для тензорных полей на бранах.

В стабилизированных моделях вместо взаимодействия поля Хиггса с кривизной на бране можно ввести взаимодействие поля Хиггса со стабилизирующим скалярным полем

$$L_{int}(\phi, H) = -\lambda \left(|H|^2 - \frac{\xi}{M} \phi^2 \right)^2$$

которое заменяет хиггсовский потенциал. В результате спонтанное нарушение симметрии на нашей бране происходит вследствие гравитационной стабилизации размера дополнительного измерения и приводит к появлению взаимодействия физического поля Хиггса $\sigma(x)$ с полем радиона $\phi_1(x)$ и с полями его калуца-клейновской башни.

При низких энергиях поля тяжелых калуца-клейновских мод можно отынтегрировать, а взаимодействие между полем Хиггса $\sigma(x)$ и полем радиона $\phi_1(x)$ может быть диагонализировано с помощью вращения

$$\begin{aligned}h(x) &= \cos \theta \sigma(x) + \sin \theta \phi_1(x) \\r(x) &= -\sin \theta \sigma(x) + \cos \theta \phi_1(x)\end{aligned}$$

$$-\pi/4 < \theta < \pi/4$$

что приводит к эффективному лагранжиану взаимодействия состояния с доминированием бозона Хиггса $h(x)$ и состояния с доминированием радиона $r(x)$ с полями Стандартной модели.

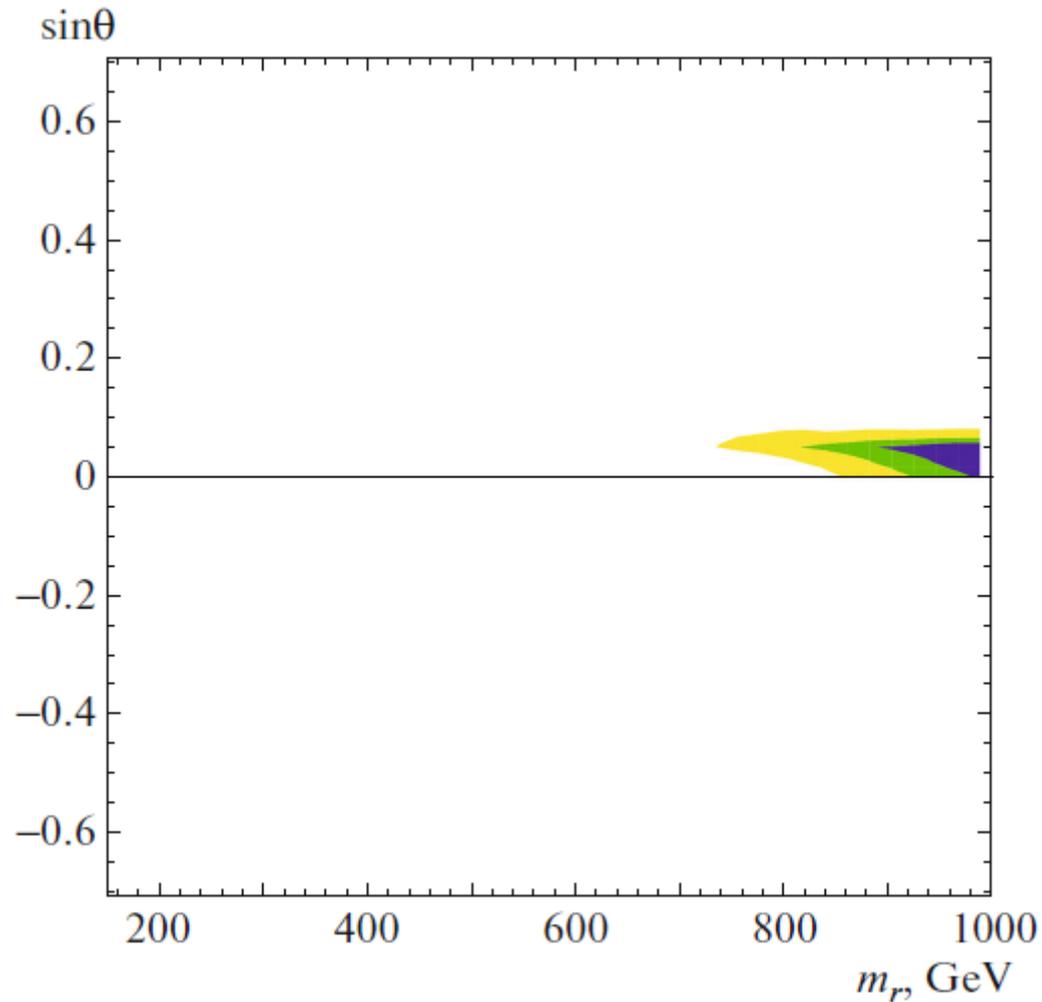
$$\begin{aligned}
L_{h-r} &= \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \frac{1}{2} m_h^2 h^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu r \partial^\mu r - \frac{1}{2} \mu_r^2 r^2 \\
&- \frac{(c \cos \theta + \sin \theta)}{\Lambda_r} h (T_\mu^\mu + \Delta T_\mu^\mu) + \frac{(c \sin \theta - \cos \theta)}{\Lambda_r} r (T_\mu^\mu + \Delta T_\mu^\mu) \\
&- \sum_f \frac{m_f}{v} \bar{\psi}_f \psi_f (\cos \theta h - \sin \theta r) + \frac{2M_W^2}{v} W_\mu^- W^{\mu+} (\cos \theta h - \sin \theta r) \\
&+ \frac{M_Z^2}{v} Z_\mu Z^\mu (\cos \theta h - \sin \theta r) + \frac{M_W^2}{v^2} W_\mu^- W^{\mu+} (\cos \theta h - \sin \theta r)^2 \\
&+ \frac{M_Z^2}{2v^2} Z_\mu Z^\mu (\cos \theta h - \sin \theta r)^2.
\end{aligned}$$

Параметр c учитывает вклад от интегрированных тяжелых мод, а вклад конформной аномалии имеет вид

$$\Delta T_\mu^\mu = \frac{\beta(g_s)}{2g_s} G_{\rho\sigma}^{ab} G_{ab}^{\rho\sigma} + \frac{\beta(e)}{2e} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma}$$

E. Boos, V. Bunichev, M. Perfilov,
M. Smolyakov and I. Volobuev,
«Higgs-radion mixing in
stabilized brane world models»,
Phys. Rev. D 92 (2015) 095010

С помощью этого лагранжиана можно исследовать вопрос о значениях массы радиона, допустимых современными экспериментальными данными. Для этого анализа использовались силы сигнала в основных каналах распада $gg \rightarrow \gamma\gamma$ и $gg \rightarrow ZZ^*$.



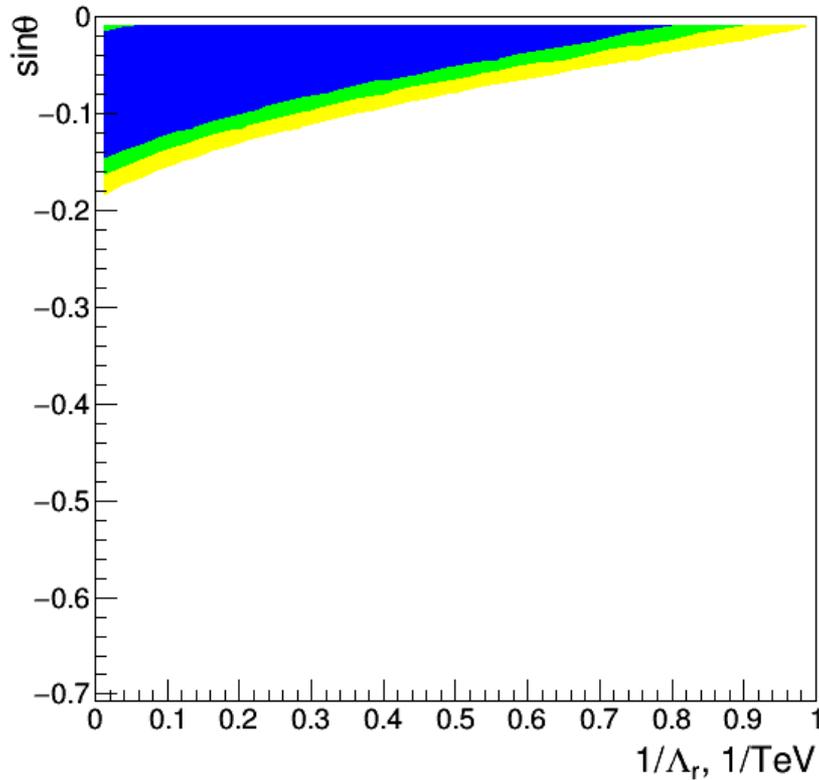
Допустимая область масс тяжелого радиона при $\Lambda_r = 3 \text{ TeV}$.

$M_r = 30 \text{ GeV}$

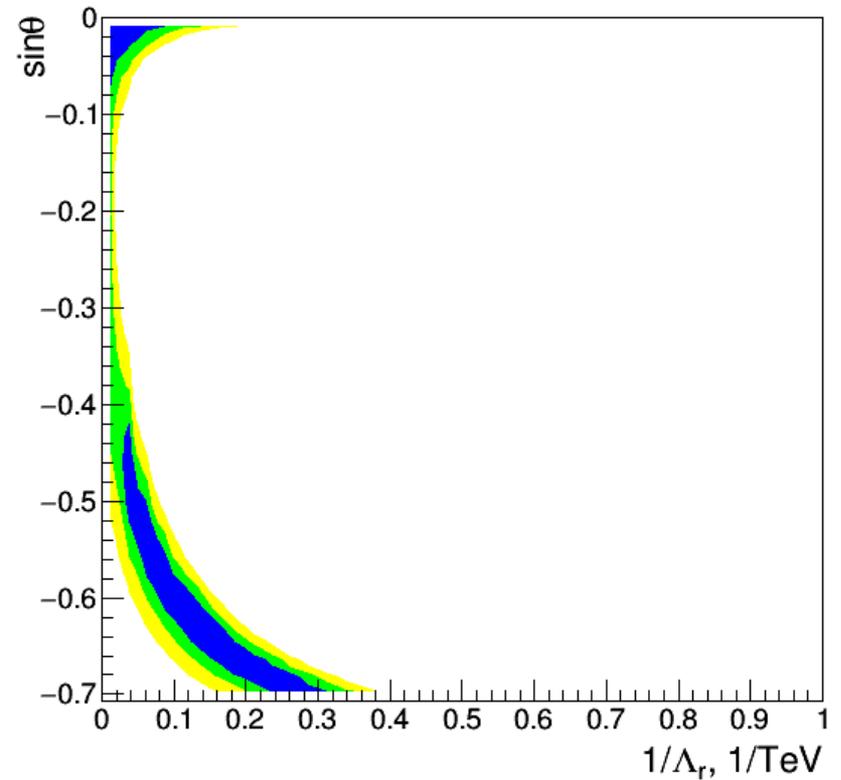
LEP 210 GeV

LHC 8TeV

fit r-resonance (LEP, $\sqrt{s}=210 \text{ GeV}$, $m_h=125$, $m_r=30 \text{ GeV}$, $c=c_{\text{max}}$)

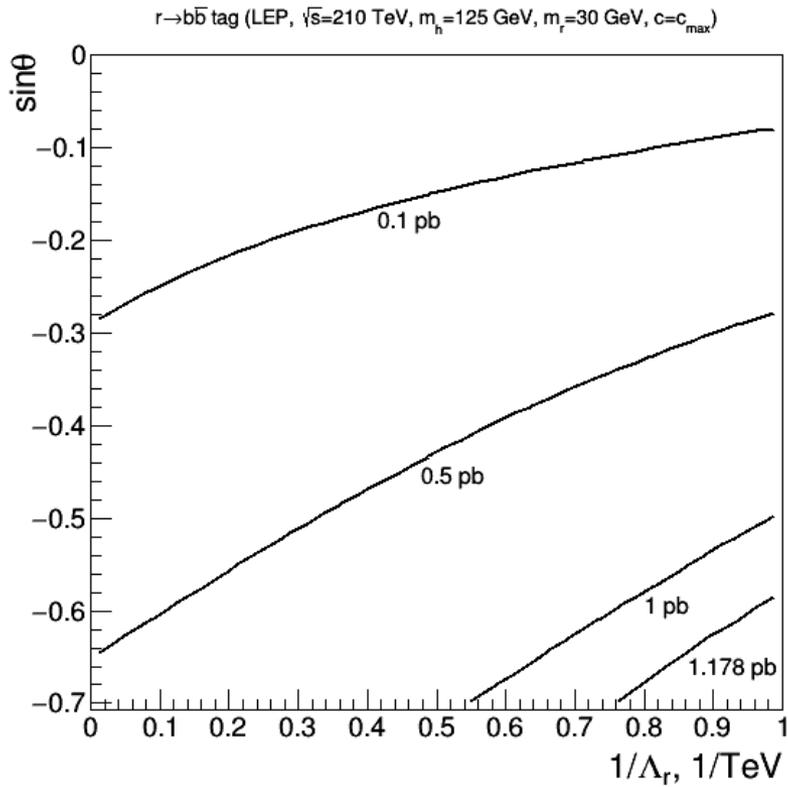


fit h-resonance (LHC, $\sqrt{s}=8 \text{ TeV}$, $m_h=125$, $m_r=30 \text{ GeV}$, $c=c_{\text{max}}$)

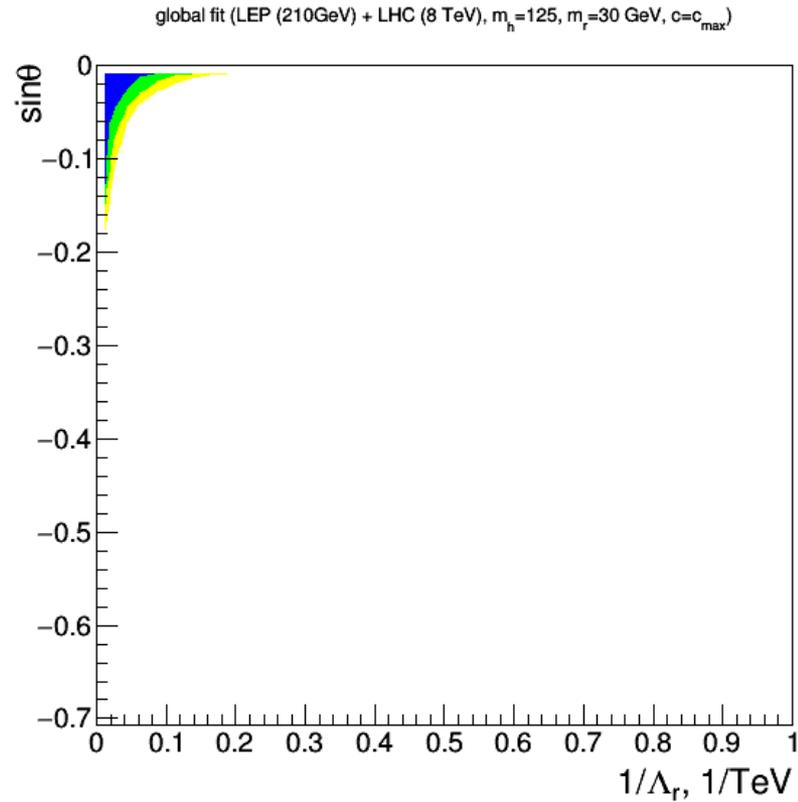


$M_r = 30 \text{ GeV}$

LEP 210 GeV



LEP + LHC

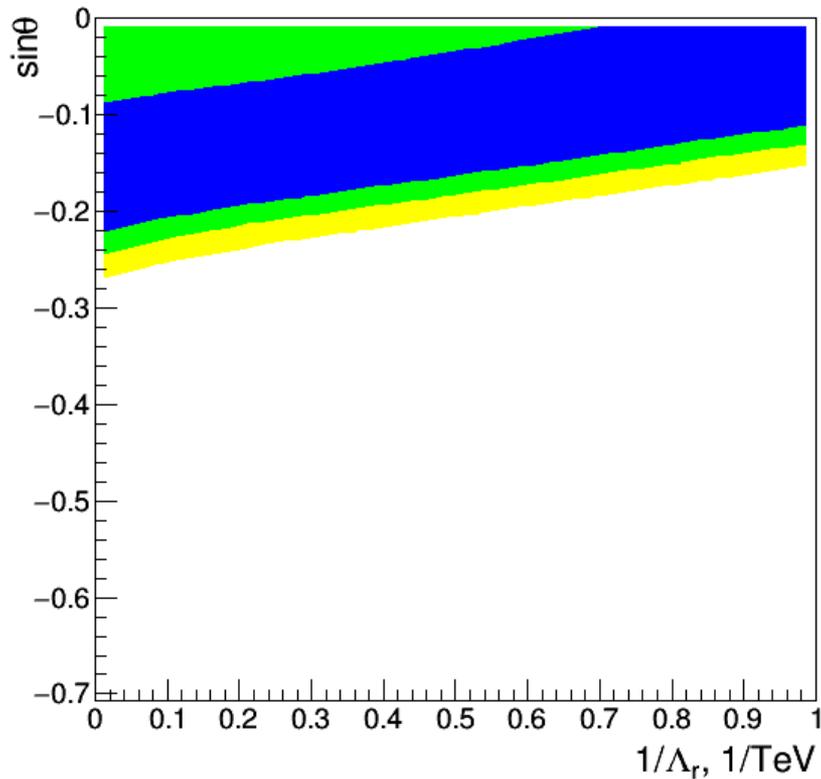


$M_r = 60 \text{ GeV}$

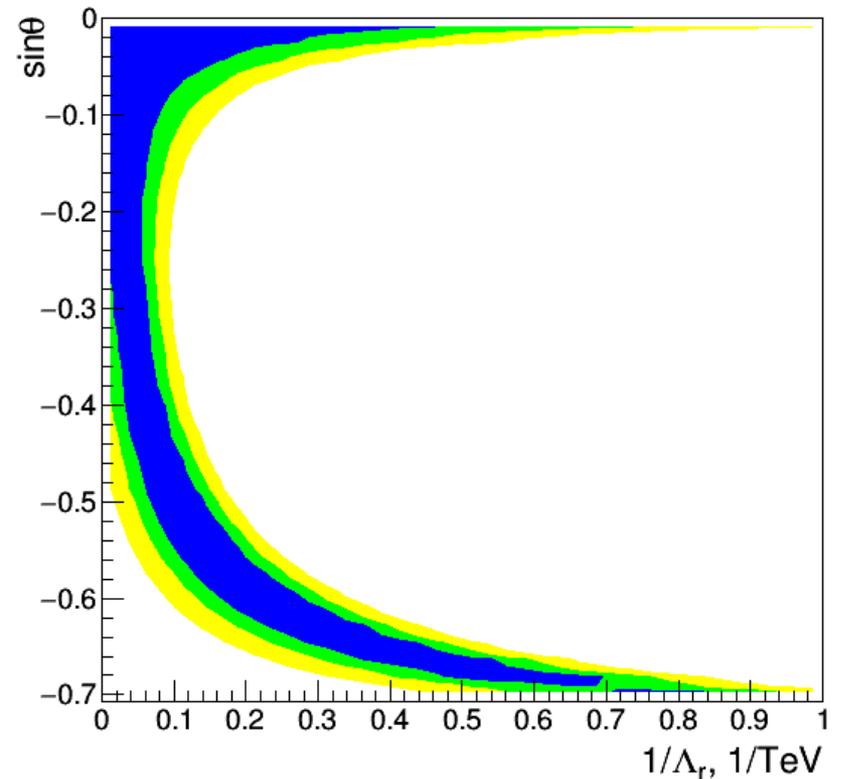
LEP 210 GeV

LHC 8 TeV

fit r-resonance (LEP, $\sqrt{s}=210 \text{ GeV}$, $m_h=125$, $m_r=60 \text{ GeV}$, $c=c_{\text{max}}$)



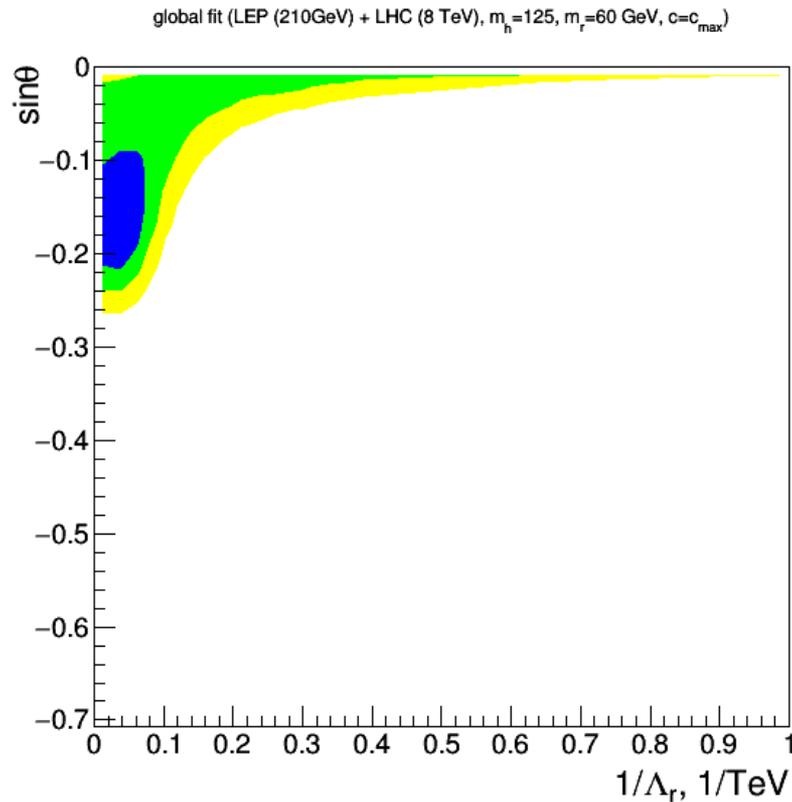
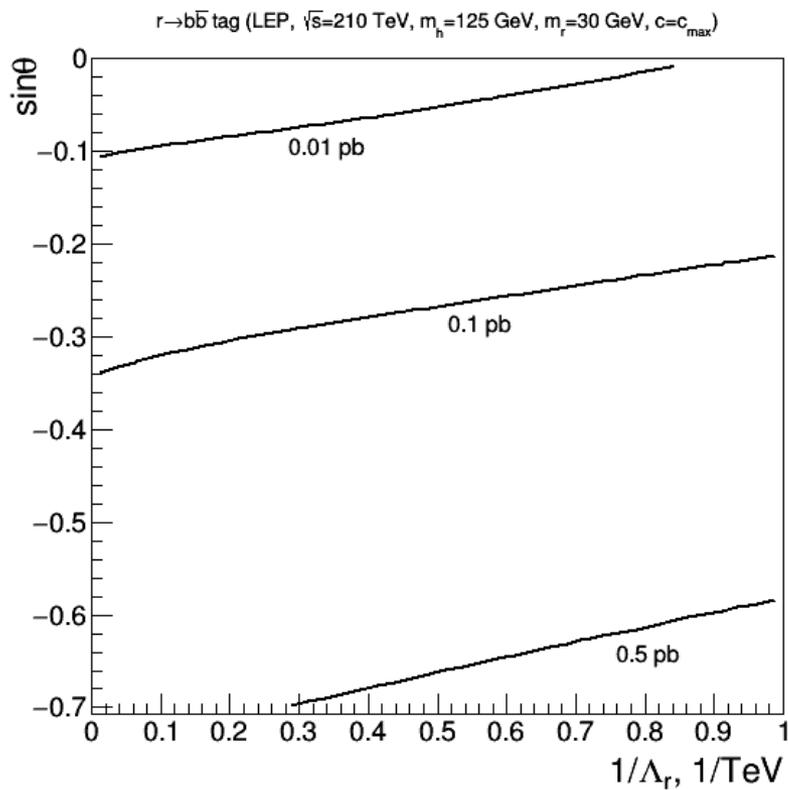
fit h-resonance (LHC, $\sqrt{s}=8 \text{ TeV}$, $m_h=125$, $m_r=60 \text{ GeV}$, $c=c_{\text{max}}$)



$M_r = 60 \text{ GeV}$

LEP 210 GeV

LEP + LHC

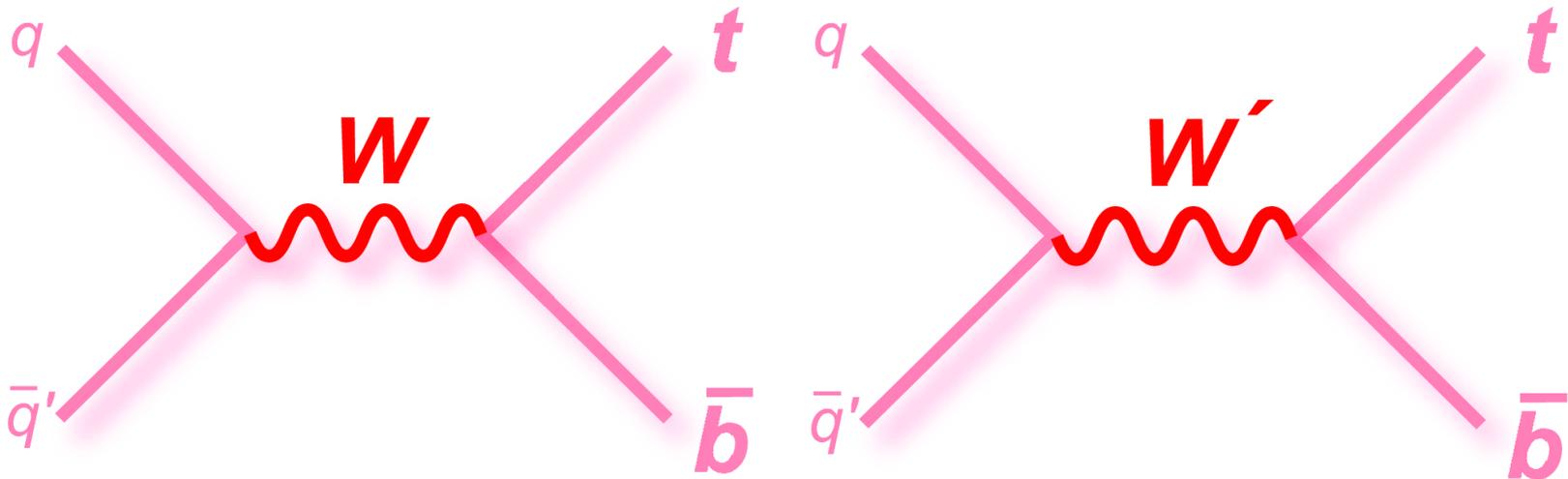


7 Универсальные дополнительные измерения

Физически брану следует рассматривать как некоторый предел доменной стенки. Механизмы локализации скалярных и фермионных полей на доменной стенке хорошо известны, но с локализацией калибровочных полей есть проблемы. Поскольку стабилизирующее скалярное поле распространяется во всем пространстве, можно также «отпустить» все поля в пятимерное пространство.

В этом случае у всех полей Стандартной модели появляются калуца-клейновские возбуждения, которые могут приводить к наблюдаемым эффектам.

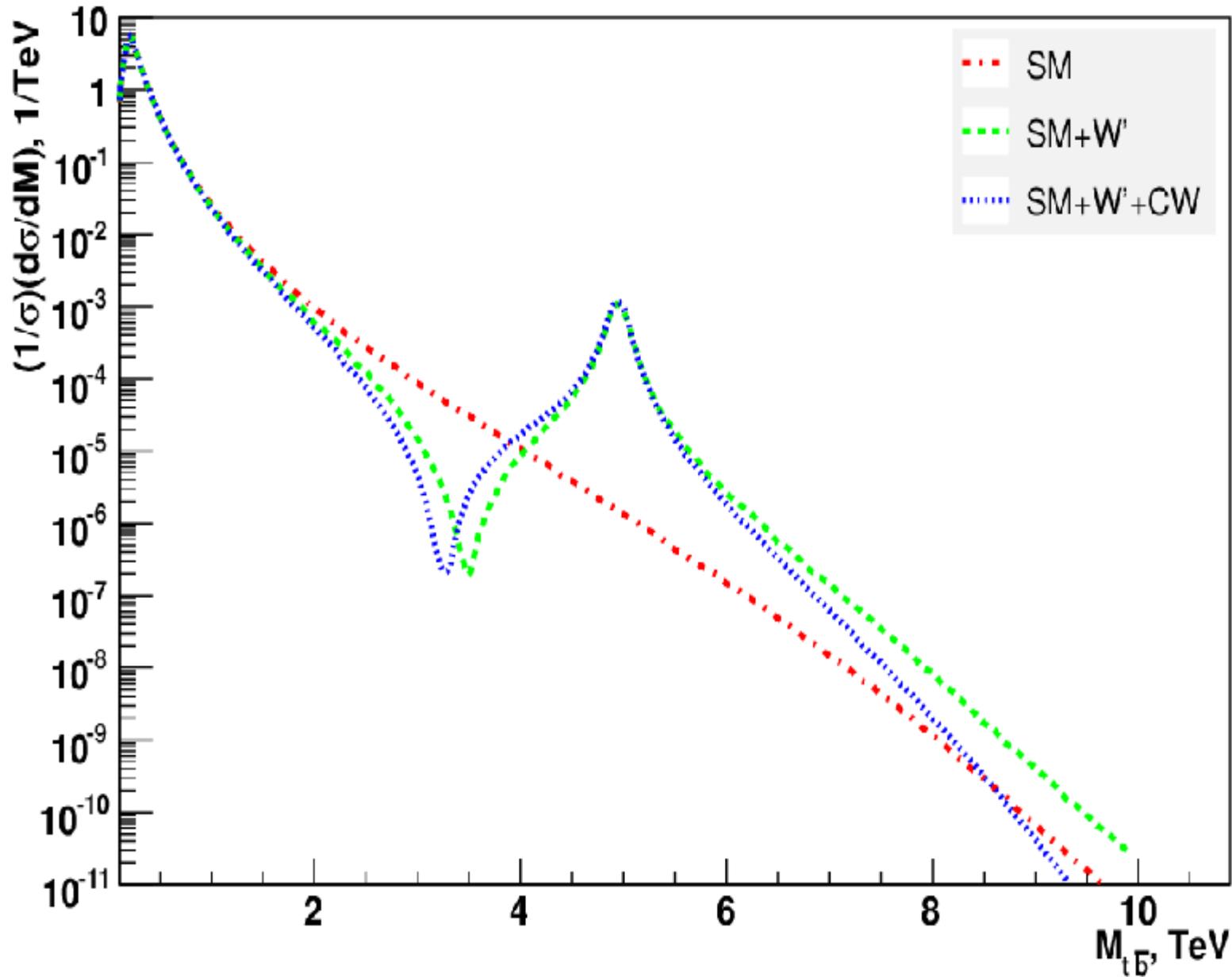
Процессы с возбуждениями калибровочных бозонов. Рождение одиночного топ-кварка.



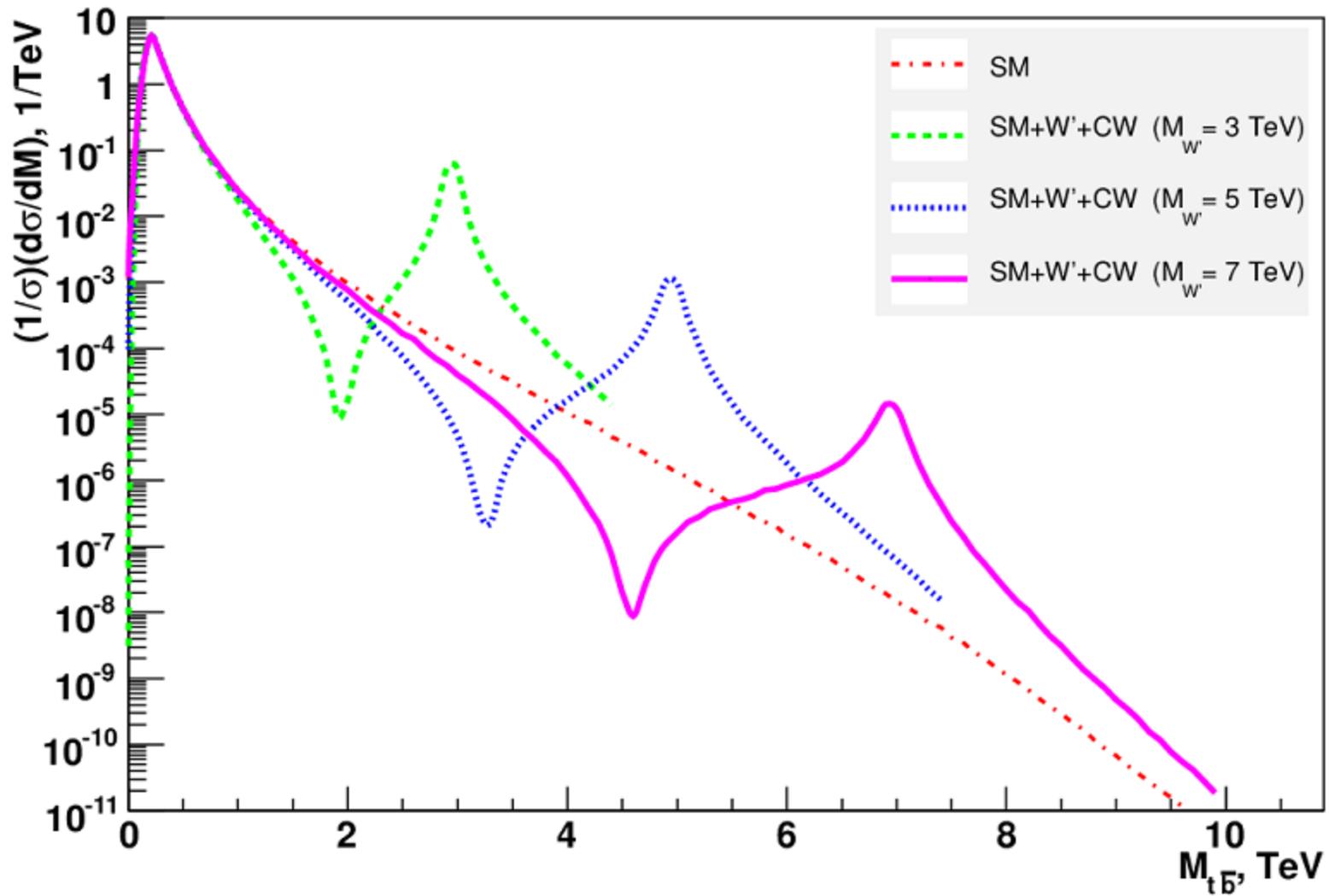
E.E. Boos, V.E. Bunichev, M.A. Perfilov,
M.N. Smolyakov and I.P. Volobuev,
«The specificity of searches for W' , Z' and γ'
coming from extra dimensions»,
JHEP 1406 (2014) 160

$pp \rightarrow t\bar{b} + X$

$M_{W'} = 5 \text{ TeV}, \Gamma_{W'} = 0.17 \text{ TeV}$



$$pp \rightarrow t\bar{b} + X$$



Фермионы в пятимерном пространстве

M.N. Smolyakov and I.P. Volobuev,
«Some problems with reproducing the Standard Model
fields and interactions in five-dimensional
warped brane world models»,
Int. J. Mod. Phys. A 31 (2016) 1650001

M.N. Smolyakov,
«Fermions in five-dimensional brane world models»,
JHEP 1606 (2016) 165

Метрика пятимерного пространства

$$ds^2 = e^{2\sigma(z)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dz^2$$

Действие для фермионов

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} \left(E_N^M i \bar{\Psi}_1 \Gamma^N \nabla_M \Psi_1 + E_N^M i \bar{\Psi}_2 \Gamma^N \nabla_M \Psi_2 \right. \\ \left. - F(z) (\bar{\Psi}_1 \Psi_1 - \bar{\Psi}_2 \Psi_2) - G(z) (\bar{\Psi}_2 \Psi_1 + \bar{\Psi}_1 \Psi_2) \right)$$

где $M, N = 0, 1, 2, 3, 5$, $\Gamma^\mu = \gamma^\mu$, $\Gamma^5 = i\gamma^5$, ∇_M - ковариантная производная со спиновой связностью, E_N^M - подвижный репер.

$$\Psi_1(x, -z) = \gamma^5 \Psi_1(x, z),$$

$$F(-z) = -F(z)$$

$$\Psi_2(x, -z) = -\gamma^5 \Psi_2(x, z).$$

$$G(-z) = G(z)$$

Действие приводится к виду

$$S = \int d^4x dz e^{4\sigma} \left(e^{-\sigma} i \bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_1 - \bar{\Psi}_1 \gamma^5 (\partial_5 + 2\sigma') \Psi_1 \right. \\ \left. + e^{-\sigma} i \bar{\Psi}_2 \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_2 - \bar{\Psi}_2 \gamma^5 (\partial_5 + 2\sigma') \Psi_2 \right. \\ \left. - F(z) (\bar{\Psi}_1 \Psi_1 - \bar{\Psi}_2 \Psi_2) - G(z) (\bar{\Psi}_2 \Psi_1 + \bar{\Psi}_1 \Psi_2) \right).$$

Уравнения движения для пятимерных спиноров

$$e^{-\sigma} i \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_1 - \gamma^5 (\partial_5 + 2\sigma') \Psi_1 - F \Psi_1 - G \Psi_2 = 0, \\ e^{-\sigma} i \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_2 - \gamma^5 (\partial_5 + 2\sigma') \Psi_2 + F \Psi_2 - G \Psi_1 = 0.$$

Уравнения движения сводятся к дифференциальным уравнениям второго порядка, а процедура разложения по Калуца-Клейновским модам может быть последовательно проведена только в следующих случаях:

$$G(z) \equiv \gamma \operatorname{sign}(z)F(z) + Me^{-\sigma}, \quad \text{any } F(z);$$

$$F(z) \equiv \gamma \operatorname{sign}(z)e^{-\sigma}, \quad \text{any } G(z);$$

$$G(z) \equiv K_1 \delta(z) + K_2 \delta(z - L) + Me^{-\sigma}, \quad \text{any } F(z);$$

В общем случае возникают дифференциальные уравнения четвертого порядка:

$$\left(\hat{L} - e^{-\sigma} (e^{\sigma} F)' \right) \frac{\hat{L} + e^{-\sigma} (e^{\sigma} F)'}{e^{-\sigma} (e^{\sigma} G)'} \Psi_1^L - e^{-\sigma} (e^{\sigma} G)' \Psi_1^L = 0$$

где

$$\hat{L} = -e^{-2\sigma} \square + \partial_5^2 + 5\sigma' \partial_5 + 6\sigma'^2 + 2\sigma'' - G^2 - F^2$$

Возможны различные патологии. Теорию возмущений по взаимодействию с пятимерным полем Хиггса (вакуумное решение для которого моделируется функцией $G(x)$) не всегда можно использовать...

8

Заключение

- Расширение Стандартной модели, основанное на стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума, феноменологически непротиворечиво. Если значения фундаментальных параметров модели лежат в области нескольких TeV , то эффекты проявления массивных мод гравитационного поля можно наблюдать в экспериментах на коллайдерах.
- Результаты экспериментов на LHC дают оценку для константы связи первой тензорной моды $\Lambda_{\text{T}} > 3 \text{ TeV}$, а для ее массы – ограничение снизу примерно 5 TeV .
- Дополнительное скалярное состояние, предсказываемое в этой модели, имеет свойства, очень похожие на свойства бозона Хиггса, и данные LHC говорят о том, что оно тяжелее 1 TeV при $\Lambda_{\text{r}} < 3 \text{ TeV}$.

- В случае, когда энергия в системе центра масс больше порога рождения первой возбужденной моды, в этой модели необходимо также учитывать контактные взаимодействия, порожденные бесконечными башнями КК возбуждений гравитона и частиц Стандартной модели.
- Наблюдение интерференции между первым КК гравитоном или резонансом частицы Стандартной модели и остальной КК башней их резонансов следует считать серьезным аргументом в пользу гипотезы о существовании дополнительных измерений.

Спасибо!