

Ярчайшая точка в тонком аккреционном диске вокруг вращающейся черной дыры

Выпускная квалификационная работа
(бакалаврская работа)

Выполнил: В.П. Смирнов

Руководитель: д.ф.-м.н. В.И. Докучаев

Московский Физико-Технический Институт
Факультет Проблем Физики и Энергетики
«Фундаментальные взаимодействия и космология», ИЯИ РАН

Москва, 2019

- **Предмет исследования:** Примыкающая часть тонкого аккреционного диска к горизонту событий вращающейся черной дыры
- **Исследуемые характеристики:** сдвиг энергии (частоты) фотонов, излучаемых аккреционным диском, которые наблюдаются удаленным наблюдателем
- **Цель исследования:** Поиск местоположения ярчайшей точки в аккреционном диске
- **Актуальность:** Светящаяся материя, падающая в черную дыру, дает возможность наблюдения (идентификации) горизонта событий черной дыры в рамках международного проекта Телескоп Горизонта Событий

Метрика Керра для вращающейся черной дыры (Kerr, 1963)

$$ds^2 = -e^{2\nu} dt^2 + e^{2\psi} (d\varphi - \omega dt)^2 + e^{2\mu_1} dr^2 + e^{2\mu_2} d\theta^2 \quad (1)$$

метрика, выраженная в стандартной форме, применимая к любому стационарному, осесимметричному, асимптотически плоскому пространству - времени

Метрика Керра в координатах Бойера - Линдквиста (Boyer, Lindquist, 1967)

$$\begin{aligned} ds^2 = & - \left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma} \right) dt^2 - \left(\frac{4Mar \sin^2 \theta}{\Sigma} \right) dt d\varphi + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \\ & + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Ma^2 r \sin^2 \theta}{\Sigma} \right) d\varphi^2, \\ & \Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2, \\ & a \equiv \frac{J}{M}, \\ & \Sigma \equiv r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \end{aligned} \tag{2}$$

Движение частиц в геометрии Керра описывается тремя интегралами движения:

① Полная энергия

$$E = -p_t \quad (3)$$

② Азимутальная компонента углового момента

$$L = p_\varphi \quad (4)$$

③ Константа Картера

$$Q = p_\theta^2 + \cos^2\theta [a^2(\mu^2 - p_t^2) + p_\varphi^2/\sin^2\theta] \quad (5)$$

Дифференциальные уравнения движения частиц (В. Carter 1968a)

$$\begin{aligned}\Sigma \frac{dr}{d\lambda} &= \pm \sqrt{R_r}, & T &= E(r^2 + a^2) - La, \\ \Sigma \frac{d\theta}{d\lambda} &= \pm \sqrt{\Theta_\theta}, & \lambda &= \tau/\mu, \\ \Sigma \frac{d\varphi}{d\lambda} &= -(aE - L/\sin^2\theta) + aT/\Delta, \\ \Sigma \frac{dt}{d\lambda} &= -a(aE\sin^2\theta - L) + (r^2 + a^2)T/\Delta.\end{aligned}\tag{6}$$

$$\begin{aligned}R_r &= T^2 - \Delta[\mu^2 r^2 + (L - aE)^2 + Q] \\ \Theta_\theta &= Q - \cos^2\theta[a^2(\mu^2 - E^2) + L^2/\sin^2\theta]\end{aligned}\tag{7}$$

R_r и Θ_θ есть «эффективные потенциалы», управляющие движением частицы по r и θ

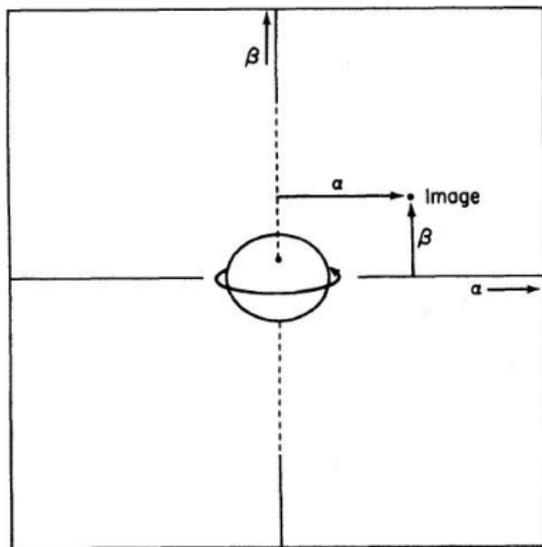
Траектории фотонов (нулевые геодезические) не зависят от их энергии и в пространстве-времени Керра описываются двумя безразмерными параметрами λ и q , которые выражаются через интегралы движения следующим образом:

$$\lambda = L/E \tag{8}$$

$$q^2 = Q/E^2 \tag{9}$$

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\sin\theta_0}, \quad (10)$$

$$\beta = q + a^2 \cos^2\theta_0 - \lambda \cot^2\theta_0$$



В геометрически тонком аккреционном диске с незначительной самогравитацией существует внутренняя граница для устойчивого кругового движения, называемая предельно стабильным радиусом или внутренней стабильной круговой орбитой, $r = r_{ISCO}$:

$$r_{ISCO} = 3 + Z_2 - \sqrt{(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)}, \quad (11)$$

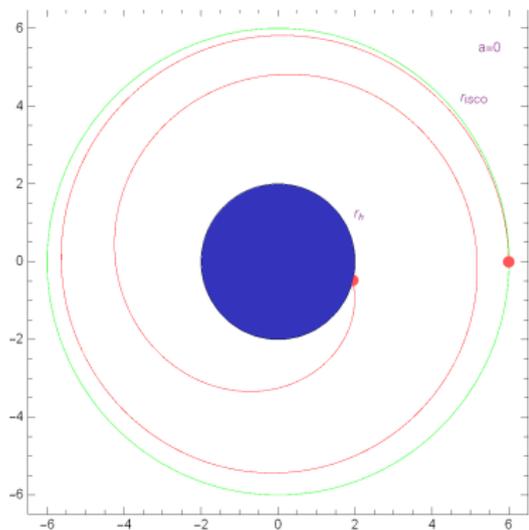
где

$$Z_1 \equiv 1 + (1 - a^2)^{1/3}((1 + a)^{1/3} + (1 - a)^{1/3}), \quad (12)$$

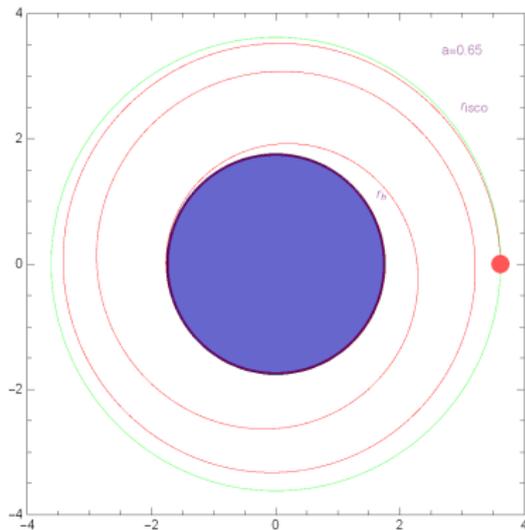
$$Z_2 \equiv \sqrt{3a^2 + Z_1^2}, \quad (13)$$

Траектории падения компактного газового облака (сгустка) на черную дыру

$$r_h \leq r \leq r_{\text{ISCO}} = 6$$



$a = 0$

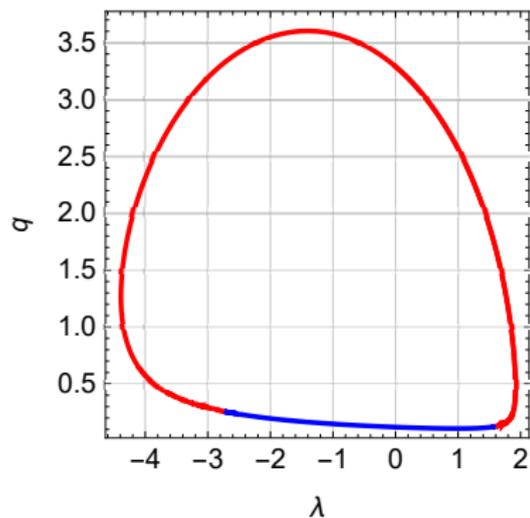


$a = 0.65$

Сдвиг энергии (частоты) фотонов (Dokuchaev, Nazarova, Smirnov, GRG 2019)

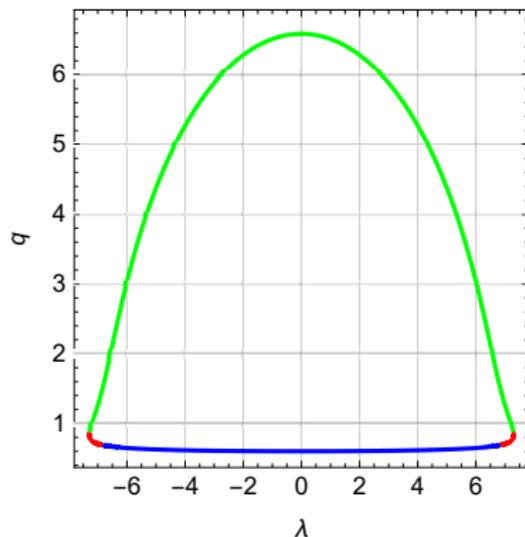
$$\mathbf{E}(\lambda, q) = \frac{E(V(\varphi)) - v p^{(r)}}{\sqrt{1 - v^2}} = \frac{p^{(t)} - V(\varphi) p^{(\varphi)} - V^{(r)} p^{(r)}}{\sqrt{1 - [V^{(r)}]^2 - [V(\varphi)]^2}}. \quad (14)$$

- При получении данного выражения использовалась Локально Невращающаяся Система Отсчета (ЛНСО). Мировые линии наблюдателей в этой СО подчиняются:
 $r = const, \theta = const, \varphi = \omega t + const.$
- Соответственно, энергетический сдвиг (отношение частоты фотона на бесконечности к частоте в системе покоя компактного газового сгустка) равен $g(\lambda, q) = 1/\mathbf{E}(\lambda, q)$



$$a = 0.9982$$

$$r = 1.01 r_h$$

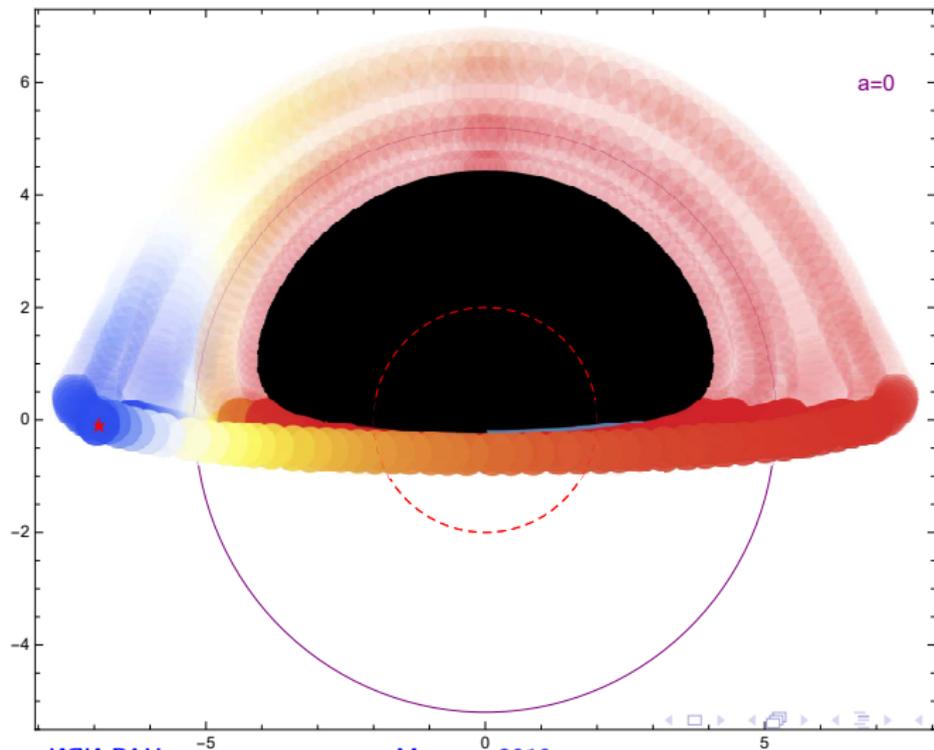


$$a = 0$$

$$r = r_{\text{ISCO}} = 6$$

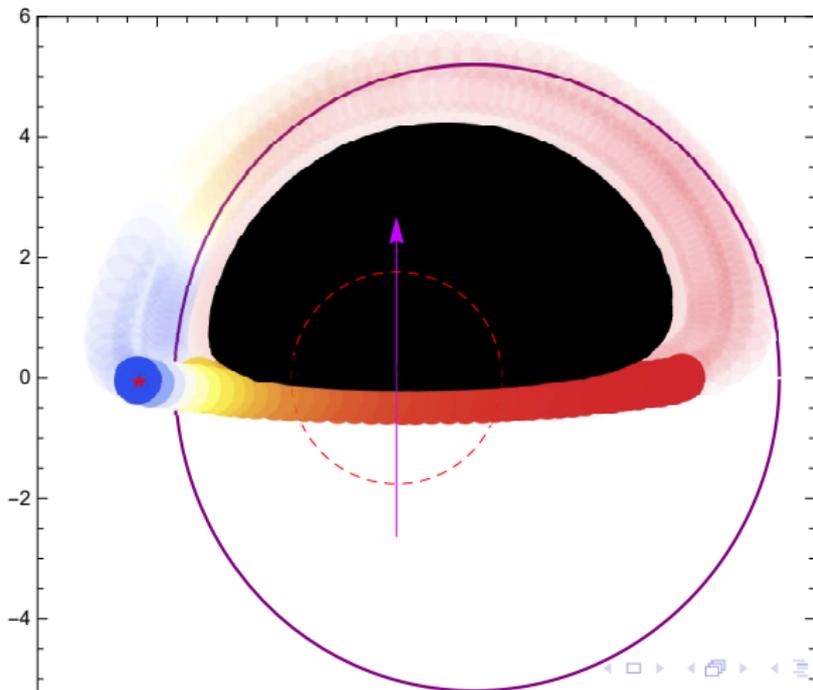
Внутренняя часть изображения примыкающей части диска к горизонту событий $a = 0$

$$\lambda = 6.89, q = 0.697, \alpha = -6.92, \beta = -0.057, r_{\text{ISCO}} = 6 = 3r_h$$



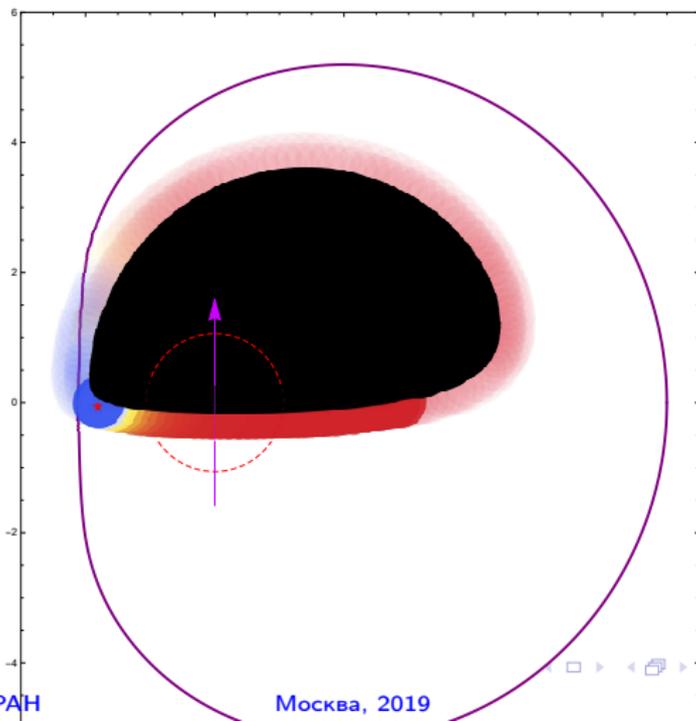
Внутренняя часть изображения примыкающей части диска к горизонту событий $a = 0.65$

$\lambda = 4.29$, $q = 0.430$, $\alpha = -4.32$, $\beta = -0.042$,
 $r_{\text{ISCO}} \simeq 3.25 \simeq 1.85r_{\text{h}}$

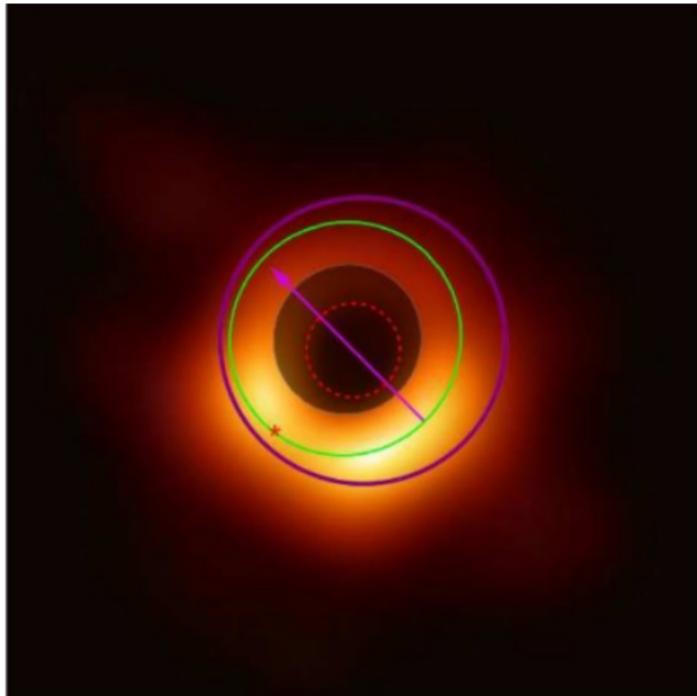


Внутренняя часть изображения примыкающей части диска к горизонту событий $a = 0.9982$

$$\lambda = 1.71, q = 0.144, \alpha = -1.72,$$
$$\beta = -0.031, r_{\text{ISCO}} \simeq 1.23 \simeq 1.16r_{\text{h}}$$



- $a = 0.75 \pm 0.15$



- Ярчайшая точка в тонком аккреционном диске находится на минимальной устойчивой орбите r_{ISCO}
- Результаты опубликованы в виде статьи в General Relativity and Gravitation (<https://arxiv.org/abs/1903.09594>, Dokuchaev, Nazarova, Smirnov)
- По результатам работы сделана оценка спина черной дыры M87*, изображение которой было получено Телескопом Горизонта Событий.

-  J.M. Bardeen, W.H. Press, S.A. Teukolsky, *Astrophys. J.* **178**, 347 (1972)
-  C.T. Cunningham and J. M. Bardeen, *Astrophys. J.* **183**, 237 (1973)
-  Dokuchaev, V.I., Nazarova, N.O. Smirnov, V.P. *Gen Relativ Gravit* (2019) 51: 81.
-  Ч.Мизнер, К.Торн, Дж.Уилер. ГРАВИТАЦИЯ, Т.1. М.: Мир, 1977
-  Chandrasekhar S. *The Mathematical Theory of Black Holes*; Clarendon Press: Oxford, UK, 1983
-  Carter, B. Global Structure of the Kerr Family of Gravitational Fields. *Phys. Rev.* 1968, 174, 1559–1571;
-  Boyer, R.H.; Lindquist, R. W. Maximal Analytic Extension of the Kerr Metric. *J. Math. Phys.* 1967, 8, 265–282;

Спасибо за внимание!