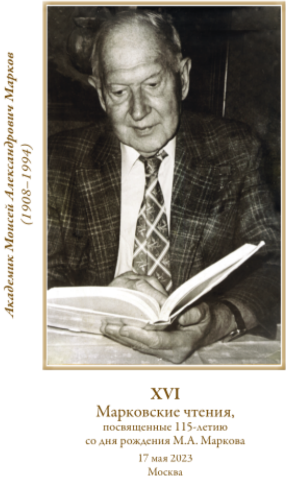
# Черные дыры солнечной массы из бозонной темной материи и нейтронных звезд



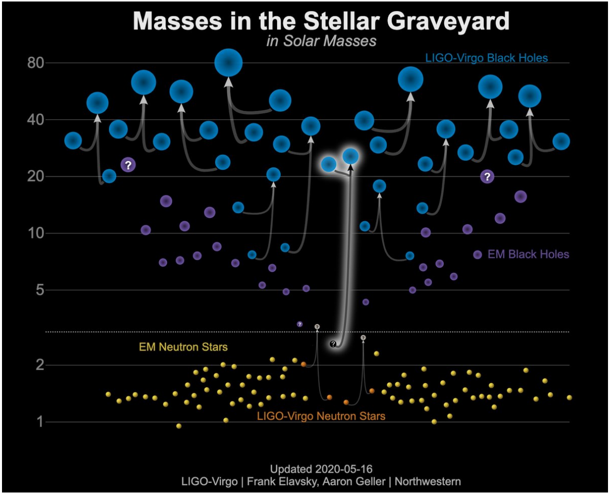

Рагу Гарани, Дмитрий Левков, Петр Тиняков

ИЯИ РАН & ИТМФ МГУ

R. Garani, DL, P. Tinyakov, arXiv: 2112.09716
[PRD **105** (2022) 063019]

# Массовая щель для черных дыр?

Слияния каких объектов видят LIGO & VIRGO? *см. доклад П. Тинякова*

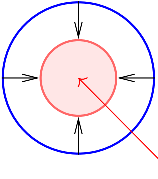



## Поверие:

- ЧД: $M_{ЧД} \gtrsim 2.5\, M_\odot$
- НЗ: $M_{НЗ} \lesssim 2.5\, M_\odot$

*Rhoades, Ruffini '74*

## потому что Сверхновая:



нейтронное ядро

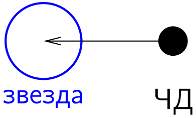
давление Ферми!

**Существуют ли черные дыры с $M_{BH} \approx M_\odot$?**

# Черные дыры солнечной массы?

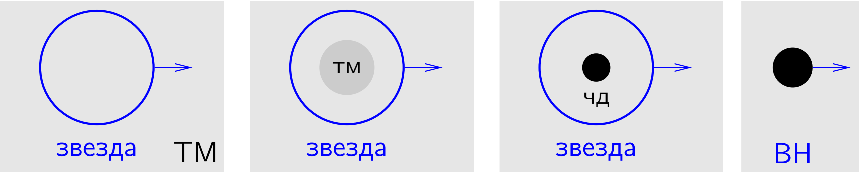
- Реликтовые?
- Звезда + реликтовая ЧД

$\Big\} \Rightarrow$ модификация космологии
и ограничения!




*см. доклады К. Постнова и П. Тинякова*

- **Могут быть образованы темной материей внутри звезд!**




*Kouvaris, Tinyakov '11, и т.д.*

НО: Захватывается лишь малая доля темной материи

**Достаточно ли для коллапса?**

# Спойлер

- **Этот механизм не работает в большинстве моделей ТМ**

  $\Rightarrow$ не приводит к общим ограничениям на ТМ

- **Нейтронные звезды $\rightarrow$ ЧД в специальных моделях**

  $\Rightarrow$ надо искать $M_{\text{ЧД}} \approx M_\odot$!

# Захват темной материи

- Лучшие накопители ТМ — нейтронные звезды!

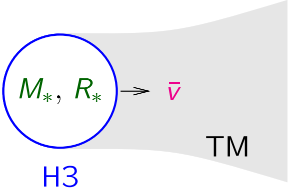
$M_* \sim 1.5\, M_\odot, \quad R_* \sim 10\,\text{км}, \quad T_* \sim 10^5\,\text{K}$ — параметры известны

- Они летят через темную материю

$m \sim \text{ГэВ} \div \text{ТэВ}, \quad \rho_{\text{ТМ}} \sim 100\,\text{ГэВ}/\text{см}^3, \quad \bar{v} \sim 7\text{км}/\text{сек}$ $\left(\begin{array}{c}\text{карликовая}\\ \text{галактика}\end{array}\right)$

- Частицы ТМ сталкиваются с нейтронами и застревают

*Press, Spergel '85*




$$\frac{dM_{\text{ТМ}}}{dt} \sim \underbrace{G\,\frac{\rho_{\text{ТМ}}}{\bar{v}}\,M_* R_*}_{\text{полная масса}} \times \underbrace{(\sigma/\sigma_{cr})}_{\text{вероятность } f}$$

$$\boxed{f \sim 1} \quad \Leftrightarrow \quad \sigma \sim \sigma_{cr} \sim 10^{-45}\,\text{см}^2$$

$\lesssim$ эксп. ограничения!

- За $10^{10}$ лет: $M_{\text{ТМ}} = \begin{cases} 10^{-14}\,M_\odot \times f & \text{в Млечном Пути} \\ 10^{-10}\,M_\odot \times f & \text{в карликовой галактике} \end{cases}$

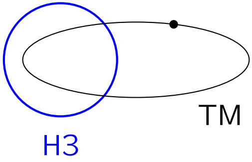
маловато будет?

# Термализация

*Garani, Gupta, Raj '21 и т.д..*

ТМ гравитационно связана $\Rightarrow$ сталкивается, сталкивается

- $\sigma \sim \sigma_{cr}$ — при каждом пролете
- $\sigma \gtrsim 10^{-7}\sigma_{cr}$ — за время $\lesssim 10^{10}$ лет




$\Rightarrow$ **термализация с нейтронами!**

**Термальное облако: $T_{\text{ТМ}} \sim 10^5$ К**

$\rightarrow$ $E_{\text{пот}} \sim T_{\text{ТМ}} \rightarrow$ компактный шар

$$r_{th} \sim \sqrt{\frac{T_{\text{ТМ}}}{G\rho_* m}} \sim 20 \text{ см} \left(\frac{m}{100\,\text{ГэВ}}\right)^{-1/2}$$

$\rightarrow$ Асимметричная ТМ (без аннигиляции)

**Плотное облако ТМ в центре!**

# Бозе-конденсация в термальном облаке

Размер $r_{th}$ фиксирован, число частиц растет

- Большие числа заполнения $N/(pr_{th})^3 > 1$, если

$$M_{\text{ТМ}} > M_{\text{конд}} = m\,(T_{\text{ТМ}} M_{pl})^3 \rho_*^{-3/2} \sim 10^{-19}\, M_\odot\, \frac{m}{100\,\text{ГэВ}}$$

- При таких массах
  - ∗ фермионная ТМ **вырождается**!
  - ∗ бозонная ТМ $\longrightarrow$ конденсат в состоянии с минимальной энергией

    $\longrightarrow$ конденсат самогравитирует: $U_{\text{конд}} > U_{\text{НЗ}}$

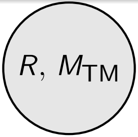
    $=$ **классический солитон** $\phi(x)$

**А теперь — коллапс?!**

# Гравитационный коллапс

- Игнорируем самодействие
- **Свободные бозоны:**

$$\underbrace{p^2/m \sim 1/(mR^2)}_{\text{кв. давление}} \sim \underbrace{GmM_{\text{ТМ}}/R}_{\text{самогравитация}}$$




конденсат

Черная дыра: $R < 2GM_{\text{ТМ}}$

$$\Rightarrow \boxed{M_{\text{ТМ}} > \frac{M_{pl}^2}{m} \sim 10^{-21} M_\odot \, \frac{100\,\text{ГэВ}}{m}} \qquad \left(\begin{matrix}\text{свободные}\\ \text{бозоны}\end{matrix}\right)$$

конденсат тут же коллапсирует!

- **Свободные фермионы** — принцип Паули:

$$\Rightarrow M_{\text{ТМ}} > \frac{M_{pl}^3}{m^2} \sim 10^{-4} M_\odot \left(\frac{100\,\text{ГэВ}}{m}\right)^2 \qquad \left(\begin{matrix}\text{свободные}\\ \text{фермионы}\end{matrix}\right)$$

Столько частиц нет!

$\boxed{\text{Механизм работает для бозонной ТМ, или нет?}}$

# Но мы забыли про взаимодействия!

## Еще один спойлер

- Даже суперслабое самодействие блокирует коллапс
- Взаимодействия необходимы для захвата

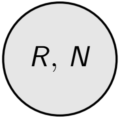
Простейшая модель ТМ — комплексное скалярное поле $\phi(x)$:

$$L = |\partial_\mu \phi|^2 - V(|\phi|)$$

U(1)–симметрия $\Rightarrow$ число частиц:

$$N = 2\mathrm{Im} \int d^3\boldsymbol{x}\, \phi\, \partial_0 \phi^* \sim \omega \phi_0^2 R^3 \lesssim N_{\text{TM}}$$

(захваченных)




солитон

Стационарное решение: $Q$–шар или Бозе-звезда

$$\phi = f(r/\underbrace{R}_{\text{размер}})\ \underbrace{\mathrm{e}^{-i\omega t}}_{\text{энергия связи}}$$

Самодействие — внутри $V(\phi)$

- **Пусть при $|\phi| > \Lambda$**

  $V = m^2 \, |\phi|^\alpha \, \Lambda^{2-\alpha}, \quad \alpha < 2$

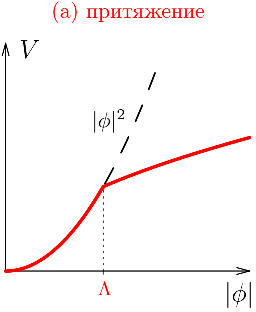
- **Важно:** $\Lambda \ll M_{pl}$

  $\rightarrow$ планковская физика не существенна

  $\rightarrow$ гравитация — самая слабая сила!

- **Уравнения:** притяжение = кв. давление

$$\begin{cases} N \sim (R\Lambda)^2 (Rm)^{\frac{2}{4-\alpha}} & \text{— более компактны} \\ \text{НО: } \omega \sim R^{-1} \ll m & \text{— меньше!} \end{cases}$$




- **Коллапс:** $R \sim 2G\omega N \quad \Rightarrow \quad \boxed{mN \sim \frac{M_{pl}^2}{m} \left(\frac{M_{pl}}{\Lambda}\right)^{2-\alpha} \gg \frac{M_{pl}^2}{m}}$

  Сложнее сделать черную дыру!

- **Причина:** $\omega \ll m$ — ч-цы внутри $Q$–шара почти безмассовые!

# (б) Отталкивание (Бозе-звезда)

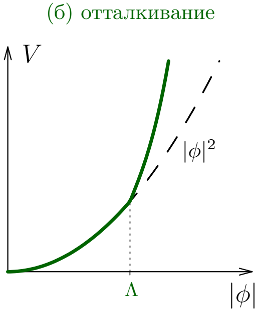
- **Пусть** $V = m^2|\phi|^2 + m^2|\phi|^\alpha \Lambda^{2-\alpha}, \quad \alpha > 2$
- $\Lambda \ll M_{pl}$!
- **Уравнения**: отталкивание = гравитация

Решение: $\omega \approx m, \quad N \sim \frac{M_{pl}^3}{m^2\Lambda}\left(\frac{Rm\Lambda}{M_{pl}^2}\right)^{\frac{3\alpha-8}{\alpha-1}}$

- **Черная дыра:** $R \sim 2GmN$

$$\Rightarrow \boxed{mN \sim \frac{M_{pl}^2}{m}\cdot\frac{M_{pl}}{\Lambda}}$$

почти фермионы $\Rightarrow$ опять плохо для коллапса!




- **Возьмем** $V_{int} = \lambda_4|\phi|^4/4$, потребуем $N < N_{TM}$:

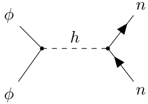
$$\lambda_4 = \left(\frac{2m}{\Lambda}\right)^2 \lesssim \lambda_{4,\,max} = 10^{-12} f^2 \left(\frac{m}{100\ \text{ГэВ}}\right)^4$$ — **супер мало!**

# Противоречие с захватом: модель “без” самодействия

Добавим взаимодействие с Хиггсом: *см. также Bell и др. ’87*

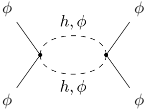
$$V = \lambda_H \underbrace{\left( H^\dagger H - \frac{v^2}{2} - \frac{y|\phi|^2}{2\lambda_H} \right)^2}_{\text{долина: скобка } = 0} + m^2|\phi|^2 = y|\phi|^2 H^\dagger H + \ldots$$

Рассеяние на нетронах:

$\sigma = \Big|$  $\Big|^2 = \dfrac{y^2 m_n^4}{81\pi m_H^4 m^2}, \qquad f \equiv \dfrac{\sigma}{\sigma_{cr}}$



Но то же взаимодействие $\Rightarrow$ **эффективный потенциал**:

$V_{\rm eff} =$  $= |\phi|^4 \underbrace{\dfrac{y^2}{2\pi^2} \ln \dfrac{|\phi|}{\Lambda_{ren}}}_{\lambda_{eff}} \leftarrow$ $\boxed{\text{нельзя сократить тонкой подстройкой!}}$



Требуем $\lambda_{eff} < \lambda_{4,\, max} \Rightarrow \boxed{y \gtrsim 400 \text{ и } m \gtrsim \text{ПэВ}}$

**Механизм не работает!**

# Итак, нейтронные звезды в безопасности

**... кроме как в специальных моделях ТМ, где**

1. Потенциал почти квадратичен, $V \approx m^2|\phi|^2$
2. Подавлены и притяжение, и отталкивание ТМ
3. Тем не менее, ТМ взаимодействует с нейтронами
4. Петлевые поправки не портят эти свойства

**Противоречащие друг другу требования!**

# Модель с изогнутой долиной

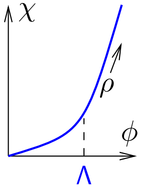
- **Модель двух полей:** $\begin{cases} \phi \text{ — ТМ, заряд } 1 \\ \chi \text{ — тяжелое, заряд } 2 \end{cases}$

$$V = \lambda|\phi^2 - \Lambda\chi|^2 + m^2|\phi|^2 + \lambda'|\phi|^4/4$$

большой член — поправка

- **Потенциал перенормируемый**
- **Но специальный: нет членов $|\chi|^4$ и $|\phi|^2|\chi|^2$**
- **Долина:** $\boxed{\phi^2 = \Lambda\chi}$ $\leftarrow$ поле солитона привязано к ней
- **Солитон:** $\phi = \phi(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{-i\omega t}\,, \quad \chi = \phi^2/\Lambda$
- **Каноническое поле вдоль долины:**

$$(\partial_\mu\rho)^2 = |\partial_\mu\phi|^2 + |\partial_\mu\chi|^2$$




$$\text{or}\ \ \rho(\phi) = \int_0^\phi d\phi\sqrt{1 + (2\phi/\Lambda)^2} \approx \begin{cases} \phi\,, & \phi < \Lambda \\ \phi^2/\Lambda \equiv \chi\,, & \phi > \Lambda \end{cases}$$

# Модель с изогнутой долиной

- **Потенциал вдоль долины:** $V(\rho) = V\Big|_{\chi=\phi^2/\Lambda}$
- **Слабые поля:** $\boxed{\rho \approx \phi}$

$$V(\rho) = m^2\rho^2 + \lambda'\rho^4/4 + \ldots$$

взаимодействие не важно при $\rho \lesssim \Lambda$:

$$\lambda'/4 = \beta\,(m/\Lambda)^2, \qquad \beta \lesssim 1$$

- **Сильные поля:** $\boxed{\rho \approx \chi}$

$$V(\rho) = m^2|\phi|^2 + \lambda'|\phi|^4/4 \approx m_\rho^2\rho^2 + \ldots\ , \qquad m_\rho = m\sqrt{\beta}$$

свободное поле!

**Значит, солитон коллапсирует при**

$$\boxed{mN \sim \frac{M_{pl}^2}{m}\cdot\frac{2}{\beta}}$$ $\leftarrow$ **почти как для свободных бозонов!**

# Квантовые поправки

- **Такое же взаимодействие с Хиггсом:**

$$V = \lambda_H \left( H^\dagger H - \frac{v^2}{2} - \frac{y|\phi|^2}{2\lambda_H} \right)^2 \Rightarrow \text{такое же } \sigma!$$

- **Квантовые поправки:** $\boxed{V_{\text{eff}} = \lambda_{eff} |\phi|^4 / 4}$

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{1}{\pi^2} \left( 4\lambda^2 + 2\lambda\lambda' + \frac{5}{16}\lambda'^2 + \frac{y^2\lambda}{\lambda_H} + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{2\lambda_H} + \frac{3y^2\lambda'}{8\lambda_H} + \frac{y^4}{8\lambda_H^2} \right) \ln \frac{|\phi|}{\Lambda_{ren}}$$

безвредны при сильных полях — сдвиг $m_\rho^2$ !

- **Сюрпризе:** вершины $|\chi|^4$ and $|\phi|^2|\chi|^2$ не генерируются!

т.к. $V = V(\Lambda\chi)$, то могут быть только $|\Lambda\chi|^4$ и $|\Lambda\phi\chi|^2$

неперенормируемые!

- **Требуем** $N < N_{\text{TM}}$:

$$\Rightarrow y > 10^{-7} \left( \frac{m}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{1/2} \beta^{-1/2} \text{ — легко удовлетворить!}$$

- **Остальные ограничения:** например, $\lambda' \sim \lambda^2 \sim y^2/\lambda_H \lesssim m^2/\Lambda^2$

# Выводы

- Самодействие — и отталкивание, и притяжение — препятствуют коллапсу.
- Оптимальные модели включают долины $V \sim m^2 \rho^2$ вплоть до $\rho \lesssim M_{pl}$.
- Изгибая долину, мы:
  1. делаем модель почти оптимальной;
  2. сохраняем взаимодействия, которые нужны для захвата
- **Нетронные звезды могут трансмутировать в черные дыры с** $M_{\text{ЧД}} \approx M_{\odot}$!

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!