

Дополнительные измерения как теоретическая лаборатория

В. А. Рубаков

Институт ядерных исследований РАН

Есть немало вопросов,
на которые трудно отвечать в четырехмерных теориях:

- Возможно ли несохранение электрического заряда ?

Игнатъев, Кузьмин, Шапошников
Волошин, Окунь

- Возможно ли несохранение энергии ?

- Противоречие с законом Гаусса (если нет нарушения калибровочной инвариантности)

$$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho$$

“Мгновенное” уравнение. Несохранение электрического заряда \leftrightarrow мгновенное изменение электрического поля во всем пространстве.

- Аналогично в гравитации: закон Ньютона (00-уравнение Эйнштейна).

● Возможное нарушение Лоренц-инвариантности на сверхмалых расстояниях: космологические возмущения и Хокинговское излучение черных дыр

- Стандартный механизм генерации космологических возмущений на стадии инфляции: усиление вакуумных флуктуаций квантовых полей
 - инфлатон \leftrightarrow возмущения плотности
 - гравитон \leftrightarrow реликтовые гравитационные волны
- Инфляция \Leftrightarrow растяжение пространственных масштабов в e^{N_e} раз. Типично $N_e \gg \gg 1$.
Макроскопические длины волн сегодня \Leftrightarrow сверхмалые длины волн в начале инфляционной стадии,

$$l_{\text{initial}} \ll l_{\text{Planck}}$$

Стандартное *предположение*: Лоренц-инвариантность вплоть до $p \gg M_{Pl}$. А если это неверно?

- Одна из возможностей: волн с большими импульсами $p > k$ *вообще нет* (например, пространственная решетка с шагом $a = \frac{2\pi}{k}$).
 k = масштаб энергий, на котором нарушается Лоренц-инвариантность.

Каков этот масштаб?

- консервативно: $k \sim M_{Pl}$
- не исключено: $k < H_{infl}$

“Генерация мод”:

в процессе расширения Вселенной импульсы краснеют, моды с $p \sim k$ постоянно возникают.

Кемпф, Нимейер; Истер et.al.

В 4-мерной теории поля смоделировать трудно.

- Аналогично для хокинговского излучения: длина волны хокинговских квантов вблизи горизонта черной дыры

$$l_{near\ horizon} \ll l_{Planck}$$

Как влияет физика на таких расстояниях на спектр излучения черной дыры?

Джекобсон

- **Модификация гравитации на космологических расстояниях**

- Мотивировка: ускоренное расширение Вселенной в современную эпоху.

Стандартный закон расширения (уравнение Фридмана):

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3} G\varepsilon$$

новая гравитация?

новая материя (вакуум, квинтэссенция, ...) ?

- Новая гравитация на расстояниях $R \gtrsim H_0^{-1} \sim 10^{28}$ см \Rightarrow новый “ультрафиолетовый масштаб”.

- **Аналогия:** массивные (неабелевы) калибровочные поля.

Масса векторного бозона $m \Leftrightarrow$ нарушение закона Кулона при $R \gtrsim m^{-1}$.

Квантовая теория \Leftrightarrow энергетический масштаб сильной связи

$$\Lambda_{UV} = \frac{m}{g}$$

g = калибровочная константа.

Новая физика при $E \gtrsim \Lambda_{UV} \Leftrightarrow$ механизм Хиггса.

- В теории гравитации

$$g \leftrightarrow \frac{1}{M_{Pl}}$$

Нарушение закона Ньютона при $R \gtrsim m_g^{-1} \Leftrightarrow$ ультрафиолетвый масштаб $m_g M_{Pl}$ (квадрат энергии), т.е.

$$\Lambda_{UV} = \sqrt{m_g M_{Pl}}$$

При $m_g^{-1} \sim 10^{28}$ см

$$\Lambda_{UV}^{-1} = 0.01 \text{ мм}$$

Новая гравитационная физика при $R \lesssim 0.01$ мм ?

- Каков механизм изменения гравитации на больших расстояниях? Как сделать малой m_g ?

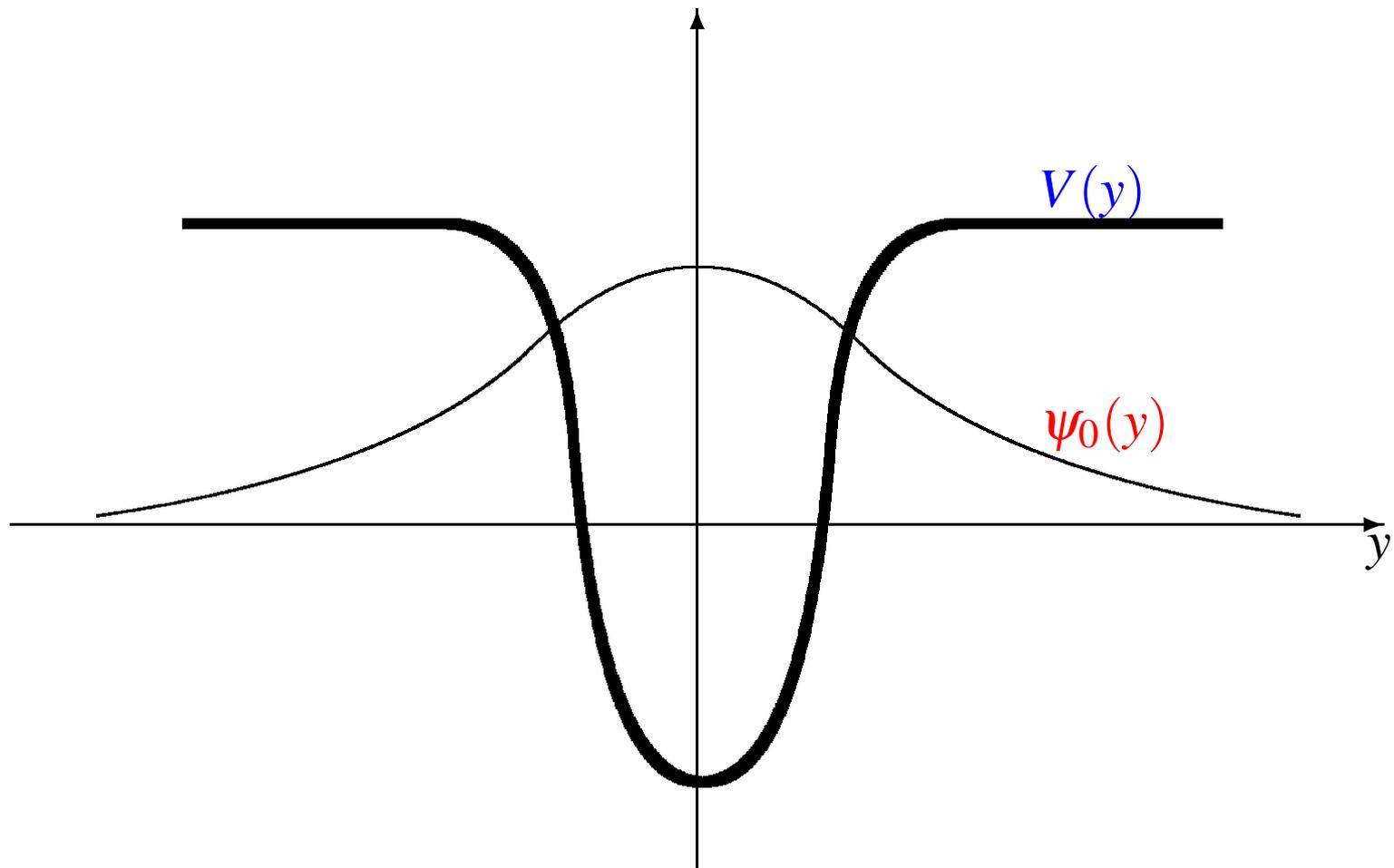
Дополнительные измерения и мир на бране

В.Р., Шапошников;
Акама

Брана = наш $(3 + 1)$ -мерный мир
= гиперповерхность размерности $(3 + 1)$
в $(d + 1)$ -мерном пространстве-времени.

Пример: доменная стенка в $(4 + 1)$ -мерии.

Эффективно: потенциал, удерживающий частицы на бране.



Эффективный потенциал, удерживающий частицу на бране и волновая функция этой частицы.

Волновые функции:

$$\Psi(t, \vec{x}, y) = e^{-i\omega t + i\vec{p}\vec{x}} \psi_m(y)$$

$$\omega^2 - \vec{p}^2 \equiv m^2$$

- **Связанные состояния:** $m^2 \approx 0$,
распространяются вдоль браны \Rightarrow “наши” частицы
- **Непрерывный спектр:** $m^2 \geq M^2 \equiv V_\infty$,
распространяются во всем многомерном объеме.
- Столкновения на бране с $E > M$: рождение частиц в непрерывном спектре \Rightarrow кажущееся несохранение энергии, заряда для наблюдателя на бране

Как быть с 4-мерными законом Ньютона и законом Гаусса ?

Локализация гравитации на бране

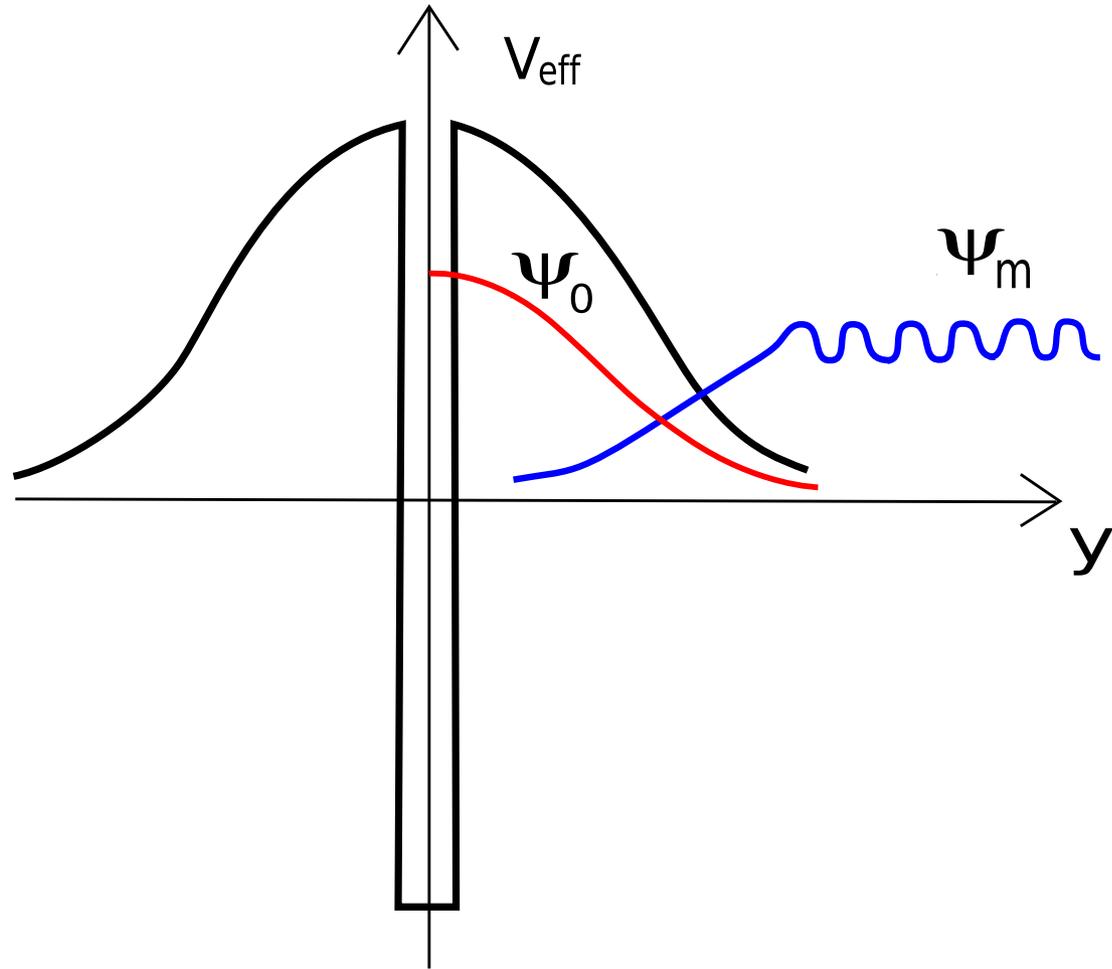
Рэндалл, Сандрум

5-мерная геометрия анти-де Ситтера вне браны
+ брана при $y = 0$:

$$ds^2 = e^{-k|y|} \cdot \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dy^2$$

Решение 5-мерных уравнений Эйнштейна для браны с натяжением и 5-мерной космологической постоянной

Эффективный потенциал для гравитона.

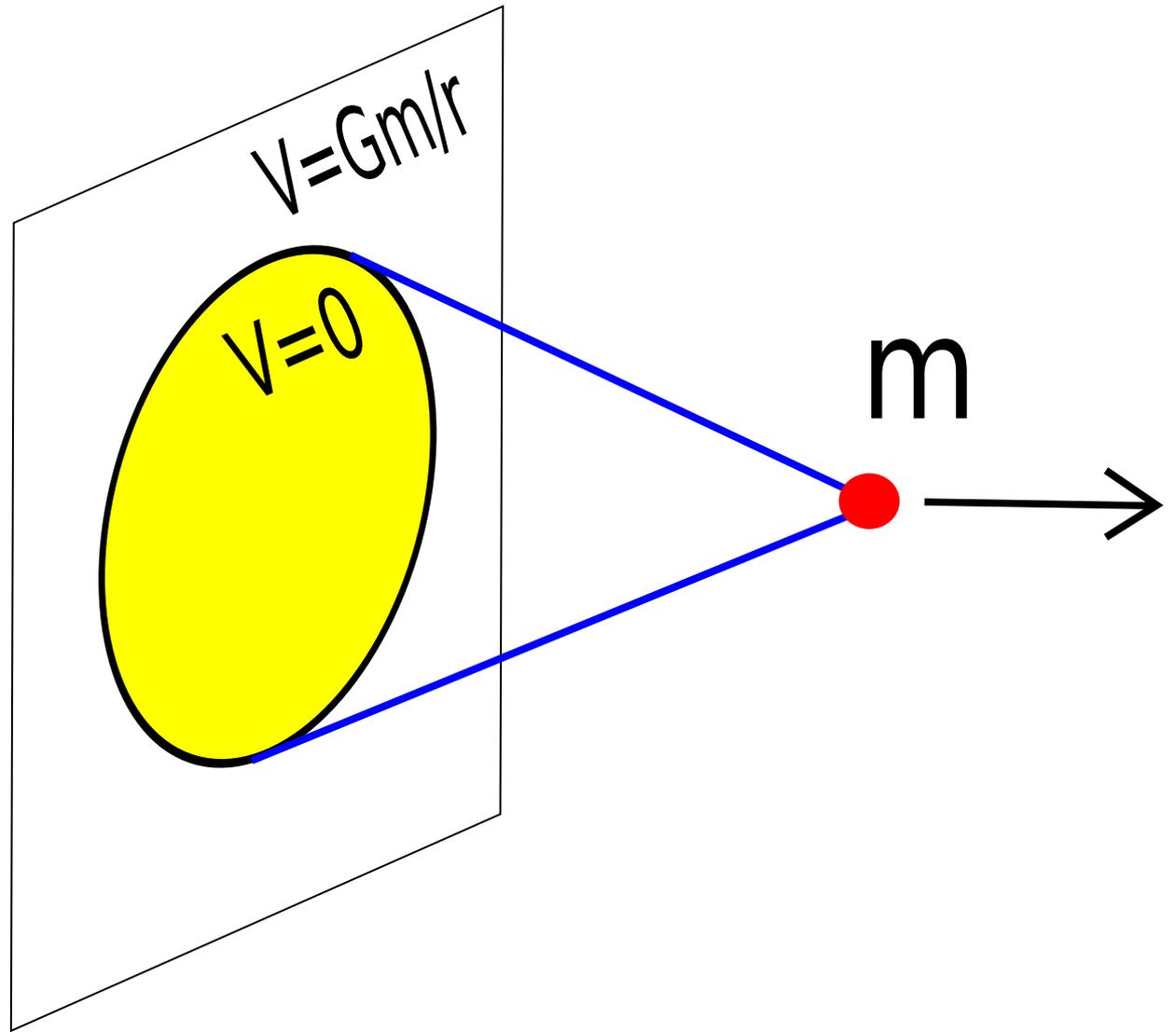


Эффективный потенциал для гравитона и волновые функции локализованного состояния и состояний, распространяющихся в 5-мерном пространстве-времени.

- Связанное состояние гравитона с $m^2 = 0 \Rightarrow$ 4-мерная гравитация на бране
- Непрерывный спектр с $m^2 > 0 \Rightarrow$ сколь угодно малые энергии 5-мерных гравитонов; щели нет.
- Хорошо определенная конструкция с (кажущимся) несохранением энергии на бране.

Линейный анализ гравитационного поля частицы, покидающей брану

Грегори, В.Р., Сибиряков



Гравитационное поле, создаваемое на бране частицей, покидающей ее.

- **5-мерный взгляд:**
гравитация перестает быть 4-мерной для частиц вне браны
- **Эффективное 4-мерное описание:**
4-мерная гравитирующая конформная материя (adS/CFT).

Обобщение 5-мерной геометрии RS

Гергета, Шапошников

⇒ локализация электромагнитного поля.

Похожая, но не тождественная картина для электрического поля заряда, покидающего брану.

Дубовский, В.Р., Тиняков

несохранение энергии
и электрического заряда^a

не противоречат 4-мерному характеру
гравитации и электромагнетизма^b

^aс точки зрения наблюдателя на бране

^bдля частиц на бране

Нарушение Лоренц-инвариантности и космологические возмущения

Либанов, В.Р.

● Лоренц-нарушающая геометрия с браной при $y = 0$

Чунг, Колб, Риотто; Чунг, Фриз;
Чаки, Эрлих, Грожан;
Дубовский

$$ds^2 = \alpha^2(y)dt^2 - \beta^2(y)d\vec{x}^2 - dy^2$$

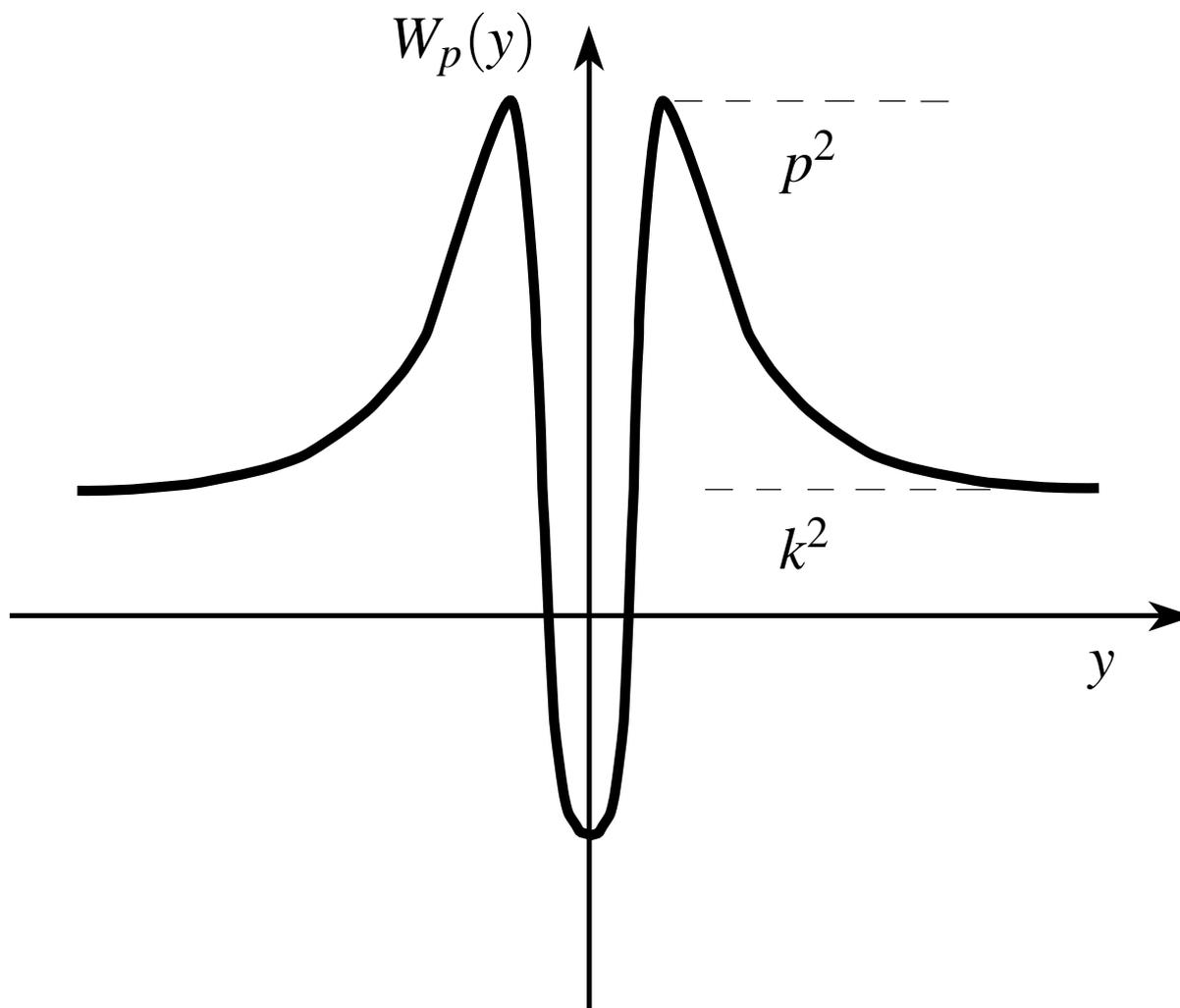
(неприятность: решения такого типа с физически осмысленной материей неизвестны)

Параметр Лоренц-нарушения \Leftrightarrow обратный радиус кривизны
5-мерного пространства k .

Трансляционная инвариантность по времени и $\vec{x} \Rightarrow$
решения – по-прежнему плоские волны
(скалярное поле для примера)

$$\Psi(t, \vec{x}, y) = e^{-i\omega t + i\vec{p}\vec{x}} \psi(y),$$

но эффективный потенциал зависит от 3-импульса \vec{p} .



Эффективный потенциал. Высота растет с 3-импульсом p , а глубина не меняется.

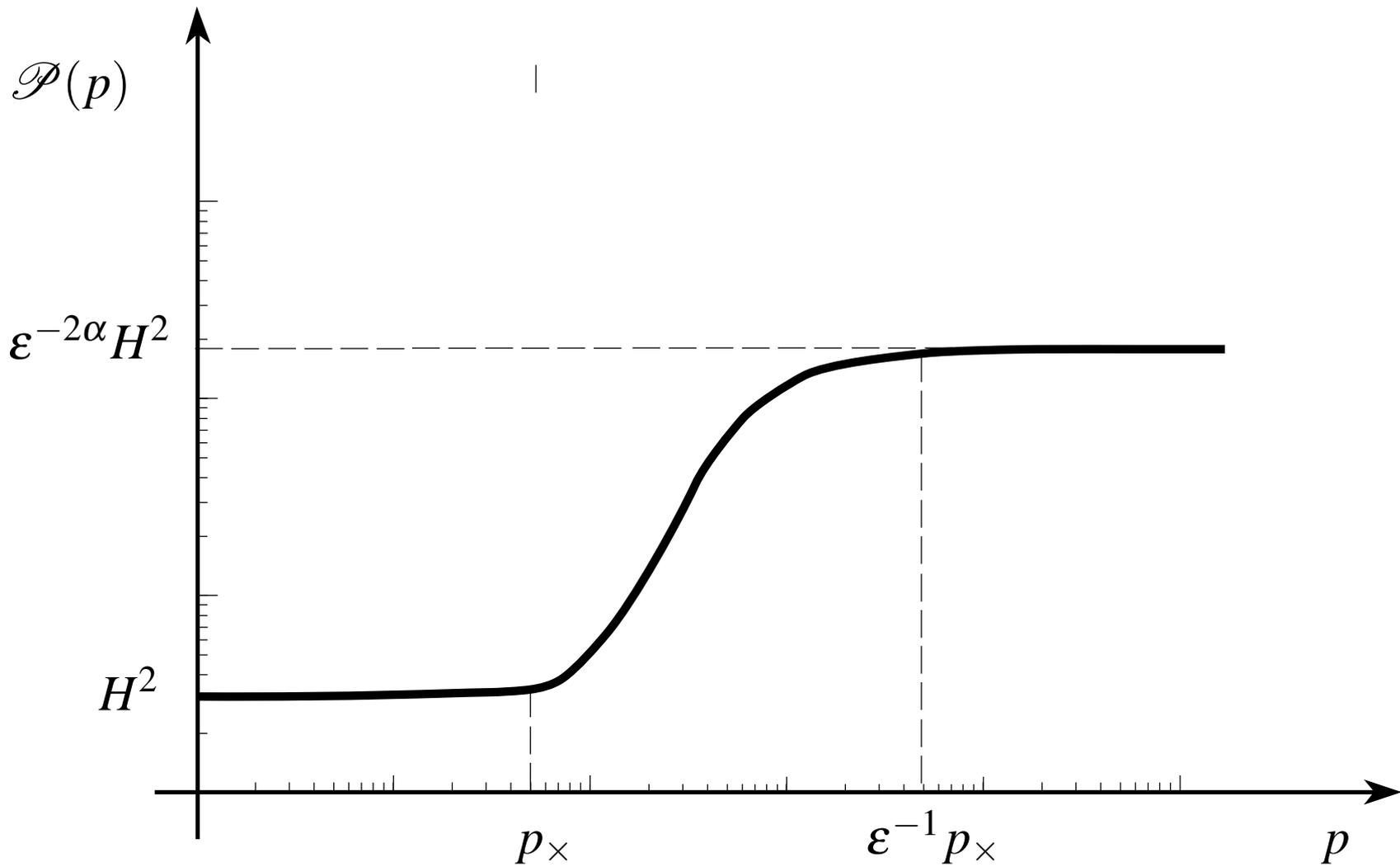
- $|\vec{p}| \ll k \Rightarrow$ есть состояния, локализованные на бране.
- $|\vec{p}| \gg k \Rightarrow$ состояний, локализованных на бране, **нет**.
- **Расширяющаяся геометрия (инфляция):** импульсы краснеют, моды “салятся” на брану

генерация мод на бране

- **Хорошо определенная конструкция с генерацией мод.**

Результат для комологических возмущений, образовавшихся на бране за счет инфляции:

- $k \gg H_{infl} \rightarrow$ стандартный 4-мерный ответ: плоский спектр с амплитудой H_{infl}
- $k \lesssim H_{infl}$, (особенно интересный случай: $\frac{k}{H_{infl}}$ зависит от времени) \rightarrow **сильное (порядки !) отличие от плоского спектра**



Спектр космологических возмущений.

p_\times и $\varepsilon \ll 1$ – свободные параметры; $1 < 2\alpha < 3$.

**Нарушение Лоренц-инвариантности
на стадии инфляции
может проявиться
в спектре возмущений плотности
и реликтовых гравитационных волн**

Шанс для гравитационно-волновых детекторов + тайминга пульсаров + измерений поляризации реликтовых фотонов.

Модификация гравитации на космологических расстояниях

- Идея: гравитон *квазилокализован* на бране \Leftrightarrow резонанс, имеет конечное время жизни на бране τ_g

Грегори, В.Р., Сибиряков
Двали, Габададзе, Поррати

Малость $\tau_g^{-1} \equiv \Gamma_g$ за счет туннельной экспоненты.

Работает для других полей.

Теоретические трудности для гравитации
до сих пор не преодолены:

Либо дух
либо сильная связь при $\Lambda^{-1} = (\tau_g^2 l_{Pl})^{1/3} \sim 1000$ км
вместо $(\tau_g l_{Pl})^{1/2} = 0.01$ мм.

- Скорее всего
механизм Хиггса в гравитации \Leftrightarrow нарушение
Лоренц-инвариантности.

Заключение

- Вне зависимости от отношения к реальности мир на бране + дополнительные измерения бесконечного размера \Rightarrow конструкция для анализа интересных аспектов теории
- Все еще много вопросов:
 - механизм Хиггса для гравитации как объяснение ускоренного расширения Вселенной ?
 - физика в гравитационном секторе при $l \lesssim \sqrt{l_g l_{Pl}} \sim 0.01$ мм ?
 - влияние малых расстояний на физику черных дыр ?
 - несохранение *неабелевых* зарядов (например, цвета) без нарушения калибровочной симметрии ?
 - ...